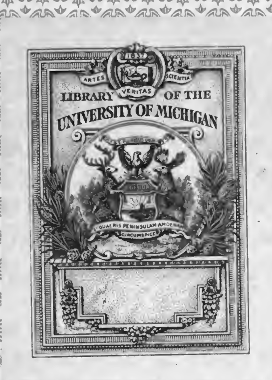



1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE





BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON / PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897.

NEUE FOLGE 11. / NOUVELLE SÉRIE 11.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS-FERDINANDSTR. 2.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1897.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 11. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2.

PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Sur le sens exact du mot "al-djebr".

Par CARRA DE VAUX à Paris.

Le mot *al-djebr* n'est pas toujours opposé au mot *al-mukâbalah,* comme on pourrait le croire d'après le titre de l'ouvrage d'AL-KHÂRIZMI. On le trouve aussi opposé au mot *el-hall,* et défini de la manière suivante (Arithmétique de TAKI ED-DIN EL-HANBALI; ms. de la Bibliothèque Nationale de Paris, suppl. arabe, 951, Livre I, chapitre V): »Le *djebr* et le *hall* ont chacun deux sens distincts. C'est le *djebr* lorsqu'on dit: De combien accrois-tu (*tudjabbir*) 10 pour obtenir 17, ou bien lorsqu'on cherche par quelle quantité il faut multiplier 10 pour obtenir 17. C'est le *hall* lorsqu'on demande: quelle est la quantité telle que lorsqu'on l'a multipliée par le nombre qu'il faut abaisser (*el-mahtout*), on obtienne le nombre jusqu'auquel il faut l'abaisser (*el-mahtout ileïhi*); par exemple quand on demande: par quoi faut il diviser 10 pour obtenir 7. Ou bien lorsqu'on demande ce qu'il faut retrancher de 10 pour obtenir 7.»

Le même auteur, au L. II, Ch. III, traite du *djebr* et du *hall* pour les fractions.

Voici une autre définition des deux mots *djebr* et *hall* (Arithmétique d'IBN EL-HÂÏM; ms. de la Bibliothèque Ambrosienne de Milan, &, 64, sup. f° 28, r°.): »Le *djebr* c'est de compléter un nombre de façon qu'il devienne égal à un nombre donné. Exemple: on demande de rendre $\frac{5}{8}$ égal à 1 entier.

Tu divises 1 par $\frac{5}{6}$; tu as $1 + \frac{1}{5}$, que tu multiplies par $\frac{5}{6}$, et tu obtiens 1. Ou bien: Tu prends le rapport de la différence $1 - \frac{5}{6}$ à $\frac{5}{6}$; tu as $\frac{1}{5}$; et si tu ajoutes à $\frac{5}{6}$ leur sixième, tu obtiens 1. Le *hatt* c'est de réduire un nombre de façon qu'il devienne égal à un autre nombre donné.» L'auteur fournit un exemple analogue.

Il est donc clair que le *djebr* c'est l'opération exprimée par les deux équations:

$$a + x = b, \qquad a \times x = b.$$

et que le *hatt*, c'est l'opération qu'expriment ces deux-ci:

$$a - x = b, \qquad \frac{a}{x} = b.$$

Comme ces quatre opérations sont les plus simples possible de l'algèbre, on doit croire que tel est bien le sens primitif des deux mots. Dans la langue le verbe *djabbara* signifie: restaurer quelque chose de brisé, et le verbe *hatta* signifie: descendre.

AL-KHÂRIZMI n'a pas donné la définition des termes *djebr* et *mukâbalah*. HADJI KHALFAH dans son célèbre dictionnaire bibliographique (t. II, p. 582) la donne de la façon suivante: »le *djebr* c'est ajouter ce qui manque à l'une des deux quantités mises en équation pour qu'elle devienne égale à l'autre; le *mukâbalah*, c'est ôter l'excès de l'une des deux quantités pour la rendre égale à l'autre.»

L'auteur donne ici à *mukâbalah* le sens du mot *hatt*; selon la langue, *mukâbalah* signifie: comparaison.

Le mot *djebr*, dont nous venons d'indiquer le sens primitif, a ensuite servi à désigner un nombre indéterminé de questions diverses, parmi lesquelles six sont fondamentales, selon AL-KHÂRIZMI (trad. p. 35) et selon AL-KHAWWÂM (ms. de la Bibl. nat. de Paris, 1133, anc. fonds arabe L. IV). Le mot *hatt*, devenu impropre à cause de la complication des problèmes, a disparu devant le mot *mukâbalah*.

Magister Robertus Anglicus in Montepessulano.

Par PAUL TANNERY à Paris.

L'article de M. STEINSCHNEIDER sur *Johannes Anglicus und sein Quadrant* (Biblioth. Mathem. 1896, p. 102—104), appelle peut-être une réponse de ma part.

Je dois dire tout d'abord que jusqu'à présent je n'ai encore rien publié de mes recherches sur ce sujet; j'ai seulement fait, au commencement de l'année 1896, une communication verbale à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres de Paris; puis en juillet dernier, j'ai présenté à cette Académie un mémoire dont l'impression est commencée pour le Recueil des Notices et Extraits des MSS., et qui comprend, en dehors des prolégomènes:

1° le texte, établi sur les trois plus anciens manuscrits de Paris, du traité du »*Quadrans*« attribué à JEAN DE MONTPELLIER;

2° une ancienne traduction grecque de ce traité;

3° la partie inédite de l'opuscule *Compositio tabulae quae saphea dicitur sive astrolabium Arzachalis*, dont SÉDILLOT a donné (*Recherches sur les instruments astronomiques des Arabes*) quelques extraits, comme faisant partie d'une traduction par PROFATIUS d'un ouvrage d'ARZACHEL, mais qui, comme M. STEINSCHNEIDER[1] la reconnu le premier, est un traité original, rédigé en 1231 par un GUILLELMUS ANGLICUS. Grâce à un second manuscrit de ce traité (Bibl. Nat. lat. 16652), j'ai d'ailleurs constaté que ce GUILLELMUS, Anglais de naissance, bourgeois de Marseille, médecin de profession (et enseignant l'astronomie, probablement à Montpellier), est bien l'auteur du traité *De urina non visa*, que BALE et PITZ font vivre vers 1350 et dont ils font absurdement le père du pape URBAIN V, qui était de la famille des Grimoard du Gévaudan.

M. CURTZE, qui était, indépendamment de moi, arrivé à la conviction que l'auteur du traité du *quadrans* s'appelait Magister ROBERTUS (et non JOHANNES) ANGLICUS *in Monte Pessulano*, a bien voulu me fournir de précieux renseignements que j'ai utilisés pour les prolégomènes de mon travail. J'ai amplement profité d'autre part des indications fournies par M. STEINSCHNEIDER dans ses *Hebr. Übersetzungen*.

Je comprends très bien que l'illustre savant de Berlin, d'après l'ensemble des matériaux qu'il avait réunis, persiste dans

ses précédentes conclusions, mais je suis persuadé que s'il avait pu utiliser les manuscrits de Paris, comme je l'ai fait, ou examiner ceux d'Allemagne que M. CURTZE m'a signalés, il reconnaîtrait que le nom de JOHANNES n'a été introduit que par une confusion de l'abréviation *Ro.* avec l'abréviation *Jo.*, et que si le nombre des manuscrits qui donnent JOHANNES, est relativement considérable, cela vient seulement de ce que le prénom JEAN est plus commun que celui de ROBERT.

Le même Magister ROBERTUS ANGLICUS *in Montepessulano* a composé également un Commentaire sur la sphère de SACROBOSCO, commentaire qui existe à Paris comme à Oxford (*Digby* 48), mais aussi dans le manuscrit de Salzbourg, analysé par MORITZ CANTOR (*Römischen Agrimensoren*, p. 158), le dernier manuscrit donne comme finale: »Finita est ista compilatio super materiam de spera celesti ad maiorem introductionem scolarium *Parisiis* studentium, quam composuit Magister ROBERTUS ANGLICUS et finivit anno domini 1271.» Les deux autres manuscrits donnent la même finale, mais avec *Monte Pessulano* au lieu de *Parisiis*, et celui d'Oxford a 1272 comme date.

Sans le traité du »Quadrans», qui fut certainement écrit au XIIIe siècle à Montpellier, nous ne saurions pas si le *Magister* ROBERTUS ANGLICUS qui composa le Commentaire sur la Sphère de SACROBOSCO, professait à Paris, à Montpellier, ou même à Oxford. Mais il me semble que le doute n'est pas permis. J'ajoute qu'un acte de 1240 du Cartulaire de l'université de Montpellier mentionne un ROBERTUS ANGLICUS, et qu'il est possible de supposer un lien de parenté entre ce personnage et GUILLELMUS ANGLICUS; si en effet pour ce dernier le surnom d'*Anglicus* indique certainement l'origine immédiate, pour ROBERTUS ce peut déjà être un nom de famille.

J'arrive maintenant aux remarques, nouvelles pour moi, du dernier article de M. STEINSCHNEIDER. Je regrette de ne pouvoir y souscrire, car rien ne me paraît prouver ni que le *Magister* ROBERTUS ANGLICUS *in Montepessulano* ait jamais traduit aucun ouvrage arabe, ni qu'il ait écrit des traités d'alchimie.

Tout d'abord le ROBERTUS ANGLICUS alchimiste, dont parle TANNER (*Bibl. Brit.* p. 636), d'après LELAND et celui-ci d'après GESNER et CORNELIUS AGRIPPA, a daté un de ses ouvrages *(De impressionibus aeris)* de 1325. Il est donc sensiblement postérieur; d'ailleurs, s'il faut s'en rapporter à BALEUS (p. 389) »sub Fratris Perscrutatoris cognomine suos vulgabat foetus». Il serait du reste né à York et aurait appartenu à l'ordre des Domini-

cains. Aucun de ses écrits ne paraît enfin, ni être une traduction, ni intéresser les mathématiques.

C'est évidemment tout-à-fait à tort que TANNER a attribué à ce *frater Perscrutator* le Commentaire sur SACROBOSCO de *Magister* ROBERTUS ANGLICUS. Quant à la traduction de l'opuscule ALKINDUS *de judiciis*, qu'il lui attribue également, elle a été certainement faite par un troisième ROBERTUS.

Tout d'abord il ne me paraît nullement établi que cette traduction doive être datée de 1272, comme le Commentaire. En effet, dans aucun des manuscrits énumérés par M. STEINSCHNEIDER, la mention ALKINDUS *de judiciis ex arabico latinus factus per* ROBERTUM ANGLICUM *anno 1272* n'est tirée du texte; ce n'est qu'une indication de catalogue, due sans doute à GERARD LANGBAINE, qui aura transporté la date du Commentaire *(Digby 48)* sur un manuscrit de la traduction *(Digby 91)*, parce qu'il a cru qu'elle était du même auteur.

Mais il est facile de reconnaître que d'auteur du catalogue faisait confusion. Il n'y a en fait que trois manucrits connus de la traduction qui portent un nom; ce sont les suivants, qui donnent les mentions ci-après:

1. Ashmol. 434 (XVI[e] siècle). »Finit liber ALKINDI, translatio ROBERTI ANGLIGENI de c. h. o. e. l. l. e.»

2. Ashmol. 179 (vers 1600). »Finit liber ALKINDI, translatio ROBERTI ANGLIGENI Anglici de ch. c. 81. l. e.»

3. Ashmol. 209 (17[e] siècle). »Finit liber ALKINDI, translatio ROBERTI ANGLIGINÆ de chebil.»

Evidemment ces trois manucrits représentent un même prototype où le traducteur, sans se qualifier de *Magister*, s'était nommé ROBERTUS ANGLIGENUS *(Anglicus* dans 2 n'est qu'un doublet qui a provoqué la confusion; *Angliginæ* dans 3 n'est qu'une correction de latiniste, avec un *lapsus calami*). Il avait ajouté un nom d'origine (?), qui paraît avoir été assez peu lisible sur le prototype, mais pour lequel on peut admettre la leçon *de Chebile*, jusqu'à plus ample informé.

Il ne m'appartient pas de discuter si ce ROBERTUS ANGLIGENUS *de Chebile* doit être identifié avec ROBERTUS RETINENSIS par exemple, ou s'il faut le considérer comme une personnalité bien distincte. Mais en tous cas, je me refuse à le confondre avec le *Magister* ROBERTUS ANGLICUS *in Montepessulano*, de même que je regarde ce dernier comme incontestablement différent de tout autre ROBERTUS qualifié d'ANGLICUS sur les manuscrits (et non pas seulement sur les catalogues), comme par

exemple au XIII[e] siècle, ROBERT GROSSETESTE (l'évêque de Lincoln) ou ROBERT KILWARDEBY.

P. S. Pour répondre à un désir exprimé par M. STEINSCHNEIDER, j'ajoute les indications suivantes, en regrettant de ne pouvoir, pour le moment, leur donner plus de précision.

Autant que j'en ai pu juger par un examen rapide des manuscrits de la Bibliothèque Nationale de Paris qui contiennent le texte des diverses éditions latines du *Quadrans novus* de PROFATIUS, ce dernier n'a commis aucun plagiat à l'égard de ROBERTUS ANGLICUS. L'instrument de PROFATIUS est nettement différent du *quadrans vetus* et sensiblement plus complexe, devant remplacer l'astrolabe dans tous ses usages. La partie géométrique de l'opuscule de ROBERTUS n'a pas davantage été copiée par PROFATIUS.

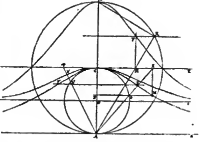
Mais il ne m'est pas possible de dire dès maintenant jusqu'à quel point l'invention de PROFATIUS est originale ou au contraire imitée des modèles arabes. Quant au quadrant de ROBERTUS ANGLICUS, c'était certainement un instrument connu dans l'occident latin bien avant cet auteur. Cet instrument serait même tout-à-fait arabe, s'il ne comportait pas une adaptation aux mois romains; mais une pareille adaptation a très bien pu être faite en Espagne même pour l'usage des chrétiens du pays, si non pour l'exportation dans les contrées voisines.

[1] STEINSCHNEIDER, *Etudes sur Zarkali;* Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **20**, 1887, p. 579, 593, etc.

Versiera, Visiera e Pseudo-versiera.

Appunti di GINO LORIA a Genova.

Nell' ottimo periodico L'intermédiaire des mathématiciens il sig. E. N. BARISIEN[1] ha segnalato il fatto che sotto il nome di »curva d'AGNESI» vennero designate due figure differenti ed ha chiesto quale di esse vi avesse indiscutibile diritto. Il suo desiderio venne prontamente soddisfatto.[2] Tuttavia non venne ancora osservato come sotto quel medesimo nome siano state comprese altre curve le quali, pur presentando qualche analogia con quella immaginata (od almeno divulgata) da MARIA GAETANA AGNESI, ne differiscono per il modo di generazione e le proprietà. Scopo di questa nota è di chiarire tali equivoci ed impedire la diffusione di concetti e denominazioni non esatti.



Dato il cerchio di diametro AC, il luogo di un punto M tale che, condotta da esso la perpendicolare al diametro AC e determinatene le intersezioni B, D con quel diametro e la periferia di quel cerchio, si abbia

$$(1)\quad AB:BD = AC:BM,$$

è una curva che s'incontra a pag. 380—381 del T. I delle famose *Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana di D^na^ MARIA GAETANA AGNESI* (Milano 1748), ove essa è designata col nome di »la Versiera». Se la scienziata italiana sia l'inventrice di tale curva non risulta dalle sue parole; ma siccome sino ad ora non fu possibile trovare qualche traccia anteriore della curva, così non a torto questa vien denominata »visiera di AGNESI». Quanto alle ragioni che indussero la AGNESI a scegliere il nome di versiera, esse si cercherebbero invano nelle citate *Istituzioni*, nè è facile indovinarle tenendo presente il significato di tale vocabolo;[3] meglio è, a parer nostro, tener presente la forma sinuosa della curva e collegarla al verbo latino *vertere* che significa volgere, rivolgere, voltare o rivoltare.

Nell' opera citata della curva di cui ci occupiamo non è nemmeno iniziato uno studio metodico. Soltanto è notato (p.

391—393) che la versiera è costruibile come segue Si conduca pel punto A una trasversale arbitraria, che tagli la periferia del dato cerchio in D ed in E la tangente (t) in C al cerchio stesso; le parallele condotte da E a AC e da D a t si tagliano in uno punto M della curva. Infatti, dalla costruzione emerge essere $AB : BD = AC : CE$, proporzione che coincide con la (1) essendo $CE = BM$.

Detto a il diametro AC e presa per asse delle x la tangente e per asse delle y la normale in A al cerchio dato, la proporzione (1) si traduce subito nell'equazione seguente

$$x^2 y = a^2 (a - y). \tag{2}$$

Da questa emerge che la versiera è una cubica piana razionale avente per punto isolato il punto all'infinito dell'asse delle y e per asintoto d'inflessione l'asse delle x; di più passa pel punto C e tocca ivi la retta t. Altre particolarità della curva si possono dimostrare notando che l'equazione (2) è sostituibile colle due seguenti:

$$x = \lambda, \qquad y = \frac{a^3}{a^2 + \lambda^2}; \tag{3}$$

da tale rappresentazione parametrica della versiera, si deduce che

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = a^2$$

è la condizione di collinearità dei tre punti di essa aventi per parametri $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ e che in conseguenza essa possiede a distanza finita due flessi F, F' aventi per coordinate

$$x = \pm \frac{a}{\sqrt{3}}, \qquad y = \frac{3a}{4}.$$

È opportuno notare quì due altre forme sotto cui venne scritta l'equazione della versiera. Una s'incontra nel passo dianzi citato del BOOTH ed è

$$y = 2a \sqrt{\frac{x}{2a - x}}; \tag{4}$$

scambiando in essa x con y e ponendo $2a = a'$ essa diviene

$$x = a' \sqrt{\frac{y}{a' - y}},$$

e ponendo poi $x' = x$, $y' = a' - y$ la si muta in

$$x' = a' \sqrt{\frac{a' - y'}{y'}} \quad \text{cioè} \quad x'^2 y' = a'^2 (a' - y'),$$

che non differisce in sostanza dalla (2). — Se invece nella (4) si cambia $2a$ in a si ottiene

$$(5) \qquad y = a\sqrt{\frac{x}{a-x}},$$

forma usata dal sig. J. MISTER[4] e ricordata dal sig. BARISIEN nel c. l.

La versiera di AGNESI è fornita di interessanti proprietà metriche, di cui almeno un pajo vogliamo quì dimostrare. Osserviamo a tale scopo che dalla (2) si trae

$$\int y dx = a^3 \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = a^2 \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + \text{cost.},$$

epperò

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y dx = a^2\, 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi a^2 = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2;$$

e questa relazione dice: *l'area compresa fra la versiera ed il proprio asintoto equivale al quadruplo dell' area del circolo che serve a costruire la curva.* Dalla stessa equazione (2) si deduce:

$$\int y^2 dx = \int \frac{a^6 dx}{(a^2 + x^2)^2} = \frac{1}{2}\frac{a^4 x}{a^2 + x^2} + \frac{a^3}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$$

in conseguenza

$$\pi \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 dx = \frac{\pi a^3}{2}\, 2 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi^2 a^3}{2}.$$

Se ora si osserva che il cerchio considerato ruotando attorno all'asintoto della curva genera un solido il cui volume è dato da $\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot 2\pi\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{\pi^2 a^3}{4}$, si arriva al seguente teorema: *La versiera ed il circolo che serve a costruirla ruotando attorno all'asintoto della curva generano due solidi di cui il primo ha un volume doppio del secondo.*

Il Prof. PEANO nelle sue *Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale* (Torino 1887) ha considerata (p. 87) una curva, da lui chiamata »visiera di AGNESI» e che si costruisce come segue: Si consideri ancora il cerchio che interviene nella costruzione della versiera e si tracci per A una trasversale arbitraria; siano T e U le sue intersezioni con la tangente t e la periferia del dato cerchio; il punto medio N del segmento TU appar-

tiene al luogo trattato dal PEANO. Detto φ l'angolo della trasversale col diametro AC e ρ la lunghezza del segmento AN, avremo:

$$\rho = AN = \frac{1}{2}(AT + AU) = \frac{a}{2}\left(\frac{1}{\cos\varphi} + \cos\varphi\right);$$

e poichè $y = \rho\cos\varphi$, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, si conclude che l'equazione cartesiana del luogo in discorso è:

$$(6) \qquad (2x - a)(x^2 + y^2) - ax^2 = 0.$$

È una cubica circolare (cioè passante pei punti ciclici del piano), avente A per punto isolato e per asintoto d'inflesso la perpendicolare s condotta dal centro O del dato cerchio al diametro AC. È dunque una curva ben distinta dalla versiera; è una curva abbastanza notevole a cui ci sembra guistizia applicare il nome di »visiera di PEANO«.

Le coordinate dei punti della visiera si possono esprimere come segue in funzione razionale di un parametro:

$$(7) \qquad x = \frac{a}{2}\frac{\lambda^2 + 2}{\lambda^2 + 1}, \qquad y = \frac{a}{2}\frac{\lambda^3 + 2\lambda}{\lambda^2 + 1};$$

segue da queste che la condizione di collinearità di tre punti aventi per parametri λ_1, λ_2, λ_3 è:

$$\lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_1 + \lambda_1\lambda_2 - 2 = 0,$$

e che la curva possiede al finito due flessi aventi per coordinate

$$x = \pm\frac{4a}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}, \qquad y = \frac{4a}{5}.$$

Anche la visiera dà argomento a notevoli proposizioni metriche. Per citarne una osserviamo che dalle tre equazioni

$$x = \rho\,\text{sen}\,\varphi, \qquad y = \rho\cos\varphi, \quad \rho = \frac{a}{2}\left(\cos\varphi + \frac{1}{\cos\varphi}\right)$$

si deducono le due altre

$$x = a\left(\text{sen}\,\varphi\cos\varphi + \frac{\text{sen}\,\varphi}{\cos\varphi}\right), \qquad y = \frac{a}{2}(\cos^2\varphi + 1);$$

onde, se si prende per nuovo asse delle x l'asintoto della visiera si avrà

$$x = a\left(\frac{1}{4}\,\text{sen}\,2\varphi + \frac{1}{2}\,\text{tg}\,\varphi\right), \qquad y = \frac{a}{2}\cos^2\varphi$$

e

$$\int x dy = -\frac{a^2}{2}\int (2 \operatorname{sen}^2\varphi - \operatorname{sen}^4\varphi) d\varphi$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} x dy = \frac{a^2}{2}\left(2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}^2\varphi\, d\varphi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}^4\varphi\, d\varphi\right) = \frac{1}{2}\,\frac{5}{4}\,\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

Ciò prova che: *l'area compresa fra la visiera ed il proprio asintoto è* $\frac{5}{4}$ *dell'area del circolo che serve a costruire la curva.*

Vi è uno terzo luogo geometrico che a torto venne identificato colla versiera di AGNESI. Infatti nell' *Essai sur la géométrie de la règle et de l'équerre par M.* G. DE LONGCHAMPS (Paris 1890) si legge la seguente pretesa costruzione della »courbe d'AGNESI». Dati tre punti A, C, G in linea retta, il secondo dei quali bisechi il segmento terminato dagli altri due, si conduce da esso la perpendicolare t alla retta ACG; poi si traccia per A una retta arbitraria incontrante t in H, e si abbassa sopra di essa la perpendicolare GK: le parallele condotte da H a ACG e da K a t si tagliano in un punto P di cui si cerca il luogo geometrico. A tale scopo osserviamo che, descritta la circonferenza di centro e raggio $CA = CG$, il punto K altro non è che l'intersezione di essa con la trasversale condotta per A. Presi poi ACG per asse delle y e la perpendicolare ad essa in A per asse della x, e detto φ l'angolo della trasversale con ACG, avremo

$$y = 2a\cos^2\varphi, \qquad x = a \operatorname{tg}\varphi$$

donde eliminando φ si ottiene

$$x^2 y = a^2(2a - y); \tag{6}$$

se in essa si fa $2a - y = x'$, $x = y'$, si ottiene l'equazione

$$y' = a\sqrt{\frac{x'}{2a - x'}},$$

ricordata pure dal sig. BARISIEN.

La curva rappresentata dall' equazione (6) è una cubica razionale, ma non è una versiera di AGNESI; essa — che può chiamarsi »pseudo-versiera di LONGCHAMPS» — ha però colla versiera (2) una relazione geometrica assai semplice. Infatti se

sulla curva rappresentata dall' equazione (6) noi eseguiamo la trasformazione (affinità) determinata dalle equazioni

$$x = x', \qquad y = 2y',$$

otterremo la curva rappresentata dalla

$$x'^2 y' = a^2(a - y');$$

ora questa curva è la versiera, onde possiamo dire: *La pseudoversiera di* LONGCHAMPS *si ottiene dalla versiera di* AGNESI *raddoppiandone tutte le ordinate perpendicolari all' asintoto.*

[1] L'intermédiaire des mathématiciens **1**, 1894, p. 153 (Question 288).

[2] L'intermédiaire des mathématiciens **2**, 1895, p. 83.

[3] »Nome finto di un demonio« dice il MANUZZI (*Vocabolario della lingua italiana,* T. II, 2ª Parte, Firenze 1840), il quale cita ancora i due versi seguenti in cui s'incontra la parola versiera:

»Hai tu veduto Costei, che certo la versiera fia?« (PULCI, *Morgante maggiore*).

»Come il diavol si fugge o la versiera« (BERNI, *Orlando innamorato*).

Senza dubbio gli è in vista di tale significato della parola *versiera* che il BOOTH chiamò la curva in questione »the witch or the curve of AGNESI« (*A treatise on some new geometrical methods,* T. I, London 1873, p. 302—303).

[4] MISTER, *Propriétés de la courbe d'Agnesi.* Mathesis **7**, 1887, p. 1.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

32. Wir haben zuletzt uns mit den Juden beschäftigt, welche in Spanien unter Alfons X. von diesem ebenso abergläubischen als nach Wissen strebenden Fürsten, insbesondere zu Übersetzungen, Bearbeitungen und Ergänzungen arabischer Werke über theoretische und praktische Astronomie — letztere so viel als Astrologie — herangezogen wurden. Eine in ihrer Art so merkwürdige Zeit erzeugt gewöhnlich ein Geschlecht von *Epigonen*, die, vielleicht teilweise in Erkenntnis ihrer eigenen Bedeutungslosigkeit, sich hinter bekannte Namen stecken. Auf diesem Boden kann kaum die strenge Kritik zu sichern Resultaten führen, indem alle ihre sachlichen und sprachlichen Mittel in Anwendung gebracht werden, was nur unter Autopsie der hier hauptsächlich in Betracht kommenden Manuscripte möglich ist. In wie weit Herr Rico y Sinobas in seiner Übersicht des Materials (Einleitung zu t. V der *Obras del Saber de Astron.*) dieser Aufgabe gerecht geworden, ist nicht leicht zu beurteilen. Mir scheint, als ob er in einer, im Ganzen berechtigten Voreingenommenheit für den hohen Mäcen, Alles für verdächtig oder unecht erkläre, was ihm nicht wissenschaftlich genug vorkommt, um der hohen Protection würdig zu sein. Diesem persönlichen Kriterium widerspricht eine Anzahl echter Schriften und die sichtbare Tendenz einiger auch der Wissenschaft dienenden.

Daneben bedarf es auch einer historischen Kritik gegenüber den Angaben nicht bloss jüngerer Catalogisten und Bibliographen, sondern auch der Manuscripte selbst. In Anwendung dieser allgemeinen Bemerkungen auf unser specielles Thema erklärte ich den angeblichen grossen Astronomen Rabbi Moses zur Zeit Alfons' (nach Suarez Arguello, bei Rico y Sinobas l. c. V, 49) für eine Fiction, wahrscheinlich entstanden aus dem oben (§ 31) erwähnten Jehuda ben Moses (Hebr. Bibliogr. XXI, 135).

Notizen über noch zu wenig bekannte Manuscripte, meist Kalenderkunde betreffend, aus der 2. Hälfte des XIII. Jahrh. werde ich am Ende dieses Zeitraums mit kurzen Citaten erledigen; hier sei nur ein einziges hervorgehoben. Das Wiener ms. 59 (Goldenthal) citirt die Formel eines vierjährigen Cyklus

(wenn ich recht verstehe) der Quatemberberechnung, auf alle Zeiten anwendbar, angeblich berechnet von einem rühmlich bekannten älteren französischen Gelehrten JOSEF, genannt *Bechor Schor* (nach Deut. 33, 17), anfangend mit dem Jahre 5017 der Welt (1257), nachzutragen in dem bibliographischen *Thesaurus* von BENJACOB, S. 670. GEIGER meint, der Copist könnte sich im Datum geirrt haben, da JOSEF noch im XII. Jahrh. lebte (s. *Catal. Bodl.* p. 1446 u. Add.); G. WALTER (*Joseph Bechor Schor*, Leipzig 1890 S. 14 A. 5) citirt GEIGER, ohne dessen Bedenken zu erwähnen, und spricht einfach davon, dass JOSEF das Kalenderwesen »durch kleinere Arbeiten» (der plural ist ganz unbegründet) bereichert habe. Die Notiz stammt aus einer unedirten Schrift des ISAK ISRAELI in Toledo (nach 1310) und beruht wohl auf einer älteren Nachricht; es wäre ja auch möglich, dass der Schreiber dieser Notiz das Datum des Anfangs nach seiner eigenen Zeit geändert habe, wie das häufig in Tabellen vorkommt, dass die verflossenen Jahre weggelassen werden. Dann würde JOSEF in der Reihe seiner französischen Zeitgenossen (oben § 24 S. 78) nachzutragen sein. (Vergl. unten § 35 zum Jahre 1259.)

Beachtenswert ist das Bekenntnis des Spaniers ABRAHAM ABULAFIA (geb. 1250), den seine allgemeine Bildung nicht von den abstrusesten Ausgeburten einer ungezügelten Phantasie zurückhielt, die sich auch in Zahlcombinationen erging; er gesteht, sich mit Mathematik wenig beschäftigt zu haben, weil »Nichts davon *ins Hebräische übersetzt sei*».[1] In der That ist der arabische EUKLID erst 1270 von MOSES IBN TIBBON übersetzt. Danach haben wir die *Verpflanzung arabischer Mathematik auf hebräischen Boden* in die 2. Hälfte des XIII. Jahrhunderts zu setzen.

Hingegen gehört der angebliche Astronom JAKOB AL-KARSCHI spät ins XIV. Jahrhundert, wenn er, wie ich vermute, identisch ist mit JACOB CARSONO, von dem unter dem Jahre 1378 die Rede sein wird.

33. Um 1260—80 lebte SALOMO BEN MOSES MELGUEIRI (d. h. aus Melgueil), von welchem sich Übersetzungen philosophischer und medicinischer Schriften aus dem *Lateinischen* erhalten haben[2]. Von einer seiner Schriften ist bloss der etwas befremdliche Titel: *Kez li-Techuna* bekannt, vielleicht eine Kosmographie, oder eine Astronomie[3]; ob ein Originalwerk oder eine Übersetzung aus dem Lateinischen, lässt sich nicht feststellen.

Einen Mathematiker, MEIR IBN NA'HMIAS, ohne Zweifel

in Toledo, vor 1272, finde ich in meinen Notizen ohne Quellenangabe, wahrscheinlich nach einem Citat aus diesem Jahre.

Durch das XIII. Jahrhundert zieht sich ein Kampf um die Religionsphilosophie, namentlich um die allegorische Bibeldeutung des MAIMONIDES (gest. 1204); der Schauplatz war vorzugsweise die Provence nebst Nordspanien, die Grenzen arabischer und christlicher Bildung. Allein neben dem Philosophen MAIMONIDES hatte sich der Exeget ABRAHAM IBN ESRA mit seiner, von MAIMONIDES perhorrescirten *Astrologie* geltend gemacht, und, seltsam genug, verstanden sich Wortführer des Rationalismus zu einem Eklekticismus aus solchen Gegensätzen. Eine hervorragende Stellung unter diesen nahm der Encyklopädiker LEVI BEN ABRAHAM BEN CHAJJIM, geboren gegen 1240—1250 zu Villefranche de Conflent (unweit Perpignan) ein, nicht durch Originalität, sondern durch Volkstümlichkeit, obwohl er es wagte, die jüdischen Casuisten auf die christlichen Rechtslehrer hinzuweisen. Seine Encyklopädie (1275) enthält in Kap. 36—40 *wörtliche* Auszüge aus den hebräischen astrologischen Schriften des ABRAHAM IBN ESRA, so dass man Verfasser und Epitomator leicht verwechseln konnte [4].

34. In Italien, namentlich in Rom, hatte sich die jüdische Gelehrsamkeit, mit wenigen Ausnahmen, auf die specifischen Studien von Bibel, Talmud und Gesetz beschränkt; erst kurz vor der Mitte des XIII. Jahrhunderts begannen profane Disciplinen, teilweise in eingewanderten Provençalen und Spaniern, erwähnenswerte Vertreter zu finden. Unter den Gesetzkundigen zeichnete sich eine der vier ältesten Familien aus, deren Namen hebräisch ANAWIM (Bescheidene), italienisch: MANSI oder PIATELLI [5]. Zu dieser gehört BENJAMIN BEN ABRAHAM, welcher (um 1260—69) in einem Ritualwerk einen Cyklus von 14 Jahresformen aufstellte, welcher unter der Benennung »14 Pforten« später, abgesondert, oder in anderen Kalenderwerken, meist anonym, copirt und auf andere Zeiten angewendet wurde, vielleicht auch einem sehr seltenen Drucke vom J. 1547 zu Grunde liegt [6].

Im J. 1268 soll in Znaim (in Mähren) ein Jude (?) ISAK WETZLAR, Verfasser von arithmetischen Tabellen, gestorben sein. Ich habe für diese Nachricht keine andere Quelle finden können, als M. P. YOUNG, *Alphabetische Liste aller gelehrten Juden* etc. (Leipzig 1817) S. 431. So lange die Originalquelle nicht aufgefunden ist, darf man, bei der sonstigen Beschaffenheit jener, ohne Kenntnis und Kritik zusammengestoppelten Liste an der Thatsache zweifeln [7].

Eben so wenig zuverlässig ist ASSEMANI's Catalog der hebr. mss. im Vatican, unter N. 389[8], wo (f. 61—123) eine Abhandlung über die Ursachen der Sonnen- und Mondfinsternisse, über die Aspecte der Planeten und die entsprechenden Urteile, also ein Werk über Astrologie, in 14 Kapp. (wovon 1—6, 12, 13 fehlen) von NATAN HA-MEATI (nach meiner Namensdeutung aus Cento stammend) am 3. Mai 1280 beendet sein soll. BARTOLOCCI bezog das Epigraph auf den vorhergehenden ALFERGANI in hebräischer Übersetzung (des JAKOB ANATOLI, 1231—5); ASSEMANI übersetzt das zweideutige hebr. Verb (*ha'atakti*): *»descripsi»*. Allein NATAN ist als Übersetzer mehrerer *medicinischer* Werke aus dem Arabischen bekannt, unter andern des Kanon von AVICENNA (1279); es ist daher unwahrscheinlich, dass er ein astrologisches Werk 1280 copirt habe, weshalb ich dieses ms. in meinem Werke (*Hebr. Übersetz.* S. 595), am Schluss der arabischen Mathematiker aufgeführt habe. Nach wiederholter Erwägung möchte ich fast vermuthen, dass das Epigraph gar nicht zu einem astrologischen Werke gehöre; Positives kann nur fachkundige Untersuchung lehren.

Um diese Zeit verfasste der Kabbalist JOSEF GIKALILIA (richtiger CHIQUITILLA) in Medinat Celi (Spanien) im Alter von 26 Jahren seine, auch Zahlenmystik enthaltende Compilation. *Ginnat Egos*, zuerst gedruckt in Hanau 1614; der II. Teil hat einen astronomischen Excurs, aus welchem wir hervorheben, dass dem Monde ein Eigenlicht beigelegt wird (s. den Artikel: JOSEF G. von D. CASSEL in ERSCH und GRUBER, Bd. 31 S. 77; vgl. mein *Intorno ad Aven Natan e le teorie sulla origine della luce lunare* ecc.; Bullet. di bibliogr. d. sc. matem. 1, 1868, S. 38. AVEN NATAN erkannte ich später als IBN HEITHAM).

Die verhältnismässige Dürftigkeit dieses halben Jahrhunderts wird reichlich aufgewogen durch einen einzigen Mann, der demselben angehörte, aber wahrscheinlich noch bis 1307—1308 lebte, nämlich JAKOB B. MACHIR oder PROPHATIUS. Seine Stelle ist nach seinen bedeutendsten Schriften am Ende des XIII. Jahrh.; wir werden daher zunächst die erwähnten kalendarischen Manuscripte kurz erledigen und dann mit PROPHATIUS den Übergang zum materienreichen XIV. Jahrh. machen.

35. *Kalender*-Werke, theoretische Anweisungen, mit oder ohne Begründung, Tabellen über bestimmte Jahrescyklen, in Handschriften erhalten, meist nicht näher geprüft, entweder ausdrücklich datirt oder eine Jahrzahl als Beispiel angebend (was allerdings nicht immer für die Abfassungszeit maassgebend ist, da jüngere Copien ihre Zeit für die des Prototyps setzen)

werden hier in der vorausgesetzten *chronologischen* Reihenfolge aufgezählt:

1257 »Goldene Tabelle» über Cyklus 265—92, ms. Bodl. URI 376 (NEUBAUER 1639). Die »goldne Zahl» gehört dem *christlichen* Kalender an.

1258—1259 Fragment? (zuletzt *ha-Ibbur*), ms. Hamburg 80 (N. 187 meines Catalogs) f. 46, wahrscheinlich identisch mit ms. 29 des Breslauer Seminars, in ZUCKERMANN's Catalog (*Jahresbericht des Seminars* 1870) S. 4. Ob zusammenhängend mit dem Quatembercyklus des JOSEF BECHOR SCHORR? s. oben § 32.

1264—1357 Tabellen in einem Gebetbuch, ms. Paris 644.

1267 Beispielsjahr in einem Kalenderwerk vom J. 1300—1301; s. unten.

1269—74 Tabellen, ms. Paris 620.

1275 Kalenderregeln, ms. Bodl., Michael 535 (NEUBAUER 1098, XXI, 12).

1276—1512 (Cyklus 276—8), nach CARMOLY, Revue Orientale I, 225 ms. Paris, Suppl. 1; der Pariser Catalog, unter n. 20, weiss Nichts davon; vgl. Hebr. Bibliogr. XIV, 79.

1279 beginnen Tabellen in einem ms. welches auch ein Kalenderwerk (*Ibbur*) von MOSES BEN JAKOB BEN MOSES BEN JOMTOB aus Londres (לונדריש, London) enthält (KAUFMANN in Jewish Quarterly Review III, 561).

1285 (ms. Fischl), s. später unter 1385.

1286—1379 Tabellen, ms. Rubens (Auctionscatalog S. 97, Cod. 9 Quarto).

1287—1331 Tabellen und Regeln, ms. Bodl. Oppenh. Qu. 668 (NEUBAUER 1100 II, Ende).

1290—1834 Tabellen in *persischer* Sprache, ms. Paris, nach MUNK (*Notice sur Saadia* p. 67), wovon Nichts im Catalog unter n. 129.

1300/1 eine interessante Compilation (*Sod ha-Ibbur*), jetzt ms. Berlin Oct. 352, weitläufig beschrieben in meinem Catalog 2 S. 70 n. 221.

[1] Hebr. Bibliogr. IV, 78.

[2] *Hebr. Übersetz.* S. 283 (so lies im Index S. 1064, für 253). — Seine Schriften sind in einer alten, erst kürzlich edirten Quelle irrtümlich dem MOSES IBN TIBBON beigelegt; s. die Berichtigung in Hebr. Bibliogr. VIII, 76; sie entging

S. BUBER, der im Text des von ihm edirten ISAK DE LATAS (mit dem ungenauen Titel: *Scha'are Zion*, Jaroslaw 1885 S. 42) und in seiner Note den falschen Namen *Samuel*, für SALOMO, adoptirt.

[3] Im Titel liegt eine Anspielung auf Na'hum 2, 10; eben so benennt er eine medicinische *Übersetzung* nach I. Sam. 23, 14 (*Hebr. Übersetz.* S. 822).

[4] Näheres im Verzeichnis der hebr. Handschr. der k. Bibl. in Berlin, 2 S. 140. — Über LEVI s. den Artikel in ERSCH u. GRUBER Bd. 45 S. 295 (wo noch ms. Deinard 34 hinzukommt) und *Hist. Lit. de la France* XXXI, 606.

[5] Auch UMANI. Ob auch *Rofe* (Arzt) Familiennamen geworden sei, ist fraglich.

[6] Hebr. Bibliogr. XVIII, 99.

[7] Ein Moralist ISAK WETZLAR (nicht *Heckscher*, wie BENJACOB, *Thesaur.* p. 261 n. 192 angiebt) lebte im XVIII. Jahrh.; s. Serapeum 1864 S. 58 n. 404[b], NEUBAUER n. 743[2]

RECENSIONEN. — ANALYSES.

A. Carli ED **A. Favaro.** BIBLIOGRAFIA GALILEIANA (1658—1895) RACCOLTA ED ILLUSTRATA. Roma 1896. In-8° VIII + 402 pages.

Cet ouvrage contient, en ordre chronologique, les titres de plus de deux mille écrits, avec des indications bibliographiques et des notes explicatives. On s'étonnera un peu qu'il existe un si grand nombre d'écrits concernant GALILEI, mais nous nous empressons d'ajouter, que les auteurs ont chiffré séparément différentes *éditions* de certains livres et nombré aussi à part des *analyses* d'ouvrages relatifs à GALILEI; de plus ils ont cité certains écrits où GALILEI n'est mentionné qu'en passant. Ainsi p. ex. dans l'ouvrage de PARASIN: *Systema mundi, in quo terræ immobilitas præcipue asseritur, ductis ex s. scriptura, ratione, et experientia argumentis* (Stockholmiæ 1648; [12] + 233 pages in-4°) signalé à la page 48 sous le n° 226, nous n'avons trouvé que dix lignes (p. 215, l. 4—8, p. 226, l. 1—5) se rapportant directement à GALILEI, et la *Storia di Inghilterra di* DAVID HUME (voir n° 761 à la page 183) semble avoir été signalée seulement parce qu'elle contient en passant un bref jugement sur la philosophie de GALILEI. En tout cas, les auteurs ont mis à jour par leur Bibliographie que les écrivains se sont occupés de l'éminent savant florentin beaucoup plus qu'on ne pourrait le croire à l'avance.

A la fin de la *Bibliografia Galileiana* il y a une table alphabétique des auteurs, et par un passage (p. VIII) de la préface on voit que MM. CARLI et FAVARO avaient originairement l'intention de dresser aussi une table des matières, mais qu'ils y ont renoncé à cause des difficultés qui s'opposaient à la réalisation de cette intention. Nous nous permettons de regretter vivement le manque d'une telle table, qui, selons nous, aurait été d'une très grande utilité, supposé naturellement qu'elle eût été convenablement rédigée. Par cette table on aurait pu trouver par un coup d'oeil p. ex. dans quels écrits les fameux mots »Eppur si muove» ont été mentionnés, et quels écrivains ont fait des études sur la philosophie de GALILEI. Par conséquent, nous ne pouvons nous ranger à l'avis des auteurs, que la table dont il s'agit »forse in ultima analisi sarebbe riuscito molto meno utile di quanto a prima giunta potrebbe credersi».

La *Bibliografia Galileiana* temoigne d'un grand zèle et d'une vaste érudition; cependant, en l'examinant de plus près, on est parfois tenté de croire que les auteurs, après avoir réuni et mis

en ordre les matériaux, ont été empêchés par d'autres occupations de soumettre l'ouvrage à une révision définitive. Voici quelques indications qui semblent confirmer cette supposition.

A la page VII de l'introduction on lit: »in generale, ogniqualvolta il titolo del lavoro non metteva nella necessaria evidenza l'argomento galileiano, lo abbiamo fatto seguire da illustrazioni». Il nous semble que cet avertissement concerne ce que les auteurs ont eu l'intention de faire, mais seulement avec des restrictions essentielles ce qu'ils ont fait, car nous avons noté un assez grand nombre d'écrits dont les titres sont reproduits sans additions, bien qu'ils ne fassent point de mention de GALILEI. S'il s'agit d'ouvrages relatifs au système de COPERNICUS, on peut très bien comprendre qu'il contiennent quelque chose sur GALILEI, mais peut-on dire que des écrits dont les titres sont p. ex. *Über die Himmelsgloben des* ANAXIMANDER *und* ARCHIMEDES (p. 202) et *Le recenti scoperte astronomiche* (p. 244) regardent évidemment GALILEI? En tout cas, des notes explicatives nous semblent avoir été à désirer pour les ouvrages dont les titres ne rendent point de compte du contenu, p. ex. celui intitulé (p. 250): *Scritti editi ed inediti di* VINCENZIO ANTINORI (Firenze 1868); sans doute le lecteur qui voudrait connaître tout ce qui a été écrit sur la philosophie de GALILEI, aurait été bien aise si la *Bibliografia Galileiana* avait reproduit au moins les renseignements que HOUZEAU et LANCASTER ont ajoutés en citant l'ouvrage d'ANTINORI (voir *Bibliographie générale de l'astronomie* I: 1 [Bruxelles 1889] p. 908).

P. 33. En s'appuyant sur une notice d'ALBÈRI, les auteurs signalent sans réserve, qu'un écrit de D. LIPSTORP: *Copernicus redivivus, sive de vero mundi systemate liber singularis* aurait été imprimé à Leide en 1635. Mais comme les ouvrages biographiques affirment que LIPSTORP ne naquit qu'en 1631, il est évidemment impossible qu'il eût publié son *Copernicus redivivus* déjà en 1635. En effet, la seule édition connue de cet écrit a paru en 1653 (cf. *Bibliografia Galileiana* p. 53), et la notice d'ALBÈRI renferme sans doute une simple faute d'impression, facile à corriger.

P. 130. Sous l'année 1762 est indiquée une note anonyme *De motu satellitum Jovis,* insérée aux Analecta transalpina, tome II, p. 104—111. Mais ce tome a aussi un autre feuillet de titre, savoir: »Epitome commentariorum regiæ scientiarum academiæ suecicæ pro annis 1747—1752, Suecico idiomate conscriptorum, sive analectorum transalpinorum volumen secundum», d'où il s'ensuit que

la note doit avoir été publiée en suédois plusieurs ans avant 1762. En effet, l'original suédois se trouve aux page 241—250 du tome IX (1748) des mémoires de l'académie des sciences de Stockholm (Vetenskapsakademiens handlingar), et on y voit que l'auteur était PEHR ELVIUS, secrétaire de l'académie (né en 1710, mort en 1749). Au reste, il y a deux autres traductions de cette note, savoir en allemand (*Von der Theorie der Bewegung der Jupitersmonden,* insérée à Der schwedischen Akademie der Wissenschaften Abhandlungen aus der Naturlehre, Haushaltungskunst und Mechanik X [1748], p. 243—252) et en russe (О теоріи движенія юпитеровыхъ спутниковъ, insérée aux Ежемѣсячныя сочиненія и извѣстія о ученыхъ дѣлахъ, 1763:1, p. 39—49).

P. 243. Après avoir mentionné un écrit de HENRI DE L'EPINOIS, les auteurs ajoutent: »Di questo medesimo autore abbiamo trovato citato un articolo dal titolo: „The history of Galileo" come inserito nei „Monthly notices of the astronomical society of London" dell' anno 1867, ma non ve lo abbiamo rinvenuto«. Nous ignorons s'ils font allusion ici à quelque ouvrage imprimé ou seulement aux notes qu'ils ont prises eux-mêmes. En tout cas il est aisé de deviner comment ou a pu attribuer par une erreur à L'EPINOIS un article sur GALILEI inséré au recueil cité. Si nous ouvrons le second tome de la *Bibliographie générale de l'astronomie* par HOUZEAU et LANCASTER, nous y trouverons à la colonne 141 le passage suivant:

L'Epinois, de. *Galilée, son procès, sa condamnation d'après des documents inédits etc.*
Revue des questions historiques, 1867.
*** *The history of Galileo.*
The Month, 1867.

Sans doute on a été induit à croire par ce passage que L'EPINOIS a publié dans les »Monthly notices« un article sur GALILEI. Mais par trois astérisques HOUZEAU et LANCASTER indiquent qu'un article est *anonyme,* et »The Month« ne signifie point »Monthly notices of the astronomical society of London«. En effet, l'article »The history of Galileo« doit être identique à N° 1167 de la *Bibliografia Galileiana* (cf. aussi HOUZEAU et LANCASTER l. c. II, p. 1577).

P. 298. Les auteurs citent un article de SCHANZ: *Die Literatur zur Galilei-Frage* inséré à »Liter. Handw. n[i] 16—18; 1878«. Mais il faut très peu de sagacité pour deviner que cet article est identique à celui signalé à la page 302: P. SCHANZ: *Die Literatur zur Galilei-Frage* (Literarischer Handweiser, zu-

nächst für das katholische Deutschland XVIII, n° 16—18, pag. 252—254). — Münster 1879.

P. 326. On trouve ici l'indication suivante: »Über Descartes und sein Verhältniss zu Galilei, von MÄRTENS. — Leipzig, B. G. Teubner, 1885», avec la remarque: »Non sapremmo ben dire dove abbiamo pescata e in questi termini tale indicazione, la quale non abbiamo poi potuto riscontrare». Mais en consultant l'»Indice dei nomi» du tome **18** (1885) du Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche, recueil qui ne doit pas avoir été inaccessible aux auteurs, on apprend sans trop de travail que l'article de H. MÄRTENS dont il s'agit, est inséré aux pages 457—459 du tome **16** (1885) de la Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Nous annexons ici quelques autres remarques que nous avons faites pendant la lecture de la *Bibliografia Galileiana.*

P. 26. Nous ignorons pourquoi les auteurs n'ont pas mentionné l'original du N° 119 publié à Middelburg en 1629 avec le titre: *Bedenckingen op den dagelyckschen, ende jaerlyckschen loop van den aerdt-cloot, mitsgaeders op de ware af-beeldinghe des sienslijcken Hemels,* et réimprimé à Dortrecht [où à Middelburg?] en 1650 et en 1666 (cf. BIERENS DE HAAN, *Bibliographie néerlandaise historique-scientifique des ouvrages importants, dont les auteurs sont nés aux 16e, 17e et 18e siècles, sur les sciences mathématiques et physiques avec leurs applications,* Roma 1883, p. 161). D'après HOUZEAU (*Vade-mecum de l'astronome,* Bruxelles 1882, p. 352), il y en a aussi une traduction française par D. GOUBARD avec le titre: *Dissertation sur le mouvement diurne et annuel de la terre* (Middelbourg 1633).

P. 49. Il convient de faire observer que l'écrit anonyme *Epistola de terrae motu* (Ultrajecti 1651) a été réimprimé par D. GORLAEUS dans son *Idea physica* (cf. BIERENS DE HAAN, l. c. p. 316).

P. 131. Sous l'année 1766 on pourrait ajouter le *Nouveau dictionnaire historique-portatif, ou histoire abrégée de tous les hommes qui se sont fait un nom,* tome II (Amsterdam 1766) par l'abbé CHAUDON, où est rapportée à la page 207 la légende sur les mots »Eppur si muove», qui a été répétée plus tard par F. X. DE FELLER (cf. G. BERTHOLD, *»Eppur si muove»;* Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. p. 6).

P. 142. Sous le N° 586 les auteurs indiquent qu'une édition des *Historischen berichten van het leeven en de schriften van Galilei* de C. J. JAGEMANN a paru en 1784 à »Weimar bey

Hoffmann's Wittwe und Erben». Cette indication nous semble peu probable; selon HOUZEAU et LANCASTER (l. c. p. 905), la plupart des exemplaires de l'original *allemand* publié en 1783 et mentionné à la page 141 de la *Bibliografia Galileiana,* pourtent sur le feuillet de titre l'année 1784.

P. 252. D'après G. BERTHOLD (l. c. p. 5), la note de E. HEIS: *Das unhistorische des dem Galilei in den Mund gelegten: »E pur si muove»,* a paru aussi dans le recueil: Natur und Offenbarung (Münster) **14**, 1868, p. 371—376.

P. 371. Après le N° 2049 ajouter: O. LODGE, *Pioneers of science,* London 1893 (in-8°, XVI + 404 pages; contient aussi une notice sur GALILEI).

P. 393. Après LANSBERG, FILIPPO ajouter: LANSBERG, JACOPO, 130.

Dans sa *Serie duodecima di scampoli galileiani* (Atti e memorie della r. accademia di scienze, lettere ed arti di Padova **13**, 1897, p. 11—53), M. FAVARO a inséré aussi (p. 46—49) une bibliographie galiléienne pour l'année passée. A cette bibliographie on peut ajouter:

Die Ausbreitung der Kopernikanischen Lehre durch Galilei. Galileo Galilei, Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme. 1632. (F. DANNEMANN, *Grundriss der Geschichte der Naturwissenschaften. Zugleich eine Einführung in das Studium der naturwissenschaftlichen Litteratur. I. Erläuterte Abschnitte aus den Werken hervorragender Naturforscher,* Leipzig, Engelmann 1896, p. 26—32).

Galilei als Begründer der Dynamik. 1600. Vom Fall der Körper (DANNEMANN, l. c. p. 32—39).

Die Entdeckuug der Jupitermonde und der Saturnringe. Zwei Briefe Galilei's an den ersten Staatssekretär des Grossherzogs von Toscana (DANNEMANN, l. c. p. 39—40).

A la fin nous nous permettons de joindre quelques petites observations sur les détails de la rédaction bibliographique de l'ouvrage dont nous avons rendu compte.

1) Les auteurs se sont fait une loi de copier toujours exactement les titres des tomes ou livraisons des recueils qu'ils leur faut mentionner. Donc, s'il s'agit d'une note insérée à la page 268 du tome **17** (1843) des »Comptes rendus» de l'académie des sciences de Paris, ils mettent à la suite du titre de la note:

(*Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'académie des sciences.* Tome dix-septième: Juillet—décembre 1843, pag. 268.) — *Paris, Bachelier, imprimeur-libraire,* 1843.

De même, les mots: *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche. — Roma, tip. delle scienze matematiche e fisiche,* sont mis après le titre de chaque note publiée dans le »Bullettino» du prince BONCOMPAGNI.

Nous prenons la liberté de demander aux auteurs, s'il est véritablement nécessaire de répéter à chaque coup de tels titres *in extenso;* aux pages 254—261 on trouve p. ex. 47 fois l'indication ci-dessus mentionné relativement aux »Comptes rendus», et cette répétition devient à la longue très fatigante.

2) De nouvelles éditions ou traductions d'ouvrages relatifs à GALILEI sont en général rangées comme des écrits à part, sous l'année où l'édition ou la traduction a paru. Ce procédé nous semble recommandable seulement pour ce qui concerne les travaux de GALILEI lui-même; sinon, il vaut mieux mentionner sous la première édition tout ce qui se rapporte à l'écrit en question, et ajouter plus loin, s'il paraît nécessaire, des renvois bibliographiques.

3) De même, les auteurs ont mis à part un très grand nombre d'analyses d'ouvrages sur GALILEI; de notre côté, nous aurions préféré en général de ranger les analyses *sous* les ouvrages respectifs.

4) Par la bibliographie on peut apprendre le nombre de pages que contiennent les articles sur GALILEI parus dans des recueils, mais pour les écrits publiés séparément cela est impossible; n'est-ce pas qu'il y a là une petite inconséquence?

5) Dans les cas peu nombreux où MM. CARLI et FAVARO n'ont pas vu eux-mêmes l'écrit qu'ils mentionnent, ils ont marqué ce fait par un petit astérisque. Nous approuvons parfaitement cette mesure, mais nous regrettons qu'ils n'aient pas indiqué toujours où, à leur connaissance, l'écrit a été cité pour la première fois.

Par les remarques précédentes nous n'avons point voulu déprécier la valeur de l'ouvrage de MM. CARLI et FAVARO. Les indications y réunies seront toujours d'une grande utilité, et nous félicitons vivement les auteurs d'avoir enfin achevé le travail qui leur a donné tant de besogne. Si nous ne nous trompons pas, M. FAVARO a l'intention d'insérer au dernier tome des *Opere di* GALILEO GALILEI une nouvelle édition de la Bibliographie, et nous sommes convaincu que toutes les imperfections y seront éliminées.

Stockholm. G. ENESTRÖM.



A. Rebière. Les femmes dans la science. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897. In-8°, IX + 359 pages.

Il y a trois ans M. Rebière publia une brochure de 85 pages avec le titre: *Les femmes dans la science;* maintenant il a consacré au même sujet un beau volume orné de 25 portraits, 5 autographes et 2 autres facsimiles. La partie principale consiste en un dictionnaire des femmes dans la sciences (286 pages) et l'auteur y a ajouté un compte rendu des opinions variées sur la question si la femme est capable de science, ainsi qu'un chapitre formé de menus propos sur les femmes et les sciences. Le dictionnaire mentionne, en ordre alphabétique, environ 600 femmes, parmi lesquelles Maria Gaetana Agnesi, Sophie Germain, Hypatia, Sophie Kowalevski, Hortense Lepaute, Maria Mitchell et Mary Somerville sont traitées plus largement.

En ouvrant le livre de M. Rebière, on voit tout de suite que l'auteur n'a pas eu l'intention de séparer la paille du bon gré; il a mentionné parmi les femmes dans la science p. ex. la mère et la femme de Kepler (p. 152), la fiancée d'Abel (p. 169), la femme de Chr. Columbus (p. 214), et la mère de d'Alembert (p. 273). Par conséquent, il faut considérer son travail comme un recueil, aussi complet que possible, de matériaux pour l'histoire des femmes savantes, et à ce point de vue on ne peut le reprendre de son procédé. D'autre part, on aurait desiré peut-être qu'il eût cité plus amplement toutes les sources qu'il a utilisées.

Il va sans dire qu'un ouvrage tel que celui dont nous nous occupons, ne saurait jamais devenir ni complet ni tout à fait exact. Ci-après nous nous permettons de signaler quelques petites additions ou modifications qui nous semblent à propos.

P. 96. **Müller** (Maria Clara). Dans sa note: *Maria Klara Eimmart, ein Bild aus dem Gelehrtenleben des XVII. Jahrhunderts* (Germania 1895, p. 376—385), M. S. Günther a fait observer que l'écrit *Iconographia nova contemplationum de sole* (Nürnberg 1701) doit être attribué à G. Ch. Eimmart et non pas à sa fille (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 74—75).

P. 102. **Fabri** (Cornelia). Ajoutez:

I primi moti vorticosi di ordine superiore al primo in relazione alle equazioni pel movimento dei fluidi viscosi. (*Bologna,* Accad. d. sc. dell' Istituto, Memorie 4_5, 1894, 383—392.)

Sulla teorica dei moti vorticosi nei fluidi incompressibili. (*Pisa,* Scuola normale superiore, Annali 7, 1895, N° 4; 35 p.)

P. 112. Gentry (Ruth). Ajoutez:

On the forms of plane quartic curves. Dissertation presented to the faculty of Bryn Mawr College for the degree of doctor. New York 1896. 73 p.

P. 151. Jaunez-Sponville (Lina). La troisième édition dû *Cours élémentaire de perspective* a paru à Paris en 1856.

P. 195. Maddison (Isabel). Ajoutez:

On singular solutions of differential equations of the first order and the geometrical properties of certain invariants and covariants of their complete primitive. (Quart. journ. of mathem. **28**, 1896, 311—374.)

P. 230. Ajoutez: Pullar (Adeline).

Geometry for kindergarten students specially adapted to meet the requirements of the examinations of the national Froebel union. New York, Macmillan 1897.

P. 252. Scott (Charlotte Angas). Ajoutez:

Note on adjoint curves. (Quart. journ. of mathem. **28**, 1896, 377—381.)

P. 273. Teupken (Willelmine, actuellement Mme Liefrinck). Ajoutez:

Iets over fondsen en de overname er van bij maatschappijen van levensverzekering. (Archief voor de Verzekeringswetenschap **2**:6, 1897, 367—374.)

P. 283. Wijthoff (Geertruida). Ajoutez (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 76):

Over de stabiliteit van elliptische banen, beschreven onder de werking van drie centrale krachten. (*Amsterdam,* Wisk. Genootsch., Nieuw Archief 3_2, 1896, 1—29.)

Parmi les fautes de plume, presque toutes faciles à corriger, nous n'indiquerons que les suivantes. P. 19: Les oeuvres *posthumes* d'une personne décédée en 1787 ne peuvent pas avoir été publiées en 1758; l'écrit d'Anna Amort est rédigé en tchèque (cf. Biblioth. Mathem. 1895, p. 65). — P. 40: Le non du mathématicien américain dont il s'agit est N. Bowditch (nom Boodwitch). — P. 191: Une découverte faite le 4 mai 1783 ne peut avoir été mentionnée par Hevelius, qui mourut en 1687. — Les noms et les titres d'écrits de femmes scandinaves sont parfois un peu maltraités; ainsi p. ex. il faut lire »på vattenståndet» au lieu de »pandet» à la page 218 et »läroämne» au lieu de »läroä» à la page 238. Les prénoms suédois »Nanny» et »Sanny» semblent être peu aimés par l'auteur, car il les a changés tous deux en »Fanny» (p. 52, 260).

L'intéressant ouvrage de M. Rebière mérite incontestable-

ment d'être étudié par quiconque veut se former une opinion sur la question: à quel degré la femme est-elle capable de science? Mais pour répondre définitivement à cette question, il faut en premier lieu une analyse détaillée et impartiale des travaux scientifiques des femmes, et cette analyse nous manque encore. En effet, plusieurs des jugements cités par M. REBIÈRE sentent évidemment un peu trop de la galanterie ou de la superficialité.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1896: 4. — [Analyse du cahier 1896:3:] Revue catholique des revues **1**:2, 1896, 1019—1020. (J. BOYER.)

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
41 (1896): 6. — **42** (1897): 1.

Berthold, G., »Eppur si muove».
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 5—8.

Bobynin, V. V., Esquisse de l'histoire du calcul fractionnaire.
Biblioth. Mathem. 1896, 97—101.

Bobynin, V. V., Extraction des racines carrées dans la Grèce Antique.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 193—211.

Boyer, J., Une savante milanaise au XVIIIe siècle: la mathématicienne Agnesi.
Revue catholique des revues **2**:1, 1897, 451—458 (avec portrait).

Braunmühl, A. von, Beitrag zur Geschichte der prosthaphäretischen Methode in der Trigonometrie.
Biblioth. Mathem. 1896, 105—108.

Dannemann, F., Grundriss der Geschichte der Naturwissenschaften. Zugleich eine Einführung in das Studium der naturwissenschaftlichen Litteratur. I. Erläuterte Abschnitte aus den Werken hervorragender Naturforscher. Leipzig, Engelmann, 1896.
8°, XII + 375 p. — [6 Mk.]

Dickstein, S., J. Bertrand o Wronskim.
Wiadomosci matematyczne (Warszawa) **1**. 1897, 23—26. — Sur un article par J. BERTRAND relatif à WRONSKI.

Ebert, R., Die ältesten Rechentafeln der Welt.
Dresden, Gesellsch. Isis, Abhandl. 1896, 44—50.

Eneström, G., Bibliotheca Mathematica. General-Register der Jahrgänge | Table générale des années 1887—1896. Stockholm 1897.
8°, 85 p. — [5 fr.] — I. Table des auteurs (avec des notices biographiques et 43 portraits). II. Table méthodique des notes originales. III. Table des écrits analysés. IV. Table des noms et des matières.

Ernst, M., Tisserand. Gyldén. Gould.
Wiadomosci matematyczne (Warszawa) **1**, 1897, 29—36. — Nécrologies avec portraits.

°**Fano, G.**, Uno sguardo alla storia della matematica.
| *Mantova*, Accademia Virgiliana, Atti 1895. 34 p.

Favaro, A., Vent' anni di studi Galileiani. Roma 1896.
8°, 26 p.

Favaro, A., Serie duodecima di scampoli Galileiani.
Padova, Accad. di sc., Atti e Memorie **13**, 1897, 11—53.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume VI. Firenze 1895.
4°, 662 + (1) p. — Edition publiée sous la direction de M. A. Favaro.

°**Hagen, J. G.**, Index operum Leonardi Euleri. Berlin, Dames 1896.
8°, VIII + 80 p. — [2 Mk.] — [Analyse:] Mathesis $\mathbf{6}_2$, 1896, 272—273.

Heiberg, J. L., Den græske Mathematiks Overleveringshistorie.
Kjöbenhavn, Vidensk. Selskab, Oversigt 1896, 77—93.

Hermite, Ch., Notice sur M. Weierstrass.
Paris, Acad. de sc., Comptes rendus **124**, 1897, 430—433.

Hill, J. E., Bibliography of surfaces and twisted curves.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin $\mathbf{3}_2$, 1896, 133—146.

Hultsch, F., Erläuterungen zu dem Berichte des Jamblichos über die vollkommenen Zahlen.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten (Philol.-hist. Cl.) 1895, 246—255.

Hultsch, F., Poseidonios über die Grösse und Entfernung der Sonne.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Abhandlungen (Philol.-hist. Cl.) $\mathbf{1}_2$:5 [1897]. 48 p.

Hultsch, F., Eine Näherungsrechnung der alten Poliorketiker.
Jahrbücher für classische Philologie 1897, 49—54.

Krause, M., Gustav Ferdinand Mehler. †.
Mathem. Ann. **48**, 1897, 603—606.

Mansion, P., Notice bibliographique sur les travaux de Paul Mansion. Bruxelles 1897.
8°, 15 p. — Extrait de la Bibliographie académique.

°**Mortet, V.**, Un nouveau texte des traités d'arpentage et de géométrie d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus publié d'après le Ms. latin 13084 de la Bibliothèque royale de Munich. Avec une introduction de M. Paul Tannery.
| Notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque nationale et autres bibliothèques **35**:2 (Paris 1896). (2) + 44 + (2) p. + 2 facsim. — [Analyse:] Deutsche Litteraturz. 1897, 414—417. (M. Curtze.)

°**Mortet, V.,** La mesure des colonnes à la fin de l'époque romaine d'après un très ancien formulaire.
| Bibliothèque de l'école des chartes **57**, 1896. (4) + 48 p. — [Analyse:] Deutsche Litteraturz. 1897, 417. (M. CURTZE.)

°**Narbey,** Esquisse de l'histoire des origines du calcul infinitésimal.
Compte rendu du congrès scientifique international des catholiques 1891 (Paris 1891), **7**, 89—102. — [Analyse:] Cosmos (Paris) **45**, 1896, 340—341. (J. BOYER.)

Phillips, A. W., Hubert Anson Newton.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 3_2, 1897, 169—173.

Rebière, A., Les femmes dans la science. Notes recueillies. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897.
8°, IX + 359 + (1) p.

Reisner, G., Altbabylonische Maasse und Gewichte.
Berlin, Akad. der Wissensch., Sitzungsber. 1896, 417—426.

Schlesinger, L., Wilhelm Schrentzel.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 1—5. — Nécrologie.

Steinschneider, M., Die arabischen Übersetzungen aus dem Griechischen. II. Mathematik.
Deutsche morgenl. Gesellsch., Zeitschrift **50**, 1896, 161—417.

Steinschneider, M., Johannes Anglicus und sein Quadrant.
Biblioth. Mathem. 1896, 102—104.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1896, 109—114.

Tannery, P., Sur l'inscription astronomique de Keskinto.
Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **120**, 1895, 363—365.

Vailati, G., Sull' importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze. Prolusione a un corso sulla storia della meccanica (letta il giorno 4 dicembre 1896 nell' università di Torino). Torino 1897.
8°, 22 p.

Wessel, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. VALENTINER et T. N. THIELE par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897.
4°, XIV + 60 p. + 3 pl. — La traduction a été revue par M. H. G. ZEUTHEN. La préface de M. VALENTINER contient aussi une notice biographique sur CASPAR WESSEL (né en 1745, mort en 1818).

Zanotti Bianco, O., Per la storia della teoria delle superficie geoidiche.
Torino, Accad. d. sc., Atti **31**, 1896, 621—638.

Question 61 [sur les premières monnaies portant des chiffres arabes].
Biblioth. Mathem. 1896, 120. (G. ENESTRÖM.)

Bemerkung zur Anfrage 60 [über den Ursprung der Benennung: »regula cecis»].
Biblioth. Mathem. 1896, 120. (H. SUTER.)

CAJORI, F., A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching. New York, Macmillan 1896. 8°.
Biblioth. Mathem. 1896, 115—116. (G. ENESTRÖM.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1759. Zweite Abtheilung. Die Zeit von 1700 bis 1726. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **14**, 1896, 148—174.

CARLI, A. e FAVARO, A., Bibliografia Galileiana (1568—1895) raccolta ed illustrata. Roma 1896. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 283—286. (P. TANNERY.)

FINK, K., Lazare-Nicolas-Marguerite Carnot, sein Leben und sein Wirken nach den Quellen dargestellt. Tübingen, Laupp 1894. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 278—279. (G. D.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1895. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.
Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 219—232.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1896, 117—120. — Zeitschr. für Mathem. **41**, 1896; Hist. Abth. 217—218; **42**, 1897; Hist. Abth. 39—40.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

62. En parlant du mémoire de A. DE MOIVRE *De fractionibus algebraicis radicalitate immunibus, ad fractiones simpliciores reducendis deque summandis terminis quarundam serierum æquali intervallo a se distantibus* (Philos. Transact. **32**, 1722, p. 162—178), M. CANTOR (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* 3:2, 1896, p. 375) fait observer: »In DE MOIVRE's Darstellung findet sich ein Begriff und ein dafür erfundenes Wort, welche von nun an der Mathematik angehören ... *recurrente Reihen.*» Cette remarque semble indiquer que le terme »série recurrente» a été introduit pour la première fois dans le mémoire qui vient d'être cité. D'autre part, on trouve dans quelques ouvrages d'histoire des mathématiques (voir p. ex. HOEFER, *Histoire des mathématiques*, Paris 1874, p. 519) des indications, par lesquelles on pourrait conclure que le terme »série recurrente» a été employé par MOIVRE déjà en 1718 dans la première édition de la *Doctrine of chances*, édition à

laquelle M. CANTOR n'a pas eu recours en rédigeant ses *Vorlesungen* (cf. CANTOR, l. c. p. 342).

Quand et où le terme »série recurrente» a-t-il été utilisé pour la première fois? (G. Eneström.)

63. A la page 86 de leur *Bibliografia Galileiana* (Roma 1896) MM. A. CARLI et A. FAVARO mentionnent un écrit de JOHN WILKINS intitulé: *A discovery of a new world or a discourse tending to prove that 't is probable there may be another habitable world in the Moon. With a discourse concerning the probability of a passage thither. Unto which is added: A discourse concerning a new planet, tending to prove that 't is probable our Earth is one of the planets. In two parts. The fourth edition corrected and amended* (London 1684), et ils ajoutent: »Non si rinvenne traccia alcuna delle tre edizioni anteriori, nemmeno nelle raccolte del British Museum». Mais dans le *Vademecum de l'astronome par* J. C. HOUZEAU (Bruxelles 1882) on trouve cités (p. 353, 354) deux écrits intitulés: *Discovery of a new world, or a discourse tending to prove that 't is probable there may be another habitable world in the Moon* (London 1638) et *Discourse concerning a new planet tending to prove that 't is probable our Earth is one of the planets* (London 1640; cf. CARLI e FAVARO l. c. p. 35), ainsi qu'un écrit intitulé: *Copernicus defended, or demonstration that the moon is a world and the Earth a planet* (London 1660; cf. CARLI e FAVARO l. c. p. 64).

N'est-ce pas que les écrits de 1660 et de 1684 sont de nouvelles éditions des deux brochures publiées en 1638 et 1640? En cas affirmatif, quand en a paru la troisième édition?

(G. Eneström.)

Réponse à la question 40.* Je ne puis, pas plus qu'en 1872, donner l'année et le lieu de la naissance de BÜRMANN, mais du moins l'anniversaire de sa mort ainsi que ses prénoms ont été découverts depuis. C'est HEINRICH VON FEDER qui, ayant fouillé les archives de Karlsruhe et de Mannheim pour son Histoire de cette dernière ville, a trouvé (*Geschichte der Stadt Mannheim* [Mannheim und Strassburg 1875—1876], t. I, p. 387, t. II, p. 60—65) que le professeur JOHANN HEINRICH BÜRMANN est mort à Mannheim le 21 juin 1817. Il avait fondé une Académie de commerce qui, sous ce titre pompeux,

* Reproduite d'après l'Intermédiaire des mathématiciens **4**, 1897, p. 47; la question a été réimprimée dans le tome **3** (1896) de ce recueil. (G. E.)

n'était et ne voulait être qu'une école dans laquelle on enseignerait à des élèves, à partir de l'âge de quinze ans, des connaissances nécessaires ou du moins utiles pour des commerçants. Cette école n'avait pas de vogue, à ce qu'il paraît, et le nombre des élèves diminuait au lieu d'augmenter, malgré une subvention de mille florins par an de la part du Gouvernement; aussi l'établissement fut-il fermé à la mort de BÜRMANN.

(Moritz Cantor.)

Remarque sur la question 60. Le mot que LAUREMBERG transcrit *Sekîs* est aussi écrit, dans son *Arithmetica*, en caractères arabes dont la transcription exacte est *sikish.* Ce mot n'est pas arabe; mais on le trouve en turc où il signifie la cohabitation, le coïtus. C'est évidemment à cette idée que répond la traduction par adultère.

Cette remarque étant faite, je propose cette hypothèse: La lecture *sikish* doit être une lecture fautive; le mot qu'il aurait fallu lire est, selon toute probabilité, l'arabe *sikkîr,* qui ressemble beaucoup au premier. *Sikkîr* signifie buveur, ivrogne, et n'est autre chose que la traduction du latin *potator.* Le vrai nom de la règle serait donc: *règle des buveurs,* ce qui s'accorde très bien avec l'exemple que les arithméticiens en donnent. Les Arabes auront traduit ce nom dans leur langue, ce qui aura fait: règle des *sikkîr;* le nom *sikkîr,* mal lu et mal interprété, sera devenu *sikish,* puis par abréviation *siki,* et enfin *coeci.* Cependant je ne puis fournir la preuve formelle de cette dérivation, n'ayant pas retrouvé le mot *sikkîr* dans les ouvrages imprimés ni dans des traités manuscrits. (Carra de Vaux.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 13 avril 1897.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 11. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Versiera, Visiera e Pseudo-versiera.

Di Gino Loria a Genova.*

Che Gaetana Agnesi non sia stata la prima a considerare la versiera emerge da un passo di Fermat ove si tratta della quadratura della curva rappresentata dalla equazione[1]

$$y = \frac{a^3}{a^2 + x^2};$$

onde, sino a riduzione ulteriore, il merito della scienziata italiana deve limitarsi ad avere immaginate le costruzioni che ne riferimmo ed il nome con cui la curva viene di consueto indicata.

È poi curioso notare che la *pseudo-versiera* si ottiene applicando un metodo di trasformazione per le figure geometriche che risale alle origini del calcolo infinitesimale. Infatti Leibniz negli inizî delle sue indagini sulla quadratura delle aree piane[2] ha suggerito il seguente procedimento per dedurre da una curva piana Γ un' altra C: date due rette r e s fra loro perpendicolari, si conduce da un punto π di Γ la tangente a questa curva sinchè tagli r in T; poi da T si conduce la parallela a s e da π la parallela ad r; il loro punto d'incontro p sarà un punto di C. Questa curva si dice »figura resectarum» rispetto a Γ. Per trovare le formole che legano le coordinate ξ, η di π a quelle

* Aggiunte all' articolo inserito a pag. 7—12 di questo vol., nel quale articolo a pag. 7, lin. 8 dal basso, si deve leggere »versiera di Agnesi» in vece di »visiera di Agnesi».

x, y di p si assuma r per asse delle ascisse e s per asse delle ordinate.

Allora sarà evidentemente

$$x = \xi - \eta \frac{d\xi}{d\eta}, \qquad y = \eta.$$

E per ottenere l'equazione di C è sufficiente eliminare ξ, η fra queste equazioni e quella (o quelle) che rappresenta (o rappresentano) la curva Γ.

Sia per esempio Γ il cerchio di raggio a tangente nella origine all' asse delle x; si potrà porre

$$\xi = a \cos \varphi, \qquad \eta = a + a \operatorname{sen} \varphi,$$

onde

$$d\xi = -a \sin \varphi d\varphi, \qquad d\eta = a \cos \varphi d\varphi;$$

e le formole generali diverranno

$$\frac{x}{a} = \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{\cos \varphi}, \qquad \frac{y}{a} = 1 + \operatorname{sen} \varphi.$$

Eliminando φ si vede che nel caso attuale la »figura resectarum» ha per equazione

$$y = \frac{2ax^2}{a^2 + x^2}$$

o anche

$$2a - y = \frac{2a^3}{a^2 + x^2};$$

equazione che rappresenta una pseudo-versiera di DE LONGCHAMPS, come si vede mutando in essa $2a - y$ in y. Resta così dimostrato quanto sopra asserimmo ed in pari tempo è provato come a torto si sia creduto[3] di far risalire a LEIBNIZ la versiera: tutt' al più si può connettere al grande emulo di NEWTON la pseudo-versiera.

[1] Vedi l'importante memoria *De aequationum localium transmutatione et emendatione* etc. (*Oeuvres de* FERMAT, T. I, Paris 1891, p. 279—280, T. III, Paris 1896. p. 233—234).

[2] LEIBNIZENS *Mathematische Schriften*. T. V (Halle a. S. 1858) p. 89 e 100.

[3] AUBRY, *De l'usage des figures de l'espace pour la définition et la transformation de certaines courbes* (Journ. de math. spéc. 5_4, 1896, p. 180).

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

Das XIV. Jahrhundert.

36. Ich beginne dieses Jahrhundert mit einem Gelehrten, dessen wissenschaftliche Thätigkeit wohl bis in das Jahr 1263 hinaufreicht, der aber jedenfalls noch einige Jahre nach 1300 gelebt hat.

Jakob ben Machir (oder Makhir), in der Landessprache Prophiat (?), lateinisch Prophatius genannt, von der Familie Tibbon (oder Tabbon), aus Marseille, in Montpellier, vielleicht Arzt, auch Übersetzer philosophischer Schriften aus dem Arabischen ins Hebräische, in hohem Alter, wahrscheinlich vor 1307 oder kurz vor 1309, als Vertreter der philosophischen Richtung im Sinne des Maimonides, gestorben, war seinen Hauptleistungen nach Mathematiker.[1] Er *übersetzte* aus dem Arabischen ins Hebräische folgende Schriften — nach den Namen der Verfasser geordnet, weil zu einer chronologischen Ordnung die Daten nicht ausreichend bekannt sind.

1. Autolykos, über die bewegte Sphäre (1273).
2. Costa ben Luka, über Behandlung des Himmelsglobus. Das angebliche Datum 1256 verdient keinen Glauben.
3. Djabir ben Afla'h, Astronomie.
4. Euklid, Elemente (inclusive Hypsikles, XV. Bücher). Das Verhältnis dieser Übersetzung zu der seines Verwandten Moses ibn Tibbon, bedarf noch einer genauen Untersuchung.
5. Euklid, Data (1272).
6. Ibn Heitham (vulgo Alhazen), Astronomie (1271). Näheres darüber in meiner *Notice sur un ouvrage inconnu d'ibn Haitham*. Extrait du Bullettino di bibliogr. d. sc. matem. **14**, Rome 1883 und mit neuem Titelbl. 1884 enthaltend das *Supplément* aus Bullettino **16**, 1883, p. 505—513. In dem (in Berlin gedruckten unpaginierten) *Appendice hébreu* (als p. 19—22 eingeheftet) gebe ich Proben dieser Übersetzung und der des Salomo ibn Pater (1322).
7. Menelaos, Sphærica.
8. Ibn 'Saffar, über das Astrolab.
9. Zarkali, die (von ihm erfundene) Scheibe. Für die lateinische Übersetzung dieser Abhandlung von Johann de Brixia (1263) hat Jakob wahrscheinlich als Dolmetsch gedient.[2]

Von eigenen hebräischen Schriften JAKOB's haben zwei eine grössere Verbreitung unter Juden und in lateinischer Übersetzung unter Christen gefunden.

1. Eine Abhandlung über einen von ihm erfundenen Quadranten, den er, mit Anspielung auf Num. 23, 10 und wohl auch auf seinen eigenen Namen JAKOB »Quadrant Israel's« benannte. Daraus wurde durch die lateinischen Bearbeitungen *Quadrans judaicus*, auch *Quadrans novus*, im Gegensatz zu einem älteren, in welchem ich denjenigen erkannte, welchen ich einem JOHANNES ANGLICUS zuschreiben musste, während Herr TANNERY als richtige Lesart den Namen ROBERTUS nachweist, so dass »Jo.« in den meisten Handschriften doch nur ein, allerdings auffallender, Schreibfehler für »Ro.«, der aber durch das häufigere Vorkommen des Namens JOHANNES *allein* nicht genügend motivirt scheint; doch kann uns ein unbekannter Umstand, der etwa den Irrtum gegen das Richtige begünstigte, gleichgiltig bleiben, da der Erweis nicht mehr zu bezweifeln ist. Durch diese Richtigstellung sind nicht bloss einige meiner Fragen und schüchternen Vermutungen in meinem Artikelchen »*Johannes Anglicus*« (Biblioth. Mathem. 1896, S. 102) erledigt, sondern auch einige Bemerkungen des Herrn TANNERY (Biblioth. Mathem. 1897, S. 3), da für mich »Robert« nicht den Verf. des *Quadrans vetus* bedeuten konnte.[1] Doch ist diese Namensfrage nur als Correctif von falschen Combinationen von Bedeutung; ungleich wichtiger ist das *sachliche* Verhältnis der beiden Quadranten zu einander, zu dessen Erörterung mich die Bemerkung des Herrn CURTZE veranlasst hatte, dass fast alle späteren Bearbeitungen des Quadranten Plagiate von der ROBERT's (dessen Namen ich nunmehr rückhaltlos anerkenne) seien. Ich meine, etwas Verdienstliches gethan zu haben, indem ich Herrn TANNERY veranlasste, schon jetzt zu erklären, dass der »jüdische Quadrant«, welcher zugleich das Astrolab vertreten sollte, eine Originalarbeit ist, über deren Bedeutung ich, als Laie, kein Urteil habe. Anderseits erklärt sich nur auf diese Weise, dass das hebräische Original in kurzer Zeit nicht weniger als drei lateinische Bearbeitungen fand.

Das hebräische Original besteht aus 16 Kapiteln, wovon das letzte für diejenigen bestimmt ist, welche das Instrument anfertigen wollen. Ich habe nachgewiesen, dass es zwei Recensionen dieser Abhandlung in verschiedenen Handschriften giebt; im Verzeichnis der hebr. Handschr. der K. Bibliothek in Berlin, Abth. 2 (1897) S. 153 teile ich den Index der Kapitel mit, der auf die, von NEUBAUER edirte Vorrede folgt,

und einige Differenzen der beiden Recensionen; die wichtigste ist der in die Vorrede eingeschobene Titel.

Die *lateinischen* Bearbeitungen, welche ich (*Hebr. Übers.* S. 608 ff.) näher bespreche, sind:

a) Armengand (Hermengaud etc.) Blasius von Montpellier (gest. 1314), übersetzt »secundum vocem ejusdem«, also unter Dictat des Verfassers.

b) *Practita quadrantis novi,* wonach Prophatius die Abhandlung 1288 verfasst und selbst 1301 verbessert hätte.

c) Petrus de S:to Audomare, wahrscheinlich Kanzler von Notre Dame, hat die Abhandlung corrigirt und vervollkommnet (»correcti et perfecti«), vielleicht 1320.

Vielleicht giebt es noch anonyme Auszüge.

Ein Anonymus hat eine der lateinischen Bearbeitungen ins Hebräische zurückübersetzt; nach meiner Auseinandersetzung steht das Hebräische dem lateinischen a) näher als dem b).

2. *Astronomische Tabellen* in hebräischer Sprache (mit der Radix 1300). Auch von diesem Werke giebt es verschiedene lateinische Bearbeitungen; ich weiss nicht, welche zuerst den Titel *Almanach perpetuum* einführte,[4] nämlich:

a) eine wörtliche Übersetzung;

b) eine Paraphrase, von welcher wieder eine *erweiterte* Recension existiert. Das Vorwort gab ich in hebräischem Original mit meiner lateinischen Übersetzung und den alten in der Abhandlung: Prophatii etc. *Prooemium* (1876, s. oben Anm. 1).

3. Ein angebliches Compendium des *Almagest* ist nur eine kleine Abhandlung (4 Blätter ausfüllend) über Berechnung der Sehnen nach Ptolemaeus und Euklid, als Ergänzung zu Abraham bar Chijja's Werk: Berechnung der (Stern-) Umläufe (oben § 22, S. 35; s. *Hebr. Übersetz.* S. 525).

37. Den ersten Jahrzehnten des XIV. Jahrh., ohne bekannte nähere sichere Grenze, gehören folgende Gelehrte an:

Salomo Franco, ein freisinniger Exeget,[5] wird von Jellinek als Verfasser von astronomischen Tafeln angesehen; doch vermute ich, dass sein Citat auf die Tafeln des Abraham ibn Esra (s. § 23 n. 3, S. 40) zu beziehen sei.

In Rom lebte Benjamin ben Jehuda, ebenfalls als Exeget bekannt, der Familie Bozecco, wahrscheinlich auch der Familie Anawim (oben § 34) angehörig;[6] es ist nichts Mathematisches von ihm bekannt, und doch rühmt wohl niemand Anderen als ihn der bekannte Dichter und Freund Dante's, Immanuel ben Salomo (um 1330) als »Vater (= Nestor) aller Arithmetiker

und Geometer», was bei aller poetischen Hyperbel nicht ohne allen Grund sein konnte!

Um 1330—1350 blühte wohl in Toledo JOSEF IBN NA'H-MIAS, aus einer gelehrten Familie, welche mehrere Glieder mit demselben Vornamen zählt, darunter einen Verfasser eines astronomischen Werkes in arabischer Sprache, betitelt »Licht der Welt», wovon nur ein ms. mit hebräischen Lettern im Vatican n. 392 bekannt ist. Ein Anonymus übersetzte dieses Werk ins Hebräische; und von dieser Übersetzung ist gleichfalls nur ein ms. in der Bodleiana (Canon. 334) bekannt, welches in NEUBAUER's »*Catalogue*» übersehen ist.[7] — Einige Physiker, bemerkt er in der Vorrede, erheben Einwürfe gegen zwei mathematische Grundlagen der himmlischen Bewegungen, nämlich die excentrischen Sphären und die Epicykel, ferner die entgegengesetzten Kreisbewegungen, welche beide nach Ansicht der Gegner der Meinung des ARISTOTELES widersprechen. JOSEPH will gegen den zweiten Einwurf beweisen, dass in entgegengesetzten Kreisbewegungen kein logischer Widerspruch sei, auch nach der Ansicht des ARISTOTELES. In der Discussion des ersten Einwurfes erwähnt er des BITRODJI, welcher eine neue Theorie der Bewegungen ohne excentrische Sphären und Epicykel erfunden zu haben glaubte, auch die entgegengesetzten Bewegungen mit den Physikern verwarf. JOSEPH erteilt ihm das Lob, den Gegenstand zuerst behandelt zu haben, findet aber in seinen Principien nicht die Gründe für die wirklichen Differenzen der Bewegungen. BITRODJI's Lectüre hatte aber eine nachhaltige Einwirkung auf die Speculation JOSEPH's, welche ihm andere Gründe der Bewegungsdifferenzen als excentrische Sphären und Epicykel darbot, die er der Prüfung des Lesers vorlegt. — Das bisher fast unbekannte Werk verdiente wohl eine nähere Analyse.

38. Wir versuchen nunmehr in enger begrenzter chronologischer Reihenfolge andere Gelehrte des XIV. Jahrh. aufzuzählen.

JECHIEL B. JOSEF aus Lo Borgo (?) verfasste 1302 eine Schrift über das jüdische Kalenderwesen (*Injan Sod ha-Ibbur*), ms. in Petersburg, Firkowitz 370, dessen handschriftlicher Catalog dieselbe in der Stadt Cortona (?) verfasst sein lässt, wovon GURLAND, in seiner Beschreibung der mathematischen mss. in St. Petersburg (*Ginse* St. Pet. II, 1866, S. 25 n. 24) Nichts erwähnt, während das Datum auf »dem Titelblatt» (!) nicht ohne nähere Prüfung für das Werk selbst geltend gemacht werden darf.

Der Verfasser widmet ein Capitel dem christlichen Kalender, zuerst der Osterberechnung, welche bekanntlich eine modificirte jüdische und Gegenstand vielfacher Controverse ist. Die Namen der Sterne, der Zodiakalbilder und der Monate giebt das Werkchen auch in einer Sprache, welche als *la'az* bezeichnet wird, aber auch diese in hebräischem Schriftcharakter. Die Bezeichnung *la'az* bedeutet im Allgemeinen: »nicht-hebräsich», wird aber im Mittelalter meist für die vernaculären, also romanischen Sprachen gebraucht; im späteren Mittelalter bedeutet es vorzugsweise italienisch, und die Sprache ist hier gemeint, sicherlich nicht »spanisch», wie FIRKOWITZ ohne Bedenken und ohne Sachkenntnis angiebt. GURLAND verwirrt den sprachunkundigen Leser; er nennt die fremden Namen »lateinisch-italienisch» und schaltet in seiner Aufzählung hinter die hebräische Umschreibung, welche deutlich und correct, teilweise in Abbreviaturen, italienische Formen bietet, lateinische Namen in lateinischen Lettern ein! Die Sprachfrage ist nicht bloss für die Culturgeschichte der Juden in Italien von Bedeutung,[8] sondern auch für das Vaterland des Verfassers, auf welches auch der in Italien häufige Namen JECHIEL und die wahrscheinlichen Ortsnamen hinweisen.

Ein Cyklus (*Machsor*) von Gebeten und Hymnen nach römischem Ritus, geschrieben 1308, ms. Paris 609 (*Catalogue* p. 72 b) wegen seines Alters bemerkenswert, enthält die »14 Pforten» [des BENJAMIN BEN ABRAHAM, s. oben § 34] nach einem Synagogenkalender für 13 Lunarcykel [von NACHSCHON?].

39. Wir kommen nunmehr zu einem Autor und Werke, welche eine hervorragende Stelle in der jüdischen Literatur der Astronomie einnehmen und in gewisser Beziehung den Culminationspunkt dieser Wissenschaft bei den Juden im Mittelalter bilden.

Im Jahre 1310 verfasste der Toledaner ISAAK B. JOSEF aus der gelehrter Familie ISRAEL oder ISRAELI[9] für den dortigen, aus Deutschland geflohenen, in jener Wissenschaft unbewanderten Rabbiner ASCHER BEN JECHIEL ein umfassendes Werk über Astronomie in hebräischer Sprache, welches eine genauere Analyse verdiente, als hier der Platz gestattet.[10] Dasselbe gelangte sehr bald zu dem verdienten hohen Ansehen, so dass eine kürzere Bearbeitung nicht lange auf sich warten liess und schon vom eigenen Sohne JOSEF bearbeitet wurde. Das Werk ist auch von christlichen Bibliographen sehr gerühmt worden, welche es allerdings nur aus Handschriften kannten und nach dem Zeugnisse GRODECKS haben auch SCALIGER und PETAVIUS Vieles daraus geschüpft.

Das Buch, betitelt »Fundament der Welt», wurde zuerst in einer, für unsere Anforderungen nicht genügenden Weise herausgegeben von BARUCH BEN JAKOB aus Sklow (einem Fachkundigen) Berlin 1777 in 4°; dann aus einem ms. vervollständigt und mit den (rectificirten und complettirten) Tabellen und Noten herausgegeben von (dem sachkundigen) BERL GOLDBERG und ROSENKRANZ [letzterer nur buchhändlerisch beteiligt], nebst einer Analyse des Inhalts in deutscher Sprache [von DAVID CASSEL] Berlin 1846, 1848 (die V Tractate in II Abteilungen) in 4° (auch mit latein. Titel: »*Liber 'Jesod Olam' sive Fundamentum Mundi opus astronomicum celeberrimum auctore* R. ISAAC ISRAELI» etc.). — Zur Characteristik des klassischen Werkes müssen hier folgende Andeutungen genügen.

Den Impuls zur Abfassung desselben hatte allerdings das practische Bedürfnis der Kunde des jüdischen Kalenders gegeben, welcher im IV. Tractate nach allen Seiten hin behandelt, in den Tabellen (V. Tractat) practisch ausgeführt ist, und zwar nicht ohne Originalität, wie es scheint. Der Herausgeber findet hier zuerst den Schlüssel von 61 Kalendergrenzen, nach welchen die Berechnung oder Constitution der einzelnen Jahreskalender vereinfacht werden kann.[11] Allein ISRAELI ist auch ein geschulter Systematiker und, nach dem Muster der Alten, widmet er den I. Tractat den wichtigsten geometrischen Vorkenntnissen [wahrscheinlich nach EUKLID etc.], den II. der allgemeinen Astronomie, den III. dem Laufe von Sonne und Mond. Eine andere, noch heute anerkennenswerte Seite des Buches ist die vielfache Berücksichtigung der Geschichte der Astronomie nicht nur bei den Juden, sondern auch bei den Arabern (bei den Griechen aus indirecten Quellen) und Spaniern. Wir verdanken daher diesem Werke wertvolle Nachrichten, unter And. über AL-BATTANI, ZARKALI, IBN 'SÂÏD (in Toledo), über den Hauptbearbeiter der alfonsinischen Tafeln, ISAK IBN SID etc., welche erst seit kurzem durch indirecte Mitteilungen teilweise zur Kenntnis grösserer Kreise gelangen. Leider ist die Aufsuchung der betreffenden Stellen nicht durch einen Namensindex erleichtert. Seine wissenschaftliche Ansicht im Allgemeinen äussert ISAK am Schlusse des 7. Cap. des IV. Tr. (nach der deutschen Analyse): » Die Astronomie ist nun einmal eine Wissenschaft, die nicht auf blossen Verstandesschlüssen beruht, wie die Mathematik, sondern auch die Erfahrung, und nicht bloss die eines Menschenlebens, zu Hilfe nehmen muss. So fusste PTOLEMAEUS auf den Erfahrungen HIPPARCH's,

so wie des *Aftiman* und *Aktiman,*[12] die 600 Jahre vor ihm gelebt haben sollen.»

[1] PROPHATII, *Prooemium* etc. (s. weiter unten) 1876; vgl. *Histoire littér. de la France* **27** (1877) p. 603—607 (dazu 745—746) und p. 621; *Hebr. Übers.,* Index p. 1057.

[2] Genaueres s. in den Citaten: *Hebr. Übersetz.* S. 976.

[3] Herr TANNERY war so freundlich, mir seinen Artikel durch den Herrn Redacteur der Biblioth. Mathem. vorlegen zu lassen, als ich gerade in Folge eines Beinbruches in Dezember vorigen Jahres an der Benutzung meiner liter. Hilfsmittel verhindert war. Aus meiner (nicht abgedruckten) kurzen Nachbemerkung zu seinem Artikel nahm er Veranlassung zu seiner Nachschrift (oben p. 6). Auf das Übrige einzugehen wäre ich jetzt durch einen andern Zufall verhindert, halte es aber auch für angemessen, den Abdruck seiner Abhandlung in den *Notices et Extraits* abzuwarten.

[4] Näheres in dem unter b) citirten: PROPHATII etc. *Prooemium.*

[5] S. AD. JELLINEK, in der Zeitschrift Ben Chananja 1861 S. 88; doch ist die von ihm benutzte Handschrift *nicht* von SALOMO FRANCO selbst, sondern der Supercommentar von GATIGNO, worin Citate aus SALOMO FRANCO vorkommen; s. ERSCH und GRUBER, unter *Gatigno.* Vgl. KAYSERLING's Homil. Beibl. I S. 35 a. 3; GEIGER's Jüd. Zeitschrift VI, 122 und meine Mitteilung bei A. BERLINER, Pletath Soferim, S. 52 a. 5.

[6] Hebr. Bibliogr. XVIII, 9; vgl. A. BERLINER, *Gesch. d. Juden in Rom* II, 118; VOGELSTEIN und RIEGER, *Gesch. d. Juden in Rom* I, 388; der daselbst angeführte BERGER erwähnt nichts von Mathematik des BENJAMIN.

[7] *Hebr. Übersetz.* S. 597; M. L. BAMBERGER weiss auch im zweiten Teil seiner Diss. über IBN NA'HMIAS (1893) nichts von dem astronomischen Werke.

[8] Vgl. mein: *Letteratura italiana dei giudei,* Sonderabdruck aus dem Buonarroti 1884.

[9] Quellen in meinem *Catal. Bodl.* p. 1124 und Add. — Die Abstammung der englischen Familie (Lord BEACONSFIELD) von dieser Toledanischen ist mehr als zweifelhaft.

[10] Vgl. meine Anzeige eines Teiles der Berl. Ausgabe 1846 im Magazin für die Literatur des Auslandes desselben Jahres S. 378, woraus hier Einiges wiederholt ist.

[11] B. GOLDBERG selbst hat in der That diese Entdeckung seinem Büchlein: »Chronologische Tafeln zur immerwähren-

den Berechnung des jüdischen Kalenders» (Königsberg 1847) zu Grunde gelegt, ohne eine Quelle dafür zu nennen!

[12] Arabistische Entstellung von METON und EUKTEMON: s. Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **24**, 1870, S. 355, 358, 390.

Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

Au commencement du 18e siècle la théorie générale des équations différentielles était encore peu développée. On avait intégré certaines classes d'équations du premier ordre, et on s'était aussi occupé avec succès de quelques équations du second ordre, dont l'intégration pouvait être effectuée par réduction au premier ordre. De même, quand un problème proposé menait à une équation différentielle du troisième ordre, on essayait de le résoudre par trois intégrations successives, et JEAN BERNOULLI avait trouvé[1] avant 1700 une méthode d'intégrer par n opérations successives l'équation différentielle

$$y + Ax\frac{dy}{dx} + Bx^2\frac{d^2y}{dx^2} + \ldots + Nx^n\frac{d^ny}{dx^n} = 0.$$

C'est à EULER qu'on doit la découverte de la première méthode d'intégrer par une seule opération une équation différentielle du $n^{\text{ème}}$ ordre. Cette méthode est applicable à des équations linéaires à coefficients constants, et elle a été exposée premièrement dans le mémoire: *De integratione æquationum differentialium altiorum graduum* publié en 1743 dans le tome VII (p. 193—242) des Miscellanea Berolinensia. Mais déjà quelques ans plus tôt, EULER l'avait trouvée, et il en avait rendu compte dans sa correspondance avec JEAN BERNOULLI. Comme il n'est pas sans intérêt de connaître la première exposition qu'EULER a donnée de sa méthode, nous allons la reproduire d'après ses lettres inédites.

La première lettre où EULER parle de l'intégration d'équations différentielles linéaires d'ordre quelconque est celle du 15 septembre 1739. Il y écrit:

> Inveni nuper singularem modum æquationes differentiales altiorum graduum una vice ita integrandi, ut statim ad æquationem finitam perveniatur. Patet autem hæc methodus ad omnes æquationes, quæ in hac generali forma continentur:

$$y + \frac{a\,dy}{dx} + \frac{b\,ddy}{dx^2} + \frac{c\,d^3y}{dx^3} + \frac{d\,d^4y}{dx^4} + \frac{e\,d^5y}{dx^5} + \text{etc.} = 0$$

posito dx constante. Ad hanc æquationem generatim integrandam considero æquationem hanc seu expressionem algebraicam:

$$1 - ap + bp^2 - cp^3 + dp^4 - ep^5 + \text{etc.} = 0.$$

Hæc expressio si fieri potest in factores simplices reales hujus formæ $1 - ap$ resolvatur: sin autem hoc fieri nequeat, resolvatur in factores duarum dimensionum hujus formæ $1 - ap + \beta pp$, quæ resolutio realiter semper institui potest, hocque modo prodibit superior expressio sub forma producti ex factoribus vel simplicibus $1 - ap$ vel duarum dimensionum $1 - ap + \beta pp$, omnibus realibus. Facta autem hac resolutione, dico valorem ipsius y finitum per x et constantes expressum constare ex tot membris, quot factores habeantur expressionis illius algebraicæ, singulosque factores præbere singula integralis membra. Nempe factor simplex $1 - ap$ dabit integralis membrum

$$Ce^{-\frac{x}{a}},$$

factor autem compositus $1 - ap + \beta pp$ dabit integralis membrum hoc

$$e^{-\frac{ax}{2\beta}}\left(C \sin A.\frac{x\sqrt{4\beta - aa}}{2\beta} + D \cos A.\frac{x\sqrt{4\beta - aa}}{2\beta}\right)$$

ubi $\sin A$ et $\cos A$ mihi denotant sinum vel cosinum arcus sequentis in circulo cujus radius $= 1$ sumti: notandum autem est, si expressio $1 - ap + \beta pp$ in factores simplices reales resolvi nequeat uti pono, tum fore $4\beta > aa$ ideoque integrale reale. Proposita sit exempli gratia hæc æquatio

$$ydx^4 = k^4 d^4 y, \quad \text{seu} \quad y - \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0;$$

ex hac nascetur expressio algebraica hæc $1 - k^4 p^4$, cujus factores reales sunt tres $1 - kp$, $1 + kp$ et $1 + k^2 p^2$; ex quibus oritur æquatio integralis hæc:

$$y = Ce^{-\frac{x}{k}} + De^{\frac{x}{k}} + E \sin A.\frac{x}{k} + F \cos A.\frac{x}{k};$$

in qua expressione ob quadruplicem integrationem unica operatione peractam quatuor insunt novæ constantes C, D, E et F, uti natura integrationis postulat. Alia vice, si tibi, vir excellentissime, placuerit, hujus methodi demonstrationem perscribam.

A cette lettre JEAN BERNOULLI répondit le 9 décembre 1739:[2]

Non minus quoque curiosus videtur modus tuus æquationes differentiales altiorum graduum una vice ita integrandi, ut statim ad signationem finitam perveniatur. Memini me jam ante multos annos simile quod invenisse, quod in adversariis meis consignavi, sed nunc inquirere non vacat.

Par ces mots on pourrait se douter que JEAN BERNOULLI eût trouvé le premier une méthode d'intégrer des équations différentielles d'ordres supérieurs, mais en poursuivant la lecture de la réponse, on voit qu'il n'en est rien. JEAN BERNOULLI renvoie à son article: *Clar. Taylori mathematici Angli problema analyticum, quod omnibus geometris non-Anglis proposuit, solutum* (Acta eruditorum 1719, 256—270), où il s'agit de la décomposition de l'expression $x^4 + a^4$ en deux facteurs réels du second degré, et il fait voir que l'équation

$$\frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_{n-1}\frac{dy}{dx} + a_n y = 0$$

a toujours une intégrale *particulière* de la forme

$$y = e^{mx}$$

où m est une constante (réelle ou imaginaire), mais il n'est pas en état de déduire l'intégrale complète, ni même une intégrale réelle de l'équation

$$y + \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0.$$

Dans sa lettre du 19 janvier 1740, EULER continuait ses renseignements sur sa découverte. Voici ce qu'il y dit:

Quod suspicaris, vir exc., ad methodum meam integrandi æquationes differentiales altiorum graduum, quæ hac forma generali continentur

$$0 = y + \frac{ady}{dx} + \frac{bddy}{dx^2} + \frac{cd^3 y}{dx^3} + \text{etc.}$$

ansam mibi præbuisse ingeniosam illam tuam analysin, qua problema Cotesianum a TAYLORO propositum resolvisti, quanquam insignis similitudo intercedit, tamen postquam problema multis modis tractassem, prorsus inopinato in meam solutionem incidi, atque ante nequidem suspicione agnoveram, resolutionem æquationum algebraicarum in hoc negotio quicquam subsidii afferre posse. Mox quidem pariter ac tu, vir celeb., intellexi in hujusmodi æquationibus logarithmicas contineri, modo plures, modo pauciores, sæpius etiam nullas, quæ parametros habeant reales. Verum meum institutum in hoc præcipue versa-

batur, non tam ut unam atque alteram æquationem integralem exhiberem, quæ propositæ differentiali satisfaceret, quam ut æquationem integralem completam eruerem, quæ æque late ac ipsa differentialis pateret, et quæ omnes omnino æquationes particulares satisfacientes simul in se complecteretur. Imprimis autem in eo eram occupatus, ut æquatio integralis a quantitatibus imaginariis penitus esset libera, id quod mihi ex voto consecutus esse videor. Quod enim oggeris hujus æquationis

$$y + \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0$$

integralem mea methodo inventam imaginariam esse futuram, id, si quidem meam methodum attentius inspicere dignaberis, aliter deprehendes. Pervenio namque ad hanc æquationem algebraicam $p^4 + k^4 = 0$, quæ in has duas æquationes duarum dimensionum resolvitur

$$p^2 + kp\sqrt{2} + k^2 = 0 \quad \text{et} \quad p^2 - kp\sqrt{2} + k^2 = 0,$$

unde obtineo hanc æquationem integralem completam

$$y = Ce^{\frac{x}{k\sqrt{2}}} \sin A. \frac{x}{k\sqrt{2}} + De^{\frac{x}{k\sqrt{2}}} \cos A. \frac{x}{k\sqrt{2}}$$

$$+ Ee^{-\frac{x}{k\sqrt{2}}} \sin A. \frac{x}{k\sqrt{2}} + Fe^{-\frac{x}{k\sqrt{2}}} \cos A. \frac{x}{k\sqrt{2}}$$

cujus æquationis quatuor constantes C, D, E et F manifesto testantur hanc æquationem esse integralem completam. Quodsi enim æquatio differentialis quarti ordinis proposita

$$y + \frac{k^4 d^4 y}{dx^4} = 0$$

quater omni extensione integretur necesse est ut quatuor novæ constantes in finalem æquationem integralem ingrediantur. Præcipuum autem, quo hæc mea methodus aliis antecellere videtur, in hoc consistit, quod non opus habeam tot integrationes successive instituere, quot gradus habent differentialia, sed uno quasi actu inveniam æquationem integralem finitam. Simili fere modo possum etiam æquationem integralem completam ac realem invenire, quæ satisfaciat huic æquationi differentiali indefiniti gradus

$$0 = y + \frac{axdy}{dx} + \frac{bx^2 ddy}{dx^2} + \frac{cx^3 d^3 y}{dx^3} + \frac{dx^4 d^4 y}{dx^4} + \text{etc.};$$

posito dx constante.

Des remarques ultérieures de JEAN BERNOULLI[2] donnaient lieu à de nouvelles communications de la part d'EULER sur le même sujet. Ainsi il fait observer dans sa lettre du 20 juin 1740:

Quæ de integratione æquationum differentialium indefiniti gradus mibi rescribis, mirifice mihi placent; methodus quidem, qua uteris, vir excell., in æquatione

$$0 = y + \frac{ady}{dx} + \frac{bddy}{dx^2} + \frac{cd^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

fere congruit cum mea, altera autem quam præbes pro æquatione

$$0 = y + \frac{axdy}{dx} + \frac{bxxddy}{dx^2} + \frac{cx^3d^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

a mea maxime discrepat, mihique compendia nonnulla patefecit, quæ ex mea methodo non tam sponte manarent. Ceterum mea methodus hoc præcipue discrepat, quod semper æquationem realem exclusis imaginariis præbeat: id quod nisi ad quantitates vel exponentiales vel a circuli quadratura pendentes confugere velimus, effici omnino nequit.

Et dans sa lettre du 18 octobre 1740, il ajoute:

Nunquam ego quantum memini dixi methodum tuam integrandi hanc æquationem

$$0 = y + \frac{ady}{dx} + \frac{bddy}{dx^2} + \frac{cd^3y}{dx^3} + \text{etc.}$$

non satis esse generalem: sed tantum dixi eam hoc laborare incommodo, ut sæpissime integrale quantitatibus imaginariis involutum exhibeat. Quotiescunque autem æquationis differentialis realis invenitur æquatio integralis imaginariis inquinata, toties ea in aliam formam illi quidem æquivalentem sed realem transformari potest, atque in hoc solo mea methodus a tua differt, ut mea statim illas expressiones reales pro integrali exhibeat. Quo in negotio miror te, vir celeb., integrale æquationis

$$y + \frac{ed^4y}{dx^4} = 0$$

a me datum a tuo re vera discrepans arbitrari, cum ego tantum logarithmicarum imaginariarum, quas tu invenis, statim earum valores reales per quadraturam circuli expressos exhibeam; eoque magis miror quod tu primus reductionem quadraturæ circuli ad logarithmos imaginarios et vicissim

patefeceris.[4] Categorice itaque, uti postulas, respondeo, me integrale æquationis

$$y + \frac{ed^4 y}{dx^4} = 0$$

a me datum non solum pro vero agnoscere, verum etiam id a tuo logarithmis imaginariis constante specie tantum, non autem ipsa re dissentire. Æque nimirum integralia nostra inter se conveniunt, ac istæ expressiones $e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}$ et $2 \cos A . x$, etsi specie maxime a se invicem diversæ, existente $le = 1$: utraque enim expressio in seriem mutata eandem dat seriem

$$2\left(1 - \frac{xx}{1 . 2} + \frac{x^4}{1 . 2 . 3 . 4} - \frac{x^6}{1 . 2 \ldots 6} + \text{etc.}\right).$$

Utraque etiam est valor integralis ipsius y ex æquatione

$$ddy + ydx^2 = 0;$$

cujus ideo si alter nostrum dicat integrale esse

$$y = e^{+x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}$$

alter vero esse

$$y = 2 \cos A . x,$$

diversis quidem modis idem dicimus, at posterior expressio magis est intelligibilis, ex eaque facilius pro quovis ipsius x valore proposito conveniens valor ipsius y exhiberi potest. Demonstrare autem possum, quoties in integratione tua methodo instituta perveniatur ad logarithmicas imaginarias, eas semper ita esse comparatas ut illarum binæ conjunctæ sinum vel cosinum cujuspiam arcus, hoc est quantitatem realem representant; atque mea methodo statim valores hos reales loco quantitatum imaginariorum introduco.

Aussi dans une lettre, actuellement perdue, du 16 septembre 1741, Euler s'est occupé de l'intégration des équations différentielles linéaires, comme il résulte d'un passage de la lettre de Jean Bernoulli du 28 octobre 1741.[5]

Il s'ensuit des extraits rapportés ci-dessus qu'Euler avait trouvé sa méthode déjà en 1739, et que la découverte en fut faite presque inopinément (*prorsus inopinato*). Euler relevait aussi expressément, que cette méthode différait essentiellement de celles proposées antérieurement en ce qu'elle donnait immédiatement l'intégrale complète, sans qu'on eût besoin d'intégrations successives.

Il convient de faire observer que, dans sa lettre du 18 octobre 1740, EULER a indiqué la formule[6]

$$e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}} = 2 \cos x,$$

mais qu'il n'en ressort pas, s'il avait encore remarqué les formules

$$e^{x\sqrt{-1}} = \cos x + \sqrt{-1} \sin x, \ e^{-x\sqrt{-1}} = \cos x - \sqrt{-1} \sin x$$

qu'on rencontre pour la première fois dans l'*Introductio in analysin infinitorum.*[7]

Toutes les recherches d'EULER dont je viens de parler, se rapportent exclusivement à des équations différentielles linéaires de la forme

$$\frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_n y = 0;$$

le cas où le second membre n'est pas 0, mais une fonction de x, n'a été traité par EULER que dans le mémoire *Methodus nova aequationes differentiales altiorum graduum integrandi ulterius promota* publié en 1753 dans le tome III (p. 3—35) des Novi commentarii academiæ scientiarum Petropolitanæ.

[1] Comparez la *Correspondance mathématique* et *physique de quelques célèbres géomètres du XVIIIème siècle, publiée par* P. H. FUSS. Tome II (S:t Pétersbourg 1843), p. 36. La »scheda separata» dont parle JEAN BERNOULLI, n'a pas été publiée par FUSS — sans doute parce qu'il n'y avait pas recours — mais le brouillon de JEAN BERNOULLI est gardée à la Bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm. JEAN BERNOULLI multiplie l'équation proposée par x^p et détermine p de manière que le premier membre en puisse être immédiatement intégré. Il obtient alors une équation du $(n-1)^{ème}$ ordre semblable à la proposée, et après n opérations successives il parvient à l'intégrale demandée.

[2] Comparez FUSS, l. c. II, p. 28—29.

[3] Comparez FUSS, l. c. II, p. 35—36, 47—48.

[4] EULER fait allusion ici au mémoire de JEAN BERNOULLI: *Solution d'un problème concernant le calcul intégral, avec quelques abregés par rapport à ce calcul* (Histoire de l'académie des sciences de Paris 1702; Mémoires p. 296—305).

[5] FUSS, l. c. II, p. 62.

[6] Un cas particulier de cette formule a été mentionné vers le même temps par EULER dans une lettre adressée à

Goldbach (Fuss, l. c. I, p. 111; comparez R. Reiff, *Geschichte der unendlichen Reihen,* Tübingen 1889, p. 103—105).

[7] Comparez H. Suter, *Geschichte der mathematischen Wissenschaften,* II (Zürich 1875), p. 271—272.

Sur les lettres de Léonard Euler à Jean I Bernoulli.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

Depuis un siècle, la plus grande partie de la correspondance de JEAN I BERNOULLI, appartient à l'académie des sciences de Stockholm, qui l'avait achetée en 1797 par JEAN III BERNOULLI.[1] Ce recueil précieux contient aussi quelques copies des lettres de JEAN BERNOULLI à EULER et 17 lettres (1727—1740) d'EULER à JEAN BERNOULLI. Celles-là sont déjà publiées, en partie par FUSS,[2] en partie par moi-même,[3] mais celles-ci sont encore inédites, et dans ce qui suit, je me propose de donner un sommaire de ces lettres.

Abstraction faite des deux premières, qui sont assez courtes, les lettres contiennent 3—8 pages in-4°, et le format du papier est en général 23 × 18 cm; l'écriture en est souvent très serrée, de manière que l'impression de ses 75 pages écrites exigerait probablement plus de 80 pages de la Bibliotheca Mathematica. La langue dont s'est servi EULER est le latin, sauf pour ce qui concerne la lettre du 25 mai 1731, laquelle est écrite en allemand. Il y a plusieurs ratures, dont une (dans la lettre du 20 décembre 1738) est faite par EULER lui-même, mais les autres (dans les lettres du 27 août 1737, 10 décembre 1737, 26 avril 1738, 5 mai 1739, 15 septembre 1739, 19 janvier 1740, 20 juin 1740) sont peutêtre de la main de JEAN II BERNOULLI (fils de JEAN I BERNOULLI).

Sommaire des lettres d'Euler.

1. *S:t Pétersbourg le 5 novembre 1727.* [1 page.]

Remarques sur les trajectoires réciproques. Difficultés dans la théorie des écoulements de fluides par des orifices de vases. Sur un traité projeté sur l'acoustique. Sur la signification géométrique de l'équation $y = (-1)^x$.

2. *S:t Pétersbourg le 10 décembre 1728.* [$1\frac{1}{4}$ pages.]

Sur l'équation $y = (-1)^x$ et sur les logarithmes des quantités négatives. Sur les équations différentielles

$$yyddy = xdx^2$$

$$ddx = x^n Y dx^{m-n} dy^{2-m} + x^p \Upsilon dx^{q-p} dy^{2-q} + \text{etc.}$$ [4]

et des équations semblables.

3. *S:t Pétersbourg le 18 février 1729.* [3 pages.]

Sur la ligne la plus courte entre deux points d'une surface donnée. Sur les corps conoïdiques, c. à. d. ceux engendrés par une ligne droite qui se meut sur une courbe donnée en passant toujours par un point donné hors du plan de la courbe.

4. *S:t Pétersbourg le 16 mai 1729.* [4 pages.]

Sur les logarithmes des quantités négatives. Sur les équations différentielles de second ordre et en particulier celles de la forme:

$$y^m ddy = x^n dx^p dy^{2-p},$$

$$ddx = Yx^m dx^{1-m} dy^{1+m} + Y x^n dx^{1-n} dy^{1+n} + \text{etc.}$$

$$ax^m y^n dx^p dy^q ddy + bx^r y^{m+n-r} dx^s dy^{p+q-s} ddy + \text{etc.}$$

$$= cx^t y^{m+n-1-t} dx^v dy^{p+q+1-v} + \text{etc.}^5$$

Sur la ligne la plus courte entre deux points d'une surface donnée. Sur les corps conoïdiques.

5. *S:t Pétersbourg le 21 octobre 1729.* [3 pages.]

Sur les équations différentielles de second ordre et en particulier l'équation

$$ax^m dx^p = y^n dy^{p-2} ddy.$$

Sur les courbes tautochrones et isochrones. Sur la série

$$1\,,\ 1.2\,,\ 1.2.3\,,\ 1.2.3.4\,,\ \text{etc.}$$

et sur le terme de cette série correspondant à l'indice $\frac{1}{2}$.

6. *S:t Pétersbourg le 11 juillet 1730.* [4 pages.]

Sur les équations différentielles de second ordre:

$$xxdy = qydx^2,$$

$$ddy = Yx^m dx^{1-m} dy^{1+m} + Yx^n dx^{1-n} dy^{1+n} + \text{etc.},$$

$$ax^m y^{-m-1} dx^p dy^{2-p} + bx^n y^{-n-1} dx^q dy^{2-q} + \text{etc.} = ddy.$$

Sur les courbes tautochrones et isochrones. Sur la construction d'une certaine ligne sur une surface donnée, et sur le mouvement d'un corps sur un plan incliné mobile. Sur l'équation différentielle

$$ccdz - zzdz - zxdx = cdx\sqrt{xx + zz - cc}.$$

7. *S:t Pétersbourg le 25 mai 1731.* [4 pages.]

Sur la théorie de la musique.

8. *S:t Pétersbourg le 27 août 1737.* [7 pages.]

Sur la théorie de la lumière et du son. Sur la *Mechanica* d'EULER. Sur la somme de la série

$$1 + \frac{1}{2^{2n}} + \frac{1}{3^{2n}} + \frac{1}{4^{2n}} + \text{etc.}$$

et en particulier sur la somme de cette série pour $n = 1, 3, 4, 5, 6$. Sur la série

$$1 + \frac{1}{(-3)^n} + \frac{1}{(+5)^n} + \frac{1}{(-7)^n} + \frac{1}{(+9)^n} + \frac{1}{(-11)^n} + \text{etc.}$$

Sur l'équation

$$a - t + \tfrac{1}{3} t^3 - \tfrac{1}{5} t^5 + \text{etc.} = 0.$$

Sur la série

$$\tfrac{1}{3},\ \tfrac{1}{7},\ \tfrac{1}{8},\ \tfrac{1}{15},\ \tfrac{1}{24},\ \tfrac{1}{26},\ \text{etc.}$$

où tous les dénominateurs sont de la forme $a^r - 1$. Sur la série divergente

$$\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{11} + \text{etc.}$$

et sur le produit infini

$$\tfrac{2}{1} \cdot \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{4}{3} \cdot \tfrac{6}{5} \cdot \tfrac{6}{7} \cdot \tfrac{8}{9} \cdot \text{etc.}$$

Sur une nouvelle branche de l'analyse infinitésimale appelée par EULER analyse infinitésimale indéterminée (*analysis infinitorum indeterminata*).

9. *S:t Pétersbourg le 10 décembre 1737.* [7 pages.]

Sur la *Mechanica* d'EULER. Sur les séries

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \text{etc.}$$

$$\frac{1}{1.2} + \frac{2}{1.3.4} + \frac{2.4}{1.3.5.6} + \text{etc.}$$

Sur l'analyse infinitésimale indéterminée. Sur les mouvements des corps flottants.

10. *S:t Pétersbourg le 26 avril 1738.* [4 pages.]

Sur la *Mechanica* d'EULER et sur quelques recherches de J. HERMANN. Sur l'analyse infinitésimale indéterminée. Sur les mouvements des corps flottants.

11. *S:t Pétersbourg le 30 juillet 1738.* [8 pages.]

Sur les mouvements des corps dans des orbites mobiles ou immobiles. Sur les tentatives de J. HERMANN de réduire des quadratures à la rectification de courbes algébriques, et

sur l'analyse infinitésimale indéterminée. Sur les mouvements des corps flottants. Sur le feu et sur la marée. Sur les séries

$$1 + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{9} + \tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{25} + \text{etc.}$$

$$1 - \tfrac{1}{2}(1 + \tfrac{1}{3}) + \tfrac{1}{3}(1 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5}) - \tfrac{1}{4}(1 + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{7}) + \text{etc.}$$

Sur la théorie générale des problèmes isopérimétriques.

12. *S:t Pétersbourg le 20 décembre 1738.* [4 pages.]

Sur la théorie de la musique. Sur les mouvements des corps flottants. Sur la formule générale de la solution de problèmes isopérimétriques. Sur une propriété de la courbe élastique rectangle [= courbe lintéaire].

13. *S:t Pétersbourg le 5 mai 1739.* [6 pages.]

Sur l'hydrodynamique. Sur les formules pour réduction de l'intégrale

$$\int x^m dx\,(a^n - x^n)^k.$$

Sur l'intégration de l'équation différentielle

$$a^3 d^3y = ydx^3.$$

Sur un problème de mécanique dont la résolution exige l'intégration d'une équation différentielle de la forme

$$a^2 dds + sdt^2 = bydt^2, \quad \text{où} \quad t = \int \frac{dy}{\sqrt{1 - yy}}.$$

14. *S:t Pétersbourg le 15 septembre 1739.* [4 pages.]

Sur la méthode de sommer la série

$$\frac{1}{1 \pm n} + \frac{1}{4 \pm n} + \frac{1}{9 \pm n} + \frac{1}{16 \pm n} + \frac{1}{25 \pm n} + \text{etc.}$$

Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

15. *S:t Pétersbourg le 19 janvier 1740.* [7 pages.]

Une méthode pour la sommation de la série

$$\frac{1}{1 \pm n} + \frac{1}{4 \pm n} + \frac{1}{9 \pm n} + \frac{1}{16 \pm n} + \text{etc.}$$

Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants et de celles de la forme

$$0 = y + \frac{axdy}{dx} + \frac{bx^2ddy}{dx^2} + \text{etc.}$$

Sur les oscillations des corps flottants.

16. *S:t Pétersbourg le 20 juin 1740.* [4 pages.]
Sur les séries

$$\frac{1}{1+n}+\frac{1}{4+n}+\frac{1}{9+n}+\frac{1}{16+n}+\text{etc.},$$

$$1+\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{4^n}+\frac{1}{5^n}+\text{etc.},$$

$$1-\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}-\frac{1}{4^n}+\frac{1}{5^n}-\text{etc.},$$

$$1\pm\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}\pm\frac{1}{4^4}+\frac{1}{5^5}\pm\frac{1}{6^6}+\text{etc.}$$

Valeur approximative de l'expression

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{x}$$

et valeur de la constante qui y entre. Sur l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Sur les oscillations des corps flottants. Sur l'équation différentielle

$$yxxdx^2+addy=0.$$

17. *S:t Pétersbourg le 18 octobre 1740.* [4 pages.]
Sur l'hydrodynamique. Sur la série

$$1-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^3}-\frac{1}{4^4}+\text{etc.}$$

et sur la valeur approximative de l'expression

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{x}$$

trouvée par EULER.

Sur l'intégration des équations différentielles à coefficients constants et en particulier sur l'équation

$$y+e\frac{d^4y}{dx^4}=0.$$

Par les dates des lettres on voit qu'il y a une lacune entre le 25 mai 1731 et le 27 août 1737; il est donc probable qu'EULER a adressé 1731—1737 à JEAN BERNOULLI plusieurs lettres actuellement perdues, et il est certain qu'il a écrit au moins en 1736 une lettre, à laquelle JEAN BERNOULLI répondit le 2 avril 1737. De plus, il résulte des lettres de celui-ci, que la correspondance entre les deux éminents mathé-

maticiens a été continuée quelques années après 1740 et qu'EULER a écrit des lettres au moins le 16 septembre 1741, 26 décembre 1741, juin (?) 1742 et 22 septembre 1742. Malheureusement, il n'est guère à espérer qu'on pourra retrouver à l'avenir ces lettres.

Quant à la partie des lettres d'EULER qui se rapporte à la mécanique et à la physique, je ne l'ai pas examinée de plus près, et, par conséquent, je ne saurai dire si elle contient des renseignements historiques de quelque importance. Le reste traite principalement de la théorie des suites et de l'intégration des équations différentielles; on sait qu'EULER a traité ces matières dans de nombreux mémoires et ouvrages à part, et pour cette raison on ne doit pas attendre de trouver dans ses lettres des théorèmes ni des méthodes inédites. De fait, si l'on compare le sommaire ci-dessus donné avec les mémoires publiés par EULER vers ce même temps dans les *Commentarii* de l'académie des sciences de S:t Pétersbourg, on trouve que les mémoires traitent à peu près de toutes les matières contenues dans les lettres. Mais d'autre part ces lettres ne sont pas sans intérêt au point de vue de l'histoire des mathématiques pures, car elles nous permettent de fixer les dates de quelques-unes des découvertes d'EULER et de modifier ainsi quelques indications données dans les ouvrages d'histoire des mathématiques. Dans la note antérieure (p. 43—50), j'ai déjà démontré qu'EULER avait intégré en 1739 l'équation différentielle linéaire à coefficients constants où le second membre est égal à zéro, bien que sa méthode n'ait été publiée qu'en 1743. A l'occasion je me propose de donner quelques autres renseignements de la même nature, qu'on peut tirer de ses lettres.

[1] Comparez ENESTRÖM, *Notice sur la correspondance de Jean I Bernoulli* (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **12**, 1879, 313--314).

[2] *Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIIIe siècle publiée par* P. H. FUSS. Tome II (S:t Pétersbourg 1843), p. 1—93.

[3] *Trois lettres inédites de Jean I Bernoulli à Léonard Euler publiées par* G. ENESTRÖM (Bihang till [svenska] vetenskapsakademiens handlingar **5**, 1880).

[4] Il résulte de la lettre du 16 mai 1729 que cette équation a été mal transcrite par EULER.

[5] Dans sa lettre du 11 juillet 1730, EULER indique qu'il avait en vue une autre équation.

Über den angeblichen Ausspruch Galilei's: »Eppur si muove».

Von GERHARD BERTHOLD in Ronsdorf.

In einer Notiz über den vielumstrittenen Wahlspruch hatte ich kürzlich die Vermuthung geäussert,[1] dass der Abbé IRAILH (der, soweit bis dahin ermittelt, zuerst den Ausspruch im Jahre 1761 erwähnt hatte) durch mündliche Tradition davon Kenntniss erlangt habe. Weitere eingehende Nachforschungen haben mir jedoch ergeben, dass IRAILH seine Nachricht dem kurz zuvor erschienenen Werke eines italienischen Schriftstellers entnommen hat, nämlich der *Italian Library* des GIUSEPPE BARETTI,[2] welche im Jahre 1757 veröffentlicht wurde.

In diesem Cataloge, in welchem die hervorragendsten in italienischer Sprache geschriebenen Werke, nach den einzelnen Disciplinen geordnet, systematisch aufgezählt werden, und theilweise mit Randglossen versehen sind, findet sich in dem Capitel »Filosofi Naturali. Natural Philosophers» GALILEI's *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del Mondo Tolemaico e Copernicano* aufgeführt, und folgende Anmerkung hinzugefügt:[3] »This is the celebrated GALILEO, who was in the inquisition for six years, and put to the torture, for saying, that the *earth moved*. The moment he was set at liberty, he looked up to the sky and down to the ground, and, stamping with his foot, in a contemplative mood, said, *Eppur si move;* that is, *still it moves*, meaning the earth.»

Hiermit dürfte endgültig die Fundstelle festgelegt sein, auf welche der angebliche Ausspruch GALILEI's zurückzuführen ist. Seine Quelle ist in Italien selbst zu suchen, und ist er dem Sagenkreise zuzuweisen, der sich allmälig um die Person GALILEI's gebildet hatte. Ein Landsmann GALILEI's, GIUSEPPE BARETTI, hat alsdann zuerst den Ausspruch schriftlich fixirt und im Jahre 1757 als der Erste durch den Druck veröffentlicht. Von ihm entnahm alsbald (1761) der Abbé IRAILH seine Notiz.[4] Auf Letzterem fusst der Abbé CHAUDON, der nicht nur die legendenhafte Ausschmückung gab (1766),[5] sondern auch durch sein in neun Auflagen (von 1766—1810) erschienenes *Dictionnaire historique* bewirkte, dass die Legende in alle Welt verbreitet wurde.

[1] *Eppur si muove.* Zeitschr. für Mathem. **42,** 1897; Hist. Abth. p. 8.

[2] GIUSEPPE BARETTI, geboren am 25. April 1719 zu Turin, ging 1751 nach London, wo er am 5. Mai 1789 gestorben ist.

[3] *The Italian Library. Containing an Account of the Lives and Works of the most valuable Authors of Italy.* London: Printed for A. Millar, in the Strand. MDCCLVII. p. 52.

[4] *Querelles littéraires* etc. A Paris 1761. 12°. t. iii, p. 49: »Au moment, assure-t-on, qu'il fut mis en liberté, le remords le prit. Il baissa les yeux vers la terre, et dit, en la frappant du pied: *Cependant elle remue.* »*E pur si move.*«

[5] *Nouveau Dictionnaire historique-portatif* etc. A Amsterdam 1766, t. II, p. 207: »Au moment qu'il se releva [nach der Abschwörung, welche er knieend geleistet], agité par le remords d'avoir fait un faux serment, les yeux baissés vers la terre, il dit en la frappant du pied: *Cependant elle remue, e pur si move*«. — Aus dem Fehlen des »on prétend« in der ersten Auflage von CHAUDON's *Dictionnaire* erklärt sich, dass auch FR. N. STEINACHER (1774) und F. X. DE FELLER (1781) diesen Zusatz nicht bringen. — Offenbar um die Sache plausibler erscheinen zu lassen, schreibt BIOT, Artikel *Galilée* (*Biographie universelle* etc. Paris, Michaud, **16,** 1816, p. 327): »il ne put s'empêcher de dire *à demi-voix,* en frappant du pied la terre: E pur si muove.«

RECENSIONEN. — ANALYSES.

S. A. Christensen. MATEMATIKENS UDVIKLING I DANMARK OG NORGE I DET XVIII. AARHUNDREDE. EN MATEMATISK-HISTORISK UNDERSÖGELSE. Odense 1895. 8°, (3) + 262 p.

Cet ouvrage a pour but de rendre compte des études mathématiques en Danemark et en Norvège au 18e siècle. Il est divisé en deux sections dont la première traite de l'enseignement et la seconde des recherches scientifiques. Dans celle-là, l'auteur mentionne les divers règlements scolaires en vigeur au 18e siècle et les cours préscrits pour les établissements d'instruction moyenne et supérieure ainsi que pour les écoles spéciales. On y trouve aussi plusieurs notices sur les traités des mathématiques élémentaires publiés en Danemark antérieurement à l'an 1700.

La seconde section se rapporte en premier lieu aux résultats littéraires des études mathématiques à l'université de Kjöbenhavn et à l'académie de Sorö; l'auteur y rend compte aussi des mémoires publiés dans les recueils des sociétés savantes, et de quelques autres écrits mathématiques publiés en Danemark an 18e siècle.

Aux pages 249—251 l'auteur résume les faits principaux de l'exposition précédente. Il fait ressortir que la méthode de l'enseignement des mathématiques, peu satisfaisante au commencement du 18e siècle, devenait plus loin meilleure, et que des recherches scientifiques dans le domaine des sciences mathématiques n'ont été faites en Danemark qu'à partir du milieu de ce siècle. Cependant, ces recherches étaient peu nombreuses et elles ne semblent guère avoir contribué au développement des mathématiques. Le seul ouvrage vraiment original, celui de C. WESSEL *Om Directionens analytiske Betegning* (1797), n'a pas été compris par ses contemporains, et il est resté inconnu jusqu'à nos jours. D'autre part, l'enseignement universitaire était restreint aux mathématiques élémentaires, et ce n'est que vers l'an 1800 que des cours de calcul infinitésimal ont été faits à l'université de Kjöbenhavn.

Dans l'ouvrage de M. CHRISTENSEN on trouve quelques renseignements aptes à compléter la *Bibliographische Notiz über das Studium der Geschichte der Mathematik in Dänemark* publiée par lui-même et M. J. L. HEIBERG dans la Bibliotheca Mathematica 1889, p. 75—83. Aux pages 114 et 165 il signale que les règlements de l'académie de Sorö (1747) et de l'université de Kjöbenhavn (1788) imposaient aux professeurs

de commencer leurs cours par un aperçu de l'histoire et de la littérature de la science dont il s'agissait, mais qu'on ignore si cette ordonnance a eu quelque effet. Aux pages 72, 173, 194, 212 il indique les écrits suivants non mentionnés dans la *Bibliographische Notiz*.

H. GRAM. Archytæ Tarentini fragmentum περὶ τῆς μαθηματικῆς cum brevi disquisitione chronologica de ætate Archytæ. Hafniæ 1707. 4°.

M. ANCHERSEN. Oratio de mathematicis Danorum, accedit narratio brevis de vita et scriptis P. Horrebowii.
Dänische Bibliothek 8, 1746, 701—720.

J. J. FRIIS. Introductio in librum Jamblichi tertium de generali mathematum scientia. Disputatio inauguralis. Hafniæ 1790. 4°.

L. H. TOBIESEN. Principia atque historia inventionis calculi differentialis et integralis, nec non methodi fluxionum. Gottingæ 1793. 4°.

M. CHRISTENSEN semble avoir réuni avec beaucoup de soin les matériaux de son ouvrage, et il a analysé consciencieusement les écrits mathématiques publiés en Danemark au 18e siècle. Certes, son exposition aurait mérité encore plus de louanges, s'il lui avait été possible de comparer en détail les ouvrages des mathématiciens danois avec ceux publiés auparavant sur les mêmes sujets par des savants étranges, et de porter ainsi un jugement définitif sur l'originalité des recherches de ses concitoyens.

La transcription des noms de quelques auteurs cités par M. CHRISTENSEN donne lieu à des remarques. RAINER GEMMA-FRISIUS est appelé toujours (p. 4, 7 etc.) »Fris«, tandis que PAOLO FRISI est cité (p. 222, 223) sous le nom de »Frisius«; l'auteur J. T. DESAGULIERS est appelé (p. 169, 260) »Desaguilier« et le nom de J. A. SEGNER est transcrit (p. 180, 262) »Seigner«. Nous avons noté aussi un certain nombre de fautes de plume ou d'impression, mais nous jugeons inutile de les rapporter ici.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1897: 1.

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. LORIA. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 1 (4 pages).

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
42 (1897): 2.

°**Airy, G. B.**, Autobiography. Edited by W. AIRY. London 1896.
8°, 12 + 414 p. + portrait.

°**Ball, W. W. R.**, Mathematical recreations and problems of past and present times. Third edition. London, Macmillan 1896.
8°, 288 p. — [7 sh.]

Berthold, G., David Fabricius und Johann Kepler. Vom neuen Stern. Facsimiledruck mit einem Nachworte. Norderney, Braams 1897.
8°, VI + (1) + 43 p.

Braunmühl, A. von, Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie.
Halle, Deutsche Akad. d. Naturf., Abhandl. **71**, 1897, 1—30 + 1 pl.

Braunmühl, A. von, Nassîr Eddîn Tûsi und Regiomontan.
Halle, Deutsche Akad. d. Naturf., Abhandl. **71**, 1897, 31—67 + 2 pl.

Dahlbo, J., Uppränning till matematikens historia i Finland från äldsta tider till stora ofreden. Akademisk afhandling. Nikolaistad 1897.
8°, (4) + 196 p. + 1 pl.

Daublensky von Sterneck, R., Zur Vervollständigung der Ausgaben der Schrift des Jordanus Nemorarius: Tractatus de numeris datis.
Monatshefte für Mathem. **7**, 1896, 165—179 + facsim.

°**Eisenlohr, A.**, Ein altbabylonischer Felderplan, nach Mitteilungen von F. V. SCHEIL herausgegeben und bearbeitet. Leipzig, Hinrichs 1896.
8°, 16 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 41. (CANTOR.)

Fontès, M., Bilan des caractères de divisibilité.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 5_9, 1893, 459—475. — Notice historique.

Fontès, M., Pierre Forcadel, lecteur du roy ès mathématiques. (Suite.)
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 7_9, 1895, 316—346.

Gibson, B., La »Géométrie« de Descartes au point de vue de sa méthode.
Revue de métaphysique et de morale (Paris) **4**, 1896, 386—398.

Günther, S., Zur Kalenderkunde.
Zeitschrift für Kulturgeschichte (Weimar) 4_4, 1896, 145—154.

Halsted, G. B., Some salient points in the history of non-euclidean and hyper-spaces.
Mathematical papers of the Chicago Congress **1** (New York 1896), 92—95.

Halsted, G. B., Sylvester.
Science (New York) **5**, 1897, 597—604. — Nécrologie.

°**Heinze, M.,** Moritz Wilhelm Drobisch. Gedächtnissrede. Leipzig 1897.
8°, 25 p. — [0·60 Mk.]

Hoffmann, J. C. V., William Shanks und die von ihm berechneten 707 Decimalen der Zahl π, sowie seine sonstige Thätigkeit.
Zeitschr. für mathem. Unterricht **26**, 1895, 261—264.

°**Jacobs, H. von,** Das Volk der Sieben-Zähler. Rückschluss aus der Form der »arabischen Ziffern» auf ihre Herkunft. Berlin 1896.
8°, 45 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 42. (CANTOR.)

Kutta, W. M., Zur Geschichte der Geometrie mit constanter Zirkelöffnung.
Halle, Deutsche Akad. d. Naturf., Abhandl. **71**, 1897, 69—101 + 3 pl.

Lampe, E., Karl Weierstrass. Gedächtnissrede gehalten in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 5. März 1897. Leipzig, Barth 1897.
8°, 24 p.

Lindemann, F., Zur Geschichte der Polyeder und der Zahlzeichen.
München, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1896, 625—758 + 9 pl.

Loria, G., Versiera, Visiera e Pseudo-versiera.
Biblioth. Mathem. 1897, 7—12. — Note historique sur quelques courbes.

Maddison, Isabel, Note on the history of the map-coloring problem.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 3_2, 1897, 257.

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 2.—9. Lieferung. Leipzig, Barth 1896—1897.
8°, p. 97—846.

Russell, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897.
8°, XVI + 201 p. — [7½ sh.] — Ouvrage en grande partie historique.

°**Schöngut, L.,** Über Kants mathematische Hypothese. Reichenberg 1896.
8°, 52 p. — [1·80 Mk.]

Siacci, F., Carlo Weierstrass.
Napoli, Accad. d. sc. fis. e matem., Rendiconti 3_3, 1897, 63—64.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 13—18.

Tannery, P., Magister Robertus Anglicus in Montepessulano.
Biblioth. Mathem. 1897, 3—6.

Vailati, G., Del concetto di centro di gravità nella statica d' Archimede.
| *Torino*, Accad. d. sc., Atti **32**, 1897. 19 p.

Vaux, C. de, Sur le sens exact du mot »al-djebr».
Biblioth. Mathem. 1897, 1—2.

°**Villicus, F.**, Geschichte der Rechenkunst vom Alterthum bis zum 18. Jahrhundert. Dritte vermehrte Auflage. Wien 1897.
8°, (6) + 114 p. — [3·20 Mk.]

°**Volkmann, P.**, Franz Neumann (1798—1895). Ein Beitrag zur Geschichte deutscher Wissenschaft. Leipzig, Teubner 1896.
8°, VII + 68 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 50—51. (CANTOR.)

Question 62 [sur le premier emploi du terme »série récurrente»]. — Question 63 [sur un écrit de JOHN WILKINS].
Biblioth. Mathem. 1897, 30—31. (G. ENESTRÖM.)

Réponse à la question 40 [sur le mathématicien allemand BÜRMANN].
Biblioth. Mathem. 1897, 31—32. (M. CANTOR.)

Remarque sur la question 60 [sur l'origine du terme: »regula cecis»].
Biblioth. Mathem. 1897, 32. (C. DE VAUX.)

°APOLLONIUS OF PERGA, Treatise on conic sections. Edited in modern notation, with introductions, including an essay on the earlier history of the subject by T. L. HEATH. Cambridge 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 43—44. (CANTOR.)

BOYER, J., Le mathématicien franc-comtois François-Joseph Servois, d'après des documents inédits. Doubs 1895. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 49—50. (CANTOR.)

CAJORI, F., A history of elementary mathematics with hints on methods of teaching. New York, Macmillan 1896. 8°.
The school review (Chicago) **5**, 1897, 184—188. (D. E. SMITH.)

CARLI, A. e FAVARO, A., Bibliografia Galileiana (1568—1895), raccolta ed illustrata. Roma 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 47. (CANTOR.) — Biblioth. Mathem. 1897, 19—24. (G. ENESTRÖM.)

GÜNTHER, S., Kepler. — Galilei. Berlin, Hofmann 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 50. (CANTOR.)

TISCHER, E., Die Begründung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz. Leipzig, Hinrichs 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 48—49. (CANTOR.)

WESSEL, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. VALENTINER et T. N. THIELE par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897. 4°.
Mathesis 7_2, 1897, 104. (P. M.)

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Jornal de sc. mathem. **13**, 1897, 27—28. (G. T.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 27—30. — Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 70—72.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

64. Dans plusieurs dictionnaires biographiques on trouve l'indication que le mathématicien GIOVANNI CEVA mourut en 1736 ou en 1737, mais cette indication semble se rapporter au frère TOMASO CEVA. Dans le *Dictionary of political economy* publié sous la direction de M. PALGRAVE, M. M. PANTALEONI a inséré une notice sur GIOVANNI CEVA, où on lit (Second part, London 1892, p. 252): »His death took place during the siege of Mantua in 1734». Quelle est la source de ce renseignement? (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 15 juin 1897.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 11. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Über die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen.

Von G. ENESTRÖM in Stockholm.*

Am Anfange dieses Jahrhunderts waren die bibliographischen Hilfsmittel, welche den Mathematikern zu Gebote standen, verhältnissmässig ziemlich befriedigend. Für Aufsätze in periodischen Schriften und Abhandlungen gelehrter Gesellschaften konnte man das *Repertorium commentationum a societatibus literariis editarum* (tomus VII, 1808) von REUSS zu Rathe ziehen, und ein Verzeichniss der separat herausgegebenen mathematischen Bücher gab MURHARD's *Litteratur der mathematischen Wissenschaften* (I—V, 1797—1805). In der That war die mathematische Litteratur damals wenig umfangreich und leicht zu überblicken, da nur wenige Zeitschriften mathematische Aufsätze enthielten, und die gelehrten Gesellschaften, welche in Betracht kamen, das Dutzend nicht beträchtlich überstiegen.

Im Laufe des Jahrhunderts haben sich nun diese Verhältnisse sehr geändert, und zwar auf eine für die mathematischen Forscher wenig günstige Weise. Nicht als ob keine neuen mathematischen Bibliographien von irgend einem Werth erschienen wären. Im Gegentheil sind deren viele herausgegeben worden, und unter diesen zeugen einige von grossem Fleiss und Gelehrsamkeit. So z. B. haben wir ja POGGENDORFFS *Biographisch-*

* Vortrag gehalten den 10. August 1897 in der 5. Section der ersten internationalen Mathematiker-Versammlung in Zürich.

literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften (1863) und die kürzlich (1896) begonnene Fortsetzung desselben von den Herren Feddersen und Oettingen. Anwendbare Bibliographien sind auch das *Handbuch der mathematischen Literatur* von Rogg (1830), die *Bibliotheca Mathematica* von Sohncke (1854) und die gleichnamige Schrift von Erlecke (1872—1873). Für besondere Länder haben Riccardi (1870—1894), Zebrawski (1873—1886) und Bierens de Haan (1883) vorzügliche Bibliographien geleistet. Wer speciell die neueste Litteratur zu kennen wünscht, findet in dem Jahrbuche über die Fortschritte der Mathematik und für die letzten Jahre auch in der Revue semestrielle des publications mathématiques gute Führer.

Indess ist es nicht zu läugnen, dass die bibliographische Arbeit im Verhältniss zur Entwickelung der mathematischen Produktivität zurückgeblieben ist. Diese Produktivität, wesentlich erleichtert durch zahlreiche Fach-Zeitschriften, von welchen die meisten in den letzten 30 Jahren gegründet worden sind, hat jetzt eine Höhe erreicht, von der man vor 50 Jahren nicht träumen konnte. Die Anzahl der jährlich erscheinenden Bücher, Abhandlungen und Aufsätze mathematischen Inhalts beläuft sich jetzt auf etwa 2,000, und während des letzten Menschenalters sind beinahe 50,000 neue Schriften hinzugekommen.

Mag es auch wahr sein, dass nur ein Theil dieser Masse von wirklichem Werth ist, so darf auf der anderen Seite bemerkt werden, dass schon dieser Theil quantitativ sehr bedeutend ist, und jedenfalls wäre es erwünscht einen bibliographischen Leitfaden zu besitzen, um erfahren zu können, was auf jedem Gebiete der Mathematik geleistet worden ist. Sonst wird es immer öfter eintreffen, dass Sätze oder Methoden für neue ausgegeben werden, welche schon früher von anderen Forschern gefunden worden sind, und auf diese Weise wird manchmal nur aus Unkunde grosse Mühe unnütz aufgewandt. Zwar würde nicht einmal der Zugang zu den vortrefflichsten bibliographischen Führern diesen Übelstand vollständig beseitigen, da ja neue Entdeckungen auch in solchen Schriften niedergelegt werden, welche, sei es aus sprachlichen, sei es aus buchhändlerischen Gründen, fast unzugänglich bleiben, und da es immer Mathematiker geben wird, welche sich nicht die Mühe geben werden, sich nach früheren Untersuchungen genügend in der Litteratur umzusehen. Aber in den meisten Fällen würde doch eine gute mathematische Bibliographie von unschätzbarem Nutzen sein, nicht nur für die Forscher *ex professo*, sondern auch für alle

diejenigen, welche aus irgend einem Grunde die Resultate der wissenschaftlichen Arbeit der letzten Jahrzehnte kennen lernen wollen. In der That hat sich das Bedürfniss einer solchen Bibliographie mehr und mehr erkennbar gemacht, und trotz der grossen entgegenstehenden Schwierigkeiten sind schon Arbeiten zu ihrer Abhülfe in Angriff genommen, und in erster Linie sind zwei mathematisch-bibliographische Unternehmungen zu besprechen. Die eine, das *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques*, das von einer internationalen Kommission redigiert wird, hat sogar schon einige Resultate ihrer Wirksamkeit publiciert, die andere wird seit vielen Jahren von dem Herrn Oberbibliothekar G. VALENTIN in Berlin zur Veröffentlichung vorbereitet. Ich werde mir jetzt erlauben einige Notizen über diese zwei Unternehmungen zu geben.

A) Répertoire bibliographique des sciences mathématiques.

Die Initiative zu dieser Bibliographie ist von der »Société mathématique de France» ergriffen, und der Plan derselben wurde im Anfange des Jahres 1885 entworfen.[1] Die Bibliographie sollte die wissenschaftliche Litteratur des 19. Jahrhunderts verzeichnen, und die Titel sollten streng systematisch nach dem Inhalte geordnet werden. Durch eine Kommission liess die Gesellschaft darum einen sehr detaillirten Entwurf zur Klassificirung ausarbeiten, welcher nach gebührenden Verbesserungen bei einer Versammlung in Paris 1889 festgestellt wurde.[2] Die gesammte Mathematik ist in 23 Klassen eingetheilt worden; jede Klasse hat wieder eine Anzahl Abtheilungen, diese meist wieder Unterabtheilungen, so dass die Anzahl aller etwa 2,000 beträgt; für jede Abtheilung giebt es eine besondere Signatur, die aus Buchstaben und Ziffern zusammengesetzt ist. Die bibliographische Arbeit wird so ausgeführt, dass die Titel auf Karten geschrieben werden, welche mit der betreffenden Signatur versehen sind, und wenn es nöthig ist, werden Übersetzungen oder Erklärungen hinzugefügt. Um diese Arbeit auszuführen, wurde eine Kommission von 17 Personen gewählt; die Anzahl der Mitglieder der Kommission ist später durch Kooptation vermehrt worden.

Um das eingesammelte Material dem gelehrten Publicum schneller zugänglich zu machen, hat die Kommission besondere Massregeln ergriffen. Jenachdem die Mitarbeiter die Titelcopien einsenden, werden diese nach den Signaturen geordnet, und wenn 10 Titel mit derselben Signatur vorhanden sind, werden diese auf einer Karte gedruckt.[3] Wenn 100 solche

Karten fertig sind, werden sie herausgegeben; sie bilden dann eine sogenannte »Série» des *Répertoire*. Vier solcher »Séries» sind jetzt erschienen[4] und der Druck der 5. »Série» ist bald beendet. Ausserdem hat die Kommission im Manuscript noch mehrere tausend Titel bereit. Wenn erst einmal das ganze Material gesammelt ist, hat man die Absicht das *Répertoire* in der Form eines Buches herauszugeben.

Der Plan, welcher auf diese Weise entworfen worden und zum Theil auch zur Ausführung gekommen ist, hat ohne Zweifel viele Verdienste. Die Gewinnung von Mitarbeitern in den verschiedenen Ländern erlaubt, dass die Bibliographie vollständiger werden kann, als wenn sie von einer einzigen Person ausgearbeitet wäre, und durch die allmählige Veröffentlichung derselben auf Karten kann sie früher als sonst den Forschern zugänglich gemacht werden; auch die ausführliche systematische Klassificirung, an welcher viele Specialisten theilgenommen haben, muss als ein entschiedenes Verdienst des Unternehmens hervorgehoben werden. Jedoch zeigt der Plan der Bibliographie leider auch einige Nachtheile. Die vielen Mitarbeiter sind im allgemeinen nicht geübte Bibliographen, es wird ihnen darum zuweilen schwer werden, beim Ausschreiben der Titel die gegebenen Anweisungen genau zu befolgen, und hierdurch entstehen nothwendiger Weise gewisse Inkonsequenzen; auch die Klassificirung dürfte in vielen Fällen von den verschiedenen Mitarbeitern nicht nach einheitlichen Grundsätzen ausgeführt werden können. Die 4 schon herausgegebenen »Séries» zeigen, dass man die Unvollkommenheiten des eingesammelten Materials bei der Drucklegung der Karten nur schwer verbessern kann; Schreib- oder Druck-Fehler kommen auch ziemlich häufig vor.

Da ferner der Druck theils von der Einsendung der Titel abhängig ist, theils erst dann besorgt werden kann, wenn 10 zu einer und derselben Abtheilung gehörende Titel vorhanden sind, so folgt hieraus, dass man gar nicht weiss, wie vollständig die herausgegebenen »Séries» die Litteratur einer gewissen Klasse verzeichnen; es ist ja möglich, dass sogar die wichtigsten Abhandlungen dieser Klasse noch nicht auf den Karten angezeigt sind.

Was die Anwendung der gedruckten Karten betrifft, so muss bemerkt werden, dass diese ziemlich leicht ist, so lange nur wenige »Séries» herausgegeben sind, dass sie aber um so unbequemer wird, je zahlreicher die Karten werden. Nun halte ich es für sehr wahrscheinlich, dass das *Répertoire* zuletzt etwa 100,000 Titel, also ungefähr 10,000 Karten enthalten wird,

und diese Karten würden in einem Bücherschranke eine Länge von ungefähr 2 Metern ausfüllen. Aus dieser Masse von Karten diejenigen herauszusuchen, welche man zu sehen wünscht, wird nicht immer leicht sein, und auch nur das Einordnen der neuen Karten unter die alten wird von den Abonnenten zuletzt nicht ohne Mühe ausgeführt werden. Bei Benutzung der Karten wird ferner ein anderer Umstand nicht selten Beschwerde verursachen; die Abbreviaturen der Titel der periodischen Schriften sind nämlich nicht ganz passend gewählt worden, so dass der Benutzer gezwungen ist, beständig den Schlüssel der Abbreviaturen einzusehen, um nicht irre geführt zu werden.[5] Zuletzt mag noch erwähnt werden, dass, wenn man nach den bisherigen Verhältnissen schliessen darf, die »Séries» des *Répertoire* sehr langsam dem gelehrten Publicum zugänglich werden werden, so dass die letzte »Série» wahrscheinlich erst in 20 Jahren fertig ist. Dann ist aber bereits wieder eine ganze neue Litteratur entstanden, welche das *Répertoire* noch nicht verzeichnet hat.

Die Übelstände, welche hier hervorgehoben worden sind, dürften wenigstens zum Theil vermieden werden können, wenn man sich entschlösse für die vorläufige Veröffentlichung nicht Karten, sondern Lieferungen zu benutzen, deren jede ein für sich abgeschlossenes Ganzes bildete, und den Inhalt einer gewissen Anzahl von Gesellschafts- oder Zeitschriften in systematischer Ordnung verzeichnete. Für die kleineren Länder dürfte es angemessen sein die ganze Litteratur in eine einzige Lieferung zusammenzufügen; ein Gedanke, welcher schon gewissermassen in Bezug auf Italien und Polen zur Ausfürung gelangt ist, und welchen ich auch recht bald für Schweden realisiren zu können hoffe.

B) Die allgemeine mathematische Bibliographie des Herrn G. Valentin.

Um dieselbe Zeit als die »Société mathématique de France» den Plan zum *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques* entwarf, entschloss sich Herr Valentin eine vollständige Bibliographie der Mathematik von der Erfindung der Buchdruckerkunst bis auf unsere Tage herauszugeben;[6] nur die elementarsten Lehrbücher des 19. Jahrhunderts sollten ausgeschlossen werden. Er begann seine Arbeit schon im Anfange des Jahres 1885 und ist seitdem fast ohne Unterbrechung damit beschäftigt gewesen. Zuerst beabsichtigte er die Litteratur nur bis zum Jahre 1868 zu verzeichnen, erweiterte aber etwas später den Plan, so dass die Bibliographie jetzt auch die letzten 30 Jahre um-

fasst; kritische Besprechungen mathematischer Bücher sind auch darin erwähnt. Um die Titel der separat erschienenen Schriften zu sammeln — Herr Valentin schätzt die Anzahl derselben auf etwa 35,000, wobei er jedoch als eine Einheit ein Buch mit allen Auflagen und Übersetzungen desselben rechnet — hat er theils mehrere der grössten Bibliotheken in Deutschland und im Auslande durchforscht, theils eine grosse Anzahl von Bibliographien und litterarischen Zeitschriften benutzt. Die Titel der in Gesellschafts- und Zeitschriften erschienenen Abhandlungen und Aufsätze hat er aus mehr als 4,000 Publicationen mit mehr als 120,000 Bänden excerpiert; die Anzahl der betreffenden Titel schätzt er auf etwa 90,000, so dass die ganze Bibliographie ungefähr 125,000 Titel enthalten würde, deren er schon mehr als 100,000 gesammelt hat, und mit den noch übrigen hofft er vor Ende dieses Jahres fertig zu sein. Dann braucht er etwa 3 Jahre für die Redaction seiner Sammlungen und noch ungefähr 4 Jahre für den Druck, so dass die ganze Arbeit voraussichtlich um das Jahr 1904 fertig sein wird. Die Titel sollen theils alphabetisch nach den Verfassernamen, theils systematisch nach dem Inhalte geordnet werden, und Herr Valentin berechnet, dass die Bibliographie 4 Bände à 50 Bogen Lexicon-Octav doppelspaltig umfassen wird.

Die zwei soeben genannten Unternehmungen beziehen sich nur auf die schon vorhandene Litteratur. Zwar stellt der Plan des *Répertoire* Supplemente in Aussicht, deren jedes zehn Jahre umfassen soll; wenn aber das *Répertoire* selbst erst in 20 Jahren fertig ist, so können die jetzt lebenden Forscher kaum hoffen von den Supplementen irgend einen Nutzen zu haben. Die zwei schon früher erwähnten Publikationen: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik und Revue semestrielle des publications mathématiques sind ja sehr werthvoll, enthalten aber auch Referate, und können darum nicht so frühzeitig erscheinen als zu wünschen wäre; das Jahrbuch ist übrigens für rein bibliographische Zwecke etwas unhandlich, und die Revue umfasst nicht separat herausgegebene Schriften. Daher ist es wünschenswerth, für die künftige Litteratur ein neues bibliographisches Hilfsmittel zu bekommen. In der That ist ein solches wirklich in Aussicht gestellt durch den bibliographischen Kongress, der auf Veranstaltung der »Royal Society» im vorigen Jahre in London abgehalten wurde. Dieser Kongress beschloss nämlich eine bibliographische Arbeit vorzubereiten, welche alle vom Jahre 1900 ab erscheinenden wissen-

schaftlichen Schriften verzeichnen sollte.[7] Diese Bibliographie soll in erster Linie systematisch nach dem Inhalte der Schriften geordnet werden. Die Titelcopien sollen von Mitarbeitern in den verschiedenen Ländern verfertigt und darnach in London auf Karten gedruckt werden; vermuthlich hat man die Absicht jeder solchen Karte eine besondere Signatur zu geben, damit es den Abonnenten möglich sein wird die Karten unmittelbar zu ordnen. Zuletzt sollen sämmtliche Titel in einem Kataloge gedruckt werden, geordnet sowohl nach dem Inhalte, als auch nach dem Namen des Verfassers.

Da noch Nichts gethan ist um die Beschlüsse des Kongresses auszuführen, ist es kaum möglich den Werth derselben zu beurtheilen, es scheint mir aber als ob deren Realisirung sich nicht allzu leicht wird vollziehen lassen. Zuerst wird es ohne Zweifel sehr schwierig werden in jedem Lande interessirte, sachkundige und ständige Mitarbeiter zu finden; nicht viel leichter ist es, ein passendes System für die Klassificirung aufzustellen und bei der bibliographischen Arbeit diese Klassificirung richtig zu benutzen. Für die Abonnenten wird es mühsam sein, die von Zeit zu Zeit erscheinenden Karten unter die alten einzuordnen. Bemerkt sei auch, dass die Karten einen beträchtlichen Raum in den Bücherschänken fordern werden; für die Mathematik wird jährlich eine Länge von etwa 30 bis 40 Centimetern, also in 10 Jahren etwa 3 bis 4 Meter in Anspruch genommen werden. Viel besser wäre es darum, meiner Meinung nach, statt Karten gewöhnliche Jahresbibliographien herauszugeben, geordnet nach den Verfassernamen und mit einem systematischen Register versehen, aber daran scheint man bisher gar nicht gedacht zu haben. Freilich zeigen auch die Verhandlungen des Kongresses, dass man den Plan des Unternehmens noch nicht näher präcisirt hat.

Ich fürchte also, dass man von den Beschlüssen des Kongresses wenig Gewinn für die mathematische Bibliographie erwarten darf, und jedenfalls würde es sehr gut sein, wenn man eine besondere mathematische Jahresbibliographie bekommen könnte. Diese würde am leichtesten hergestellt werden, wenn sie alphabetisch nach den Verfassernamen geordnet wäre und dazu ein systematisches Register enthielte, also ganz wie die gewöhnlichen Buchhändlerkataloge. Jede solche Jahresbibliographie würde etwa 200 Octavseiten umfassen und sollte vor dem Ausgang des folgenden Jahres erscheinen; je 10 Jahresbibliographien sollten später zu einem systematischen Kataloge bearbeitet werden.

Aus dem, was ich hier angeführt habe, geht hervor, dass wir hoffen können, in wenigen Jahren ein soweit möglich vollständiges Verzeichniss der mathematischen Litteratur bis zum Jahre 1897 zu bekommen, dass aber noch Nichts gethan ist um diese Bibliographie auf die, meiner Ansicht nach, passendste Weise, nämlich durch Jahreskataloge, unmittelbar fortzusetzen. Die hauptsächlichen Schwierigkeiten dabei sind natürlich theils das nöthige Geld herbeizuschaffen, theils einen Redacteur zu finden. Ob der erste internationale Mathematiker-Kongress etwas dazu beitragen kann und will, weiss ich nicht; vielleicht wäre es möglich durch eine Besprechung innerhalb dieser Section etwas hierüber zu erfahren. Selbst habe ich keinen Antrag in dieser Hinsicht zu stellen, sondern beabsichtige nur die Aufmerksamkeit auf eine, meines Erachtens wichtige, Frage zu lenken.

[1] Siehe Eneström, *Sur les bibliographies des sciences mathématiques.* Biblioth. Mathem. 1890, S. 39—41.
[2] Herausgegeben unter dem Titel: *Index du répertoire bibliographique des sciences mathématiques publié par la commission permanente du répertoire* (Paris 1893, XIV + 80 S. 8:o).
[3] Ausnahmweise enthalten einige Karten nur 9 Titel, wenn einige derselben sehr lang sind.
[4] Vgl. Biblioth. Mathem. 1895, S. 29, 1896, S. 118.
[5] Vgl. Eneström, Biblioth. Mathem. 1895, S. 29.
[6] Siehe Eneström, *Sur les bibliographies des sciences mathématiques.* Biblioth. Mathem. 1890, S. 39.
[7] Siehe *Report of the proceedings at the international conference on a catalogue of scientific literature, hold in London July 14—17, 1896* (London 1896, 8:o).

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.*

40. Das Pariser ms. 1031[10] enthält eine, im J. 1311 verfasste, anonyme astrologische Abhandlung; der, von DUKES (im Lit.-bl. d. Orient XI, 341) angegebene Titel פועל השפע (»Wirkung des Einflusses«?) steht vielleicht in der jüngeren Überschrift, welche als Verfasser ABRAHAM IBN ESRA nennt (wegen des im Codex unter 6 vorangehenden Stückes?), der aber mehrmals citirt wird; vielleicht ist jener angebliche sonderbare Titel deshalb im Catalog, so wie die Angabe bei DUKES unbeachtet geblieben? Der unbekannte Verfasser will die Grundlehren der jüdischen Religion mit der Theorie des Gestirneinflusses in Übereinstimmung bringen, indem er von letzterem die »rationelle Seele«, also auch die Willensfreiheit ausschliesst. Im XIV. Jahrh. hat die, von IBN ESRA ausgehende astrologische vorgebliche »Wissenschaft« in der Theologie der Juden eine bedeutende Stellung sich zu verschaffen vermocht.

Im Jahre 1313 wurde eine kurze hebräische Anleitung zur Kalenderberechnung nach den Principien der *karaitischen* Lehrer verfasst, welche die sachliche Überschrift trägt: *Cheschbon Ibbur Chodsche ha-Schana* (Berechnung der Intercalation der Monate des Jahres, — oder mit geringen Varianten). WOLF (*Bibl. Hebr.* IV, 1077 ff.) hat diese Abhandlung aus Cod. Leydensis 60 abgedruckt und für einen Bestandteil der in jenem ms. vorangehenden karaitischen »Institutio« (*Tikkun*) gehalten; sie findet sich aber auch anonym und teilweise correcter in ms. Leyden 25[4]; in dem Petersburger ms. Firkowitz 716 wird als Verfasser ELIA HA-DAJJAN angegeben, über dessen zweifelhafte Persönlichkeit auf die weitläufige Erörterung in der Hebr. Bibliogr. (XX. 1880, S. 71—91) verwiesen werden muss, wo auch zuerst die Identität dieses und des hier noch zu besprechenden ms. mit denen in Leyden nachgewiesen ist. Im Catalog der von S. PINSKER hinterlassenen mss., — welche jetzt dem Institut »Bet ha Midrasch« in Wien angehören, — ist unter

* In der Biblioth. Mathem. 1896 S. 80 habe ich Folgendes aus Versehen nicht angegeben: 1160—80 lebte in Toledo ABRAHAM BEN DAÛD (s. § 21), welcher nach ISAK ISRAELI (IV, 18 f. 35) »ein geachtetes, wichtiges« Werk über Astronomie verfasst hat, wovon nirgends sonst die Rede ist.

N. 2[5] (S. 7) eine ähnlich überschriebene Abhandlung von dem anderweitig bekannten Karäer ISRAEL HA-MAARABI verzeichnet; der nachträglich mitgeteilte Anfang aus einem anderen alten ms. bietet die Überschrift und den Anfang des Petersburger ms., so dass die Identität der Abhandlung unzweifelhaft erscheint; jedoch findet sich hier das Jahr 1323, für 1313, ob vom Copisten geändert? ISRAEL MAARABI BEN SAMUEL scheint der wirkliche Verf. des Stückes, das vielleicht nur ein Kapitel seines »Buches der Gebote» bildete und ohne Namen des Verf. excerpirt, dann auch mit falschem Namen versehen wurde.

Eine andere Sammlung von chronologischen und kalendarischen Regeln weist ebenfalls dasselbe Jahr *1313* auf. Ich fand dieselbe vor ungefähr 30 Jahren in einem ms. des Baron DAVID VON GÜNZBURG, welches dieser, wenn ich mich recht entsinne, dem Dr. H. GROSS geliehen hatte. Dieses ms. enthält eigentlich den 2. bisher unedirten Teil des Ritualwerkes *Orchot Chajjim* von AHRON HA-KOHEN,[1] in Majorca kurz nach dem Tode des ASCHER BEN JECHIEL (1327) aus verschiedenen Werken compilirt. Ich glaube aber nicht, dass die Kalenderregeln einen Bestandteil jenes Werkes bilden, wie es in der That in einem anderen, von S. D. LUZZATTO beschriebenen ms., welches unter den mss. HALBERSTAM's in Ramsgate sich befindet, und in einem dritten ms., welches jetzt in Warschau zur Herausgabe copirt wird, nicht vorkommt.[2]

Eine detaillirte Beschreibung der fraglichen Abhandlung würde für diesen Ort nicht passen, ich beschränke mich daher auf einige dieselbe charakterisirenden Angaben.

§ 85 fol. 254[c] finden sich unter der Überschrift: »Ibbur» zunächst exegetische Bemerkungen; f. 255, 255[b] ist davon die Rede, dass die Gelehrten sich vertieft haben »das Geheimnis der Punkte des Ascendens durch das Kupfergerät (Astrolab) zu finden». Fol. 256[b] scheint mit der Überschrift »Pforte der Novilunien» mit den Worten: »Da die erste Zahl 7 ist», die eigentliche Abhandlung zu beginnen, die auch auf fol. 256[c] und 257 Tabellen enthält. F. 258[d] liest man: »Heute am Neumond Ijjar des Jahres 5073 sind 58 Cyklen,[3] 8 Jahre und 4 Monate vollendet, denn im Nisan des Jahres 65 (= 5065) begann der 59:te Cyklus und am Neumonde Schebat des Jahres 73 begann das 9. Jahr desselben. Dasselbe Datum findet sich auch sonst; f. 267 giebt Tabellen für Cyklus 268 (= 5073 ff.); f. 274 heisst es: »Jetzt im Jahre 5074 verspätete sich der Quatember des Monates Nisan des 268. Cyklus nach der Berechnung des SAMUEL im Verhältnis zur Rechnung des ADA um

8 Tage 17 Stunden und 333 Theile (1080stel); ferner fol. 287: das Jahr 5073 ist das neunzehnte des 267sten Cyklus und das dritte Jahr des christlichen Cyklus; fol. 293: Im Jahre 5069 begann dieser Cyklus, das Jahr 5073 ist das fünfte Jahr desselben. Das J. 5073/4 (1313/4 n. Chr.) ist auch sonst kurz angegeben. In Bezug auf den Inhalt hebe ich ausser den bekannten und meist edirten Stücken hervor: fol. 266[b] ist von 61 Verszeilen des Rabbi »Isak» die Rede, das ist ISAK B. ARAHAM im ms. München 394. Fol. 267 werden Memorialverse des verstorbenen DAVID DE VILLEFORT (Dep. Lozère) mitgeteilt;[4] fol. 280[d] ist allerlei Abergläubisches mitgeteilt; fol. 283[a] wird PTOLEMÄUS citirt, wahrscheinlich aus dem *Quadripartitum,* oder dem *Centiloquium;* fol. 283[b] wird die Berechnung citirt, welche »ARISTOTELES dem ALEXANDER schickte», die bekannte Rechnung der streitenden Heere aus dem *Secretum secretorum;* fol. 284[b] findet sich eine vollständige Schlussformel des Buches; dennoch folgt darauf noch allerlei, unter Anderem über den *christlichen* Kalender aus ABRAHAM IBN ESRA. Man sieht hieraus, welcher Literatur der anonyme Verfasser seine, damals unentbehrliche Ausstattung der Kalenderschriften zu entnehmen sich veranlasst sah.[5]

Ob die Kalendertabellen über die Jahre 1313—1337 in einem ms. des Prof. D. KAUFMANN in Budapest[6] mit der eben besprochenen Compilation irgendwie zusammenhängen, muss ich dahingestellt sein lassen.

41. Ich habe im vorigen § einige wenig bekannte chronologische oder kalendarische Schriften zusammengefasst, weil sie demselben Jahre angehören. Wenn auf diesem engeren Gebiete eigentlich kaum etwas Originales, oder auch nur Eigentümliches noch zu schaffen war, so bietet uns das erste und zweite Jahrzehnt dieses Jahrhunderts in maestro CALO das Bild eines Mannes, der den Juden, insbesondere den des Arabischen Unkundigen, eine Anzahl von Werken und Abhandlungen der Griechen und Araber durch hebräische Übersetzungen und eine, leider bis auf ein anonymes Fragment wahrscheinlich verloren gegangene Compilation zugänglich machte, hiermit den Kreis der fremden Quellen abschloss, welchen JAKOB BEN MACHIR (PROPHATIUS, § 36) so weit geöffnet, und mit einer eigenen Erfindung erweitert hatte. Es bedurfte einer geraumen Pause, deren Dauer noch nicht angegeben werden kann, ehe durch die Bearbeitung der christlichen Mathematiker des Mittelalters, meistens in hebräischen Übersetzungen aus dem Lateinischen, der Gesichtskreis neuerdings merklich erweitert wurde. Auf JAKOB

BEN MACHIR und KALONYMOS werden wir also hauptsächlich geführt, wenn wir einigen, allerdings wenigen, älteren hebräischen Schriften begegnen, welche sich als Übersetzungen kennzeichnen, aber keinen Namen eines Übersetzers kundgeben.

Die Übersetzungen des KALONYMOS haben zu ihrer Zeit die Juden sachlich belehrt; die Kenntnis der Quelle dieser Belehrungen war gewiss nur äusserst Wenigen eine erwünschte oder nicht zu verachtende Nebengabe. Ich bin nicht competent, darüber zu urteilen, in wieweit die zu besprechenden Schriften des KALONYMOS noch heute sachliche Beachtung verdienen; sicher ist es, dass gerade seine Übertragungen unsere bisherige Kenntnis der arabischen Literatur bereichert haben, was ich im Einzelnen hervorheben werde.

Über den *Platz*, welchen ich diesem bedeutenden Schriftsteller hier angewiesen habe, wird sich Näheres ergeben.

42. KALONYMOS BEN (Sohn des) KALONYMOS, auch »maestro CALO» genannt, in Arles um 1286 geboren, muss frühzeitig eine umfassende Bildung genossen haben, obwohl er nach dem Tode seines Vaters geboren, und daher den Vornamen desselben erhalten zu haben scheint, was anderenfalls nicht Sitte war. Von seinen persönlichen Erlebnissen ist nicht viel bekannt, auch wohl nichts Bedeutendes vorgekommen, als dass er spätestens im J. 1306, also höchstens 20 Jahre alt, in der Provence als Übersetzer auftrat, im Dienste ROBERT's von Anjou arbeitete, vor 1321 eine kurze Zeit in Rom sich die Achtung und Freundschaft der dortigen Autoritäten erwarb, unter Anderen des genialen IMMANUEL BEN SALOMO (*Manoello*, Freund DANTE's), von dessen genialem Humor auch ihm ein Anteil zugefallen war; eine launige Parodie (nicht »Persiflage») des *Talmuds*, als Faschingscherz, welchen man im 16. Jahrh. zu veröffentlichen wagte, wurde von rigorosen Juden aufgekauft und bei Seite geschafft. Eine, mit beissender Satyre durchtränkte Moralisation (»Der Probirstein») ist durch eine deutsche Übersetzung von M. MEISEL (mit einer Biographie von M. KAYSERLING) zugänglich. Dieses Schriftchen verfasste KALONYMOS 1322 auf einer Reise in Catalonien; im Jahre 1328 übersetzte er die *Destructio destructionis* des AVERROES auf Befehl ROBERT'S von Anjou, und mit diesem 42. Lebensjahre schwindet die letzte Spur des begabten und fleissigen Schriftstellers, der im Laufe von einer Woche (1316) die 1. Abhandlung der sogen. »Lauteren Brüder», über den Streit zwischen Mensch und Tier, aus dem Arabischen ins Hebräische übertrug, wovon eine deutsche Nachahmung in Reimen mit weitläufigen Anmerkungen von

Julius Landsberger, Darmstadt 1882, erschien. Wenn wir noch hinzufügen, dass Kalonymos auf dem Gebiete der Philosophie und Medicin an Übersetzungen noch mehr leistete, als auf dem der Mathematik, dann ist hier die für unsere Leser berechnete allgemeine Charakteristik des Autors erledigt, welcher in neuerer Zeit mehrmals Gegenstand ausführlicher Artikel geworden ist.[7]

Nach dem bisher befolgten Plan der gegenwärtigen Skizze beschränke ich mich auf eine kurze Aufzählung der hebräischen Übersetzungen des Kalonymos auf unserem Gebiete nach der alphabetischen Reihenfolge der Autoren (zuerst der anonymen), füge schliesslich eine kurze Notiz an über die noch nicht ausreichend erkennbare eigene Abhandlung oder Compilation. Die genauere Angabe von Monat und Tag der Beendigung habe ich immer hinzugefügt, wo mehrere Schriften im Laufe desselben Jahres beendigt wurden.

1. *Anonymus*, Abhandlung über die 5 Körper, welche im XIV. Traktat des Euklid (Hypsikles) erwähnt werden, mit Rücksicht auf die Theorie des Apollonius und den Commentar des Simplicius zu Euklid, übersetzt in Arles, beendet 2. Februar 1309, also die erste datirte (s. unten n. 4), erst kürzlich bekannt gewordene Übersetzung des Kalonymos auf unserem Gebiete. Der anonyme Autor dieser, nach dem von Neubauer (p. 80) mitgeteilten Anfang zu schliessen, selbständigen Abhandlung bezeichnet Simplicius als Redacteur oder Corrector (?, wörtlich Zurechtmacher, Verbesserer u. dergl.) des Buches des Apollonius, dessen Citate er von seiner eigenen Auseinandersetzung unterscheiden will. Am Schlusse stellt er noch eine ergänzende Abhandlung in Aussicht, welche beweisen soll, dass im Globus nur diese 5 Körper möglich sind.

Das einzige bekannte ms. der Bodleiana (Hebr. d. 4, fol. 181), sehr incorrect, enthält eine Ergänzung zur Übersetzung, worin Figur 30 und 31 gefehlt hatte. Kalonymos Todros fand nämlich ein betreffendes Blatt von der Hand des Miles (Samuel b. Jehuda) Marsili, datirt 1335, welches die Lücke enthielt. Neubauer versteht die ungeschickt ausgedrückte Notiz so, dass Miles (auf den wir bald des Näheren zurückkommen) das fehlende Stück *übersetzt* habe, was auch wahrscheinlich ist.

Auf dem hier erwähnten, bis dahin unbeachteten Simplicius habe ich bereits in einer Miscelle (Biblioth. Mathem. 1893, S. 7 vgl. daselbst S. 67) aufmerksam gemacht, so wie auf den Commentar des Neirizi (nicht Nirizi, oder gar N*a*rizi) und die

obige hebräische Übersetzung, welche ich in meinem Werke: *Die hebräischen Übersetzungen* u. s. w. noch nicht erwähnen konnte.

2. »Buch (!) der Fragen über Geometrie», eine sehr verdächtige Überschrift, da es sich nur um 12 Probleme handelt, und das betreffende Wort für Probleme weder gebräuchlich, noch überhaupt hebräisch ist; das 1. Problem lautet: »Wir wollen erläutern, wie man eine Linie in zwei Teile teilt, so dass das Product des Ganzen und des einen Teils zum Quadrat des anderen Teiles ein gegebenes sei» (also etwa $(a+b)\times a:b^2 = 3:2$). Das letzte Problem giebt Neubauer nicht vollständig an. Die geometrischen Figuren fehlen. Die Übersetzung, am 1. Juni 1311 beendet, findet sich in dem oben genannten ms. Bodl. Hebr. d. 4, f. 142. Neubauer meint, das Original scheine verloren gegangen. Sollte das ms. nur ein Fragment, oder Excerpt, oder ein Supplement sein? Dieses Stück wurde mir erst nach Vollendung meines oben erwähnten Werkes bekannt.

3. Afla'h (Djabir ibn), über die *Figura sector* des Menelaus, findet sich ohne Namen des Übersetzers im Bodl. ms. Uri 433 (Neubauer 2008[2]) und in dem oben erwähnten ms. Hebr. d. 4, neben anderen Übersetzungen des Kalonymos; ich habe daher (*Hebr. Übersetz.* S. 545) die Vermutung ausgesprochen, dass Jakob b. Machir oder Kalonymos der Übersetzer sei, und glaube jetzt dem letzteren den Vorzug geben zu müssen, obwohl Neubauer diese Vermutung unbeachtet lies.

4. Archimedes, über Kugel und Cylinder, nach dem Arabischen von Costa ben Luca von Kalonymos zweimal übersetzt; die zweite Übersetzung enthalten 2 mss. der Bodl. (Neubauer 2007 und hebr. d. 4, f. 108 (Neubauer p. 437 [445], wo lies: *Hebr. Übersetz.* p. 502, anstatt 402). Neubauer vermutet, dass die 2. Überzetzung in das Jahr 1311 falle. Ich habe aber (Ersch und Gruber, *Encyclopädie*, S. 173 n. 16) auf einen anderen ähnlichen Fall hingewiesen; die »medicinischen Principien» des ibn Ridhwan hat Kalonymos in zweiter Übersetzung am 10. October 1307 vollendet, nachdem die erste im französischen Exil der Juden (1306) verloren gegangen war. Wenn die Veranlassung zu einer wiederholten Übersetzung dieselbe war, wie es wahrscheinlich ist, so hat Kalonymos *spätestens im J. 1306 sich auch den mathematischen* Schriften zugewendet.

5. Archimedes, *de mensura circuli*, wahrscheinlich nach Thabit's arabischer Übersetzung, dürfte von Kalonymos übersetzt sein. Der hebräische Titel »Buch des Archimedes über

den Flächeninhalt des Kreises» steht im ms. selbst f. 412 und lässt keinen Zweifel darüber zu; NEUBAUER (p. 459 n. 10) hat meine Angaben (*Hebr. Übersetz.* p. 113) übersehen und nimmt an, dass die betreffende Abhandlung f. 385 beginne, am Anfang und Ende defect sei.

6. HEITHAM (IBN, vulgo ALHAZEN), aus dem Commentare zu den Einleitungen (*Mu'sadirât*) des EUKLID, zu Buch X, beendet am 9. September 1314, ms. Berlin n. 204[1] (mein *Verzeichnis* Abth. 2 S. 56, wo über die abweichende Übersetzung des MOSES IBN TIBBON).[8] Dieses Stück war bisher ganz unbekannt.

7—9. AL-KINDI, *drei* kleine Abhandlungen (grösstenteils in denselben mss. zu finden): a) über Nativitäten, b) über Feuchtigkeit und Regen, c) über den Einfluss der »höheren Individuen» (Himmelskörper) auf den Regen; a) und c) sind den 21. Elul (3. Sept.) 1314 datirt. Die arabischen Originale sind bisher nicht nachgewiesen, eine lateinische Übersetzung von b) und 2 Capp. von c) steht hinter der hebräischen weit zurück, ermangelt auch einer interessanten, bis dahin unbekannten Stelle über die Einführung der 28. Mondstation (*Naxatra*), welche ich im J. 1864 mitgeteilt habe. Näheres in: *Hebr. Übersetz.* S. 503—5, nicht ausgenutzt bei NEUBAUER p. 431 n. XVI, XVII, p. 439 n. XXVII.

10. NIKOMACHOS von Gerasa, Arithmetik, in einer Paraphrase des ABU SULEIMAN, RABI'U BEN JA'HJA, Bischofs von Elvira, übersetzt von KALONYMOS im Alter von 30 Jahren (1317). Zu den von mir (*Hebr. Übersetz.* S. 517) aufgezählten mss. kommt noch Bodl. Hebr. d. 5 (NEUBAUER p. 436 n. XXIII).

11. PTOLEMAEUS, *Centiloquium*, als Text mit dem Commentar des ABU DJA'AFAR AHMED BEN IBRAHIM (welcher in der gedruckten latein. Übersetzung fälschlich dem »Ali Heben Rodan» [d. i. ALI IBN RIDHWAN] beigelegt wird), beendet 2. Sept. 1314. Mss. sind nicht sehr selten (*Hebr. Übersetz.* S. 529; NEUBAUER S. 85).

12. PTOLEMAEUS, *Hypothesen*, welches Buch der Pariser Catalog n. 1028 in dem hebräischen, aus dem arabischen stammenden Titel nicht erkannte; NEUBAUER p. 437 n. XXIV übersetzt ihn ungenau. Das Datum ist nur »8. Nisan», vielleicht 1317 zu ergänzen (*Hebr. Übersetz.* S. 538).

13. SA'ADUN (ABU), bisher *unbekannt*, wie seine Abhandlung über das Dreieck, dessen Übersetzung KALONYMOS am 20. Mai 1311 beendete, ms. Bodl. Hebr. d. 4 f. 152[b]. Den Anfang (Dreieck im Kreise) giebt NEUBAUER p. 427 n. V.

14. SAM'H (IBN), im ms. »Samma'h», wahrscheinlich ABU'L-KASIM AS'BAG (gest. 1035), Traktat über Cylinder und Kegel, vielleicht Abschnitt einer Schrift von grösserem Umfange, beendet 5 Jan. 1312, nur in ms. Bodl. bei URI 433 (NEUB. 2008[6]); *Hebr. Übersetz.* S. 584, wonach NEUBAUER p. 428 n. VIII teilweise zu ergänzen ist.

15. THABIT BEN KORRA (oder KURRA), über die *Figura sector* des MENELAUS, beendet 9. Kislew 72 (also 20. Nov. 1311), wie NEUBAUER p. 427 VII meine Angabe »74» (also 11. Nov. 1311, auch in: *Hebr. Übersetz.* S. 589) berichtigt.

THABIT hatte die Figur, die man noch jetzt den »MENELAUS» nennt, in 18 Fälle aufgelöst, und spätere arabische Mathematiker übten ihre Kritik daran, wie z. B. der oben erwähnte IBN AFLA'H (s. *Hebr. Übersetz.* S. 546, 589, vgl. die Notiz in dem oben erwähnten hebr. ms. Berlin 204[7]). Zu den letzten arabischen Mathematikern, von denen eine originelle Behandlung dieses Themas bekannt ist (*Hebr. Übersetz.* S. 590), gehört der bekannte Perser NA'SIR AL-DIN TUSI (gest. 1274), dessen eigene arabische Übersetzung aus dem Persischen edirt ist (1891).[9]

Wir schliessen mit einer Notiz über

16. »*Buch der Könige*». Ein Buch dieses Titels von KALONYMOS erwähnt ein provençalischer Gelehrter des XIV. Jahrh. und ich glaube, ein Fragment desselben in dem anonymen ms. München 290 f. 49—62 aufgefunden zu haben, welches auf Befehl eines Königs (ROBERT von Anjou?, s. oben, S. 76) verfasst ist. Aus der eingehenden Schilderung des Fragments und den Argumenten für die Identificirung, die ich in GEIGER's Jüd. Zeitschr. **8**, 1870, S. 118, gegeben habe, genügt hier die Angabe, dass nur der 1. Teil des Werkes, mit Ausnahme des 1. Blattes, vorliege, worin zuerst die Eigenschaften der Grundzahlen 1—10 mit Rücksicht auf Zahl und natürliche Eigenschaften gewisser Wesen auseinandergesetzt werden, dann die Eigentümlichkeiten oder Verhältnisse der abstracten Zahlen in aphoristischer Weise ohne Deduction, »nicht in der Methode von EUKLID VII—IX», ohne Beispiele und ohne Anwendung der Geometrie. Unter And. ist von den »befreundeten Zahlen» die Rede, einem Lieblingsthema einiger arabischen Arithmetiker und Mystiker. KALONYMOS bemerkt ausdrücklich, dass Einiges von ihm selbst erfunden (oder aufgefunden) sei.

[1] Er wird auf dem Titel des gedruckten 1. Teils AHRON »aus Lunel» genannt, aus Confusion mit AHRON B. MESCHULLAM

(XIII. Jahrh.), s. *Catal. Bodl.* p. 1689, 2533. — Über unsern AHRON s. ZUNZ, *Die Ritus*, S. 31; H. GROSS, *Ahron Hakohen* u. s. w., Monatschrift, XVIII, 1869, S. 133 ff.; NEUBAUER in *Hist. Litt. de la France* (t. XXXI, 1893), in der auch besonders paginirten Abteilung: *Les Écrivains Juifs Français du XIVe siècle* (ich citire die fortlaufende Pagination) p. 462; H. GROSS, *Gallia Judaica* (französ.), Paris 1897, p. 201, cf. p. 290.

[2] Mitteilung des Dr. S. POZNANSKI vom August 1897. — Andere mss. sind nicht bekannt; die Ziffer 5 bei GROSS (Monatschrift, S. 141) ist Druckfehler für 2.

[3] Von welchen Cyklen hier die Rede sei, die etwa aus 90 (?) Jahren bestehen sollten, weiss ich nicht. $58 \times 90 = 5220$ (Chr. 1460)! 5064 geteilt durch 58 giebt $87^{18}/_{58}$. Die Zahl der jüdischen (METON'schen) Cyklen (zu 19 Jahren) ist richtig 268. — Über den Cyklus von 84 Jahren (3×28 Sonnen- $= 4 \times 21$ Mondjahren) s. meine Nachweisungen bei S. SACHS, *ha-Jona*, Berlin 1851 S. 27, vgl. WOLF, *Bibl. Hebr.* III, p. 871; S. D. LUZZATTO, Brief vom 19. Elul 1832 an S. SACHS, den ich unter den gedruckten, Teil VIII S. 1153 vermisse.

[4] Nachdem das Datum 1313 sichergestellt ist, bietet die Identifikation mit DAVID »de Villaforte« (1284—1300 in Pamiers, nach SAIGE) bei GROSS, *Gallia*, p. 201, keinerlei Schwierigkeit.

[5] Vgl. meine Artikel: *Der jüdische Kalender*, im Jahrbuch zur Belehrung u. s. w., herausgegeben von M. BRANN als Beigabe zum *Volks- und Hauskalender*, Breslau, Jahrg. XLIII, XLIV, 1895 S. 127, 1896 S. 38.

[6] Jewish Quarterly Review III, 562.

[7] Seit 1836 erschienen Artikel von L. ZUNZ, M. KAYSERLING, H. GROSS (s. auch desselben *Gallia Jud.*, Paris 1897, p. 84), M. STEINSCHNEIDER (in ERSCH u. GRUBER, Sect. II, Bd. 32 S. 169 ff.; dazu: *Hebr. Übersetz.* Index S. 1059), AD. NEUBAUER, *Hist. Litt. de la France*, t. **31**, p. 423 ff. — In der hier folgenden Aufzählung der Schriften genügte eine Hinweisung auf die beiden letztgenannten, wo das Nähere über die vorangehenden Schriften zu finden ist, das also nicht wiederholt zu werden braucht.

[8] In der hebr. Überschrift: טספרי, lies מספרו.

[9] Hiernach ist teilweise zu ergänzen die mir durch Freundlichkeit des Herrn Verf. zugegangene interessante Abhandlung:

Nassir Eddin Tusi und Regiomontan von A. VON BRAUNMÜHL, Halle 1897, p. 6 des Sonderabdr. aus Nova Acta, Abhandl. der Kaiserl. Deutschen Akad. der Naturforscher Bd. LXXI n. 2.

Einige Beiträge zur Geschichte der arabischen Mathematiker und Astronomen.

Von H. Suter in Zürich.

Bei meinen Studien über westarabische Mathematiker, über deren Leben und Schriften ich nächstens eine Arbeit veröffentlichen werde, bin ich auf einige Persönlichkeiten gestossen, die vielleicht mit solchen, die in den bisherigen Forschungen aufgetreten, aber noch nicht sicher gestellt sind, identisch sein könnten; ich finde mich veranlasst, die kurzen Notizen, die mir über dieselben nach den Quellen zu Gebote stehen, hier schon zu veröffentlichen.

1. Der von Herrn Steinschneider im Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 10 (1877) S. 313—314 erwähnte Commentator des *Talchîsz*[1] des Ibn el-Bennâ, »Hawarî», ist ʿAbdel-ʿAzîz ben ʿAli ben Dâûd el-Huwârî[2] (nicht Hawârî), der vor 761 gelebt hat. Sein Commentar ist im Escurial noch in zwei Exemplaren vorhanden (N:o 948, 2° und 949); der letztere Codex enthält eine Widmung des Wezirs Abû Muhammed ibn Omad(?) an den Fürsten von Granada, Abû Naszr Ismaʿîl[3], vom Jahre 761 (1359—1360) datiert. (Vergl. Casiri I, 380—381 und Hâdschi Chalfa II, 400.)

2. Gerard von Cremona hat ein arabisches astronomisches Werk übersetzt, betitelt: *Liber tabularum iahen cum regulis suis*[4]. Man hat über den Namen *Jahen* schon verschiedene Conjecturen aufgestellt: Leclerc liest »Jaberi» und vermuthet hierin Dschâbir ben Aflah. Dieser *Jahen* ist meiner Ansicht nach höchst wahrscheinlich Jûsuf ben ʿOmar el-Dschuhanî (oder Dschuhainî),[5] Abû ʿOmar, aus Toledo, bekannt unter den Namen Ibn Abî Talla (Casiri hat Taltha), der sehr gelehrt in Erbteilung, Litteratur und Astronomie war. Er starb im Jahre 435 (1043—1044) nach Ibn Baschkuwâl (*es-Szila* I, 615). Er soll nach Casiri (II, 148) wirklich astronomische Tafeln verfasst haben; Ibn Baschkuwâl, der allerdings selten die Schriften der von ihm besprochenen Gelehrten anführt, weiss nichts von solchen, woher Casiri dieses hat, weiss ich nicht.

3. Der Kâdhî Abû ʿAbdallâh Muhammed ben Muads el-Djajjânî, den Herr Steinschneider als Commentator des 5. Buches des Euklides nennt[6] und auch (s. Anmerkg. 5) als Verfasser der oben genannten Tafeln des *Jahen* betrachtet, ist

wahrscheinlich identisch mit Muhammed ben Jûsuf ben Ahmed ben Mu'âdh el-Dschuhanî, Abû'Abdallâh, aus Cordova, Korânkenner und sehr bewandert in Sprachkenntniss, Erbteilung und Rechenkunst. Er studierte hauptsächlich unter Abû'Abdallâh ben Abî Zamânîn und Abû'l-Kâsim'Abderrahmân ben'Abdallah ben Châlid, wohnte zuletzt in Kairo während 5 Jahren, von Anfang 403 (1012) bis Ende 407 (1017). Er wurde geboren im Jahre 379 (989). Der von Casiri (I, 382) als Verfasser einer Schrift über die Auffindung der Oberfläche der Kugelsegmente (Escurial N:o 955) genannte (Abû) 'Abdallâh Muhammed ben Moad *Cordubensis* ist wahrscheinlich derselbe Autor. (Ibn Baschkuwâl, *es-Szila,* I, 480.)

4. Herr Steinschneider hat seiner Zeit nachgewiesen, dass der sogenannte »kleine Sattel», den Ibn Chaldûn in seinen Prolegomena erwähnt und von welchem der *Talchîsz* des Ibn el-Bennâ eine Bearbeitung (Auszug) sein soll, einer falschen Lesart jener Stelle des Ibn Chaldûn entsprungen sei, dass nämlich »kitâb el-haszâr es-szaghîr» zu übersetzen sei: »das kleine Buch des Haszâr» und nicht: »der kleine Sattel»; in einem hebräischen Ms. des Vatican (N:o 396) befindet sich nämlich nach Herrn Steinschneider ein arithmetisches Werk eines Ibn el-Haszâr,[7] über dessen Persönlichkeit weiter nichts bekannt ist. Ich vermuthe nun, dieser Ibn el-Haszâr, oder nach Ibn Chaldûn nur el-Haszâr, könnte identisch sein mit einem Autor, der in einem Gothaer Fragment der Chronik des 'Arîb ben Sa'd, das Dozy in seine Ausgabe des Ibn 'Adhârî[8] eingeflochten hat, vorkommt, wo es heisst: »Im Jahre 308 (920—921) starb Ibrâhîm ben Jûnis, bekannt unter dem Namen Ibn el-Hassâb, Freigelassener des Mûsâ ben Naszîr; er hatte auch den Beinahmen »Hârith der Rechenkunst»;[9] er gehörte zum Gerichtshof von Kairowân und auch zu den Richtern der Stadt Rakâda».[10] — Nun ist zu bemerken, dass im Arabischen *b* am Ende leicht mit *r* verwechselt werden kann, weniger leicht allerdings *s* mit *sz,* dennoch scheint es mir wahrscheinlich, dass hier eine Identität vorliegen könnte.

5. Gerard von Cremona hat eine Schrift übersetzt,[11] betitelt: *Liber in quo terrarum corporumque continentur mensurationes Abhabuchri* (Abû Bekr) *qui dicebatur Heus* (oder *Deus*[12]). Dieses *Heus* oder *Deus* ist bis jetzt noch nicht erklärt. Nun traf ich in meinen Studien auf einen Abû Bekr ibn Abî Daus (eigentlicher Name: Muhammed ben Aghlab) aus Murcia, bewandert in Sprachwissenschaft und Litteratur, gestorben in Marokko 511 (1117—1118). Er wird allerdings nicht als bewandert in

mathematischen Disciplinen genannt, noch weniger wird ihm eine mathematische Schrift zugeschrieben, aber er wird immerhin als Schüler eines in mathematischen Dingen bewanderten MUHAMMED BEN ʿIsâ BEN MAʿJÛN EZ-ZAHRÎ ABÛ ʿABDALLÂH bezeichnet, so dass doch die Möglichkeit vorhanden wäre, dass dieses der *Deus* oder *Heus* des GERARD von Cremona sein könnte. (IBN EL-ABBÂR, Ergänzung zum Buche *es-Szila* des IBN BASCHKUWÂL, I. Bd., 140 und 147.)

6. Man möge mir zum Schlusse noch gestatten, eine Stelle aus einem Schriftsteller anzuführen, die nicht gerade das Gebiet der mathematischen Wissenschaften direkt berührt, aber doch unser Interesse in Anspruch nehmen darf. Man weiss, dass die Araber auch in den mechanischen Künsten Hervorragendes geleistet haben, ich erinnere nur an die Wasseruhr, die HÂRÛN ER-RASCHÎD KARL dem Grossen zum Geschenk gemacht hat, und an die noch berühmtere des ʿABDERRAHMÂN[13] zu Toledo; dass sie aber auch Versuche mit Flugmaschinen gemacht haben, ist vielleicht bis jetzt noch Wenigen bekannt. EL-MAKKARÎ[14] erzählt von einem ABÛ 'L-KÂSIM ʿABBÂS BEN FIRNÂS, dem Weisen Andalusiens, dessen Lebenszeit in die zweite Hälfte des 9. Jahrh. fällt, dass dieser auf geistreiche Weise herausgebracht habe, wie er seinen Körper zum Fliegen bringen könnte; er bekleidete sich mit Federn und verfertigte sich zwei Flügel, mit Hilfe deren er in der Luft eine grosse Strecke weit flog; im Hinuntersteigen aber war er nicht so geschickt und erlitt eine Schädigung; er wusste nämlich nicht, dass der Vogel einfach auf seinen Schwanz hinunterfällt (d. h. mit dem Schwanz zuerst den Boden berührt?) und hatte sich desshalb keinen Schwanz gemacht. — Von ihm wird weiter noch erzählt, dass er der erste war, der in Spanien Glas aus Steinen zu machen verstand, dass er ein Instrument für die Zeitmessung in der Musik erfunden habe, und dass er eine Himmelskugel construirt habe, welche den Beobachter die Bewegung der Gestirne, ja sogar die Wolken und Blitze sehen und den Donner hören liess.

[1] Ich gebe das arabische *Sâd* durch *sz* wieder, um die den Druck erschwerenden diakritischen Punkte zu vermeiden.

[2] El-Huwâra ist nach DOZY (Geographie des EDRÎSÎ) der Name eines Berberstammes.

[3] Es ist dies der nur zwei Jahre (760—761) regierende Naszride ISMAʿÎL II.

[4] Vergl. WÜSTENFELD, *Die Übersetzungen arabischer Werke ins Lateinische seit dem XI. Jahrh.*, S. 66.

[5] Nicht ABÛ MUAD EL-DSCHAJJÂNÎ (d. h. von Iaën), wie Hr. STEINSCHNEIDER in Zeitschr. für Mathem. **11**, 1866, S. 237 angiebt. DSCHUHANÎ ist nach IBN CHALLIKÂN (Text der Bulaker Ausgabe I, 146, Übersetzg. v. MAC GUCKIN DE SLANE I, 422) entweder abgeleitet von Dschuhaina, einem Dorfe bei Mosul, oder von einem arabischen Stamme Dschuhaina.

[6] Zeitschr. d. d. morgenländ. Gesellsch. **50**, S. 16.; der Commentar ist noch in Algier (N:o 1446, 2°) vorhanden.

[7] Vergl. *Extrait d'une lettre de Mr.* STEINSCHNEIDER im Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **10** (1877), 313—314.

[8] IBN'ADHÂRÎ oder 'IDHÂRÎ, *Histoire de l'Afrique et de l'Espagne*, Leyde 1848—1851, 1 Bd., S. 189.

[9] Hierzu bemerkt DOZY: »Quia scilicet inter arithmeticos eandem celebritatem nactus erat atque EL-HÂRITH IBN OBÂD inter antiquos heroës.» Worauf sich diese Erklärung DOZY's stützt, weiss ich nicht.

[10] Rakâda war ein Flecken bei Kairowân.

[11] WÜSTENFELD, l. c. S. 79.

[12] Vergl. LIBRI, *Histoire des sciences mathém. en Italie*, I, 299.

[13] Vergl. WITTSTEIN, *Über die Wasseruhr und das Astrolabium des Arzachel* in Zeitschr. für Mathem. **39**, 1884; Hist. Abth. S. 41 ff.

[14] Nafh et-tîb etc., über die Geschichte und Litteratur der spanischen Araber, Ausgabe von Kairo, II, 231.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

REVUE SEMESTRIELLE DES PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES RÉDIGÉE SOUS LES AUSPICES DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE D'AMSTERDAM. TABLES DES MATIÈRES CONTENUES DANS LES CINQ VOLUMES 1893—1897 SUIVIES D'UNE TABLE GÉNÉRALE PAR NOMS D'AUTEURS. Amsterdam 1897. In-8°, (3) + 84 p.

La Revue semestrielle des publications mathématiques a commencé de paraître en 1893, et dans la Biblioth. Mathem. 1893, p. 25—27 nous avons rendu compte de la première livraison de ce recueil; actuellement cinq volumes (= dix livraisons) en ont été publiés, et la rédaction vient d'éditer une table générale de ces cinq volumes.

La table est divisée en quatre sections, savoir: 1) Table des recueils analysés; 2) Table méthodique des matières traitées dans les ouvrages, mémoires ou notes analysés; 3) Table alphabétique des mathématiciens sur lesquels la consultation de la Revue peut fournir des renseignements biographiques; 4) Liste alphabétique des auteurs.

Dans la première section (p. 1—10) les recueils sont classés en ordre alphabétique des pays où il paraissent, et à côté du titre de chaque recueil on trouve des renvois à toutes les pages de la Revue où il en est rendu compte. Les titres des publications de sociétés savantes ne sont pas donnés *in extenso,* mais ils sont abrégés à peu près comme nous l'avons fait nous-même dans la Biblioth. Mathem. à partir de 1884; ainsi p. ex. le titre: »Proceedings of the philosophical society of Cambridge» a été abrégé en: »Cambridge, Phil. Soc., Proc.». Il va sans dire que nous approuvons parfaitement ce procédé, et nous sommes bien aise que la rédaction de la Revue n'ait pas introduit dans la Table générale les abréviations de la Commission internationale du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques (cf. Biblioth. Mathem. 1895, p. 29). D'autre part, nous nous permettons de faire observer que les abréviations ne sont pas toujours formées d'après les mêmes principes; ainsi p. ex. les quatre titres:

1) Bulletin de l'académie des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique;
2) Svenska vetenskapsakademiens handlingar [c. à. d. mémoires de l'académie suédoise des sciences];
3) Sitzungsberichte der Naturforscher-Gesellschaft bei der Universität Jurjew (Dorpat);

4) Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich,

ont été abrégés respectivement en:

1) Académie de Belgique, Bulletin;
2) Stockholm, Akad., Handlingar;
3) Jurjew (Dorpat), Nat. Ges., Sitzungsber.;
4) Zürich, Vierteljahrsschrift.

Mais si l'on met le mot »Stockholm» au commencement de l'abréviation 2), il nous semble qu'il faille mettre aussi le mot »Bruxelles» au commencement de l'abréviation 1), et si l'on ajoute »Nat. Ges.» après »Jurjew (Dorpat)», on doit sans doute ajouter »Nat. Ges.» aussi après »Zürich». — Les titres des journaux proprement dits sont en général reproduits sans changements, et c'est probablement par erreur que la rédaction de la revue, en signalant le »Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas» et les »Prace matematyczno-fizyczne», a mis respectivement »Porto» et »Varsovie» avant leurs titres, bien que des indications correspondantes n'aient pas été admises pour les autres journaux.

La seconde section (p. 11—44) est la plus importante; elle est basée sur le système de classification adopté par la Commission internationale du Répertoire bibliographique des sciences mathématiques, et son étude est, à plus d'un titre, instructive; comme l'a fait observer le directeur de la Revue dans le *Prospectus* de la Table générale, elle permet de juger, par un coup d'oeil, de l'activité déployée pendant les cinq dernières années dans les diverses branches des mathématiques. A notre avis, cette Table aurait été encore plus utile, s'il avait été possible d'ajouter à la suite de chaque renvoi le nom de l'*auteur* de l'écrit dont il s'agit. Mais il faut avouer que cette modification de la Table générale aurait exigé environ 40 pages de plus.

La troisième section (p. 45—48) joue un rôle tout à fait secondaire; néanmoins elle est d'un certain intérêt, en particulier pour les étudiants de l'histoire des mathématiques. Nous prenons la liberté de faire remarquer que ZARKALI (p. 48) est identique à ARZACHEL (p. 45), et que sans doute le mathématicien C. ADAMS (p. 45) est le même que l'astronome J. C. ADAMS. A la page 45 il faut rayer le nom P. B. CARRARA, parce que la note dont il s'agit ne contient qu'une simple analyse d'un ouvrage paru en 1893, et mettre R. DEDEKIND au lieu de E. DEDEKIND. A la page 46 il vaut mieux placer HENRICUS GRAMMATEUS sous le nom GRAMMATEUS, ou bien le

mettre à la page 47 sous le nom SCHREIBER. A la page 47, le mathématicien anglais-français SACROBOSCO est appelé J. VON SACROBOSCO.

La quatrième section (p. 49—84), qui contient plus de 2,000 noms d'auteurs, semble être rédigée avec beaucoup de soin; très rarement deux auteurs homonymes sont réunis par erreur sous un nom (p. ex. p. 52, BORTOLOTTI, où le renvoi à IV 1, 114 se rapporte à Mlle EMMA BORTOLOTTI, et p. 75, PREDELLA, où le renvoi à V 1, 102 se rapporte à Mlle LIA PREDELLA). D'autre part il est probable que quelques auteurs français sont cités deux fois (p. ex. p. 60, où M. GENTY est probablement identique à E. GENTY), et par une faute de transcription dans la livraison I : 2, les écrits de M. J. PEROTT sont répartis (p. 74) sur lui-même et »J. Perrot». A la page 75 on trouve l'intéressante indication que le nom du jeune mathématicien qui s'est masqué, on ignore pour quelle raison, sous le pseudonyme »Mme Ve Prime», est A. MINEUR.

Par la Table générale dont nous venons de rendre compte, l'utilité de la Revue semestrielle des publications mathématiques a été considérablement augmentée, car évidemment il a été très penible d'être contraint à parcourir dix tables différentes avant de trouver, dans les livraisons parues, les indications dont on a eu besoin. D'un autre côté, nous ne croyons guère qu'une véritable bibliographie des mathématiques 1893—1897 soit inutile, même après la publication de la Table générale de la Revue. En effet, malgré les efforts de la rédaction, il s'est montré impossible d'avoir des analyses de tous les recueils contenant des écrits mathématiques, et les ouvrages publiés séparément y sont signalés seulement s'il en a été rendu compte dans quelqu'un des recueils analysés; mais les livres analysés sont toujours relativement peu nombreux. De plus, à cause des trois nombres (volume, livraison, page) contenus dans chaque renvoi, il fait perdre beaucoup de temps, si, à l'aide de la Table générale, on veut retrouver tous les écrits parus 1893—1897 et se rapportant à une certaine branche des mathématiques dans laquelle l'activité a été un peu considérable.

Avant de terminer, il convient de mentionner que l'exécution typographique de la Table est très soignée, et que nous n'y avons trouvé qu'un assez petit nombre de fautes d'impression.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1897: 2. — [Analyse des cahiers 1896: 4 et 1897: 1:] Revue catholique des revues **5**, 1897, 247—248. (J. Boyer.)

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. Loria. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 2—3.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
42 (1897): 3.

Aubry, V., Essai historique sur la théorie des équations.
Journ. de mathém. spéciales **20**, 1896, 222—224, 254—259; **21**, 1897, 17—20, 61—62.

Aubry, V., Notice historique sur la géométrie de la mesure.
Journ. de mathém. élémentaires **20**, 1896, 173—176, 201—204, 227—231, 248—251, 271—277; **21**, 1897, 18—22, 38—40, 62—65.

August Zillmer.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 23—24.

Berthold, G., Über den angeblichen Ausspruch Galilei's: »Eppur si muove».
Biblioth. Mathem. 1897, 57—58.

Birkenmajer, L., Misura universale di Tito Livio Burattini. Podlug wydania Wilenskiego z roku 1675. Krakow 1897.
4°, (2) + V + 32 p. + 4 pl.

Boyer, J., Une mathématicienne russe. Sophie Kowalevsky.
Revue catholique des revues **5**, 1897, 18—29.

Christensen, S. A., Caspar Wessel og de komplekse Tals Teori. En matematisk-historisk Note.
Inbydelsesskrift til eksamen ved Odense kathedralskole 1897 (Odense 1897), p. 3—34.

Curtze, M., Practica Geometriæ. Ein anonymer Tractat aus dem Ende des zwölften Jahrhunderts.
Monatshefte für Mathem. **8**, 1897, 193—224.

Dickstein, S., Karol Weierstrass (1815—1897).
Wiadmosci matematyczne (Warszawa) **1**, 1897, 53—58.

Eneström, G., Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants.
Biblioth. Mathem. 1897, 43—50.

Eneström, G., Sur les lettres de Léonard Euler à Jean I Bernoulli.
Biblioth. Mathem. 1897, 51—56.

Eneström, G., Sur la méthode de Johan de Witt (1671) pour le calcul de rentes viagères.
Archief voor de verzekeringswetenschap (Haag) **3**, 1897, 62—68.

Franklin, F., James Joseph Sylvester. Address delivered at a memorial meeting at the Johns Hopkins university, May 2, 1897.
New York, Americ. mathem. soc., 3_2, 1897, 299—309.

Graf, J. H., Niklaus Blauner, der erste Professor der Mathematik an der bernischen Akademie.
| Sammlung bernischer Biographien (Bern 1897). 23 p.

Hagen, J. G., Über ein neues Verzeichniss der Werke von Leonard Euler.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **5** (1896), 1897, 82—83.

Klein, F., Riemann und seine Bedeutung für die Entwickelung der modernen Mathematik.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 71—87. — Cf. Biblioth. Mathem. 1895, p. 117.

Klein, F., Ernst Ritter. †.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 52—54.

Kohn, G., Emil Weyr. †.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 24—33. — Cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 29.

Lampe, E., Nachruf für Julius Worpitzky.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 47—51.

Lampe, E., Arthur Cayley und James Joseph Sylvester. Nachruf.
| Naturwissensch. Rundschau (Braunschweig) **12**, 1897. 16 p.

Lang, A., Arnold Meyer.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresbericht **5** (1896), 1897, 18—20. — Nécrologie.

Loria, G., Versiera, Visiera e Pseudo-versiera. (Aggiunte.)
Biblioth. Mathem. 1897, 33—34.

Loria, G., Di alcuni nuovi documenti relativi a J. Steiner.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 1—2, 5—6, 9—11.

M[ansion], P., Sur Wolfgang et Jean Bolyai.
Mathesis 7_2, 1897, 194—195.

Meyer, Fr., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. Vivanti.
Giornale di matem. **33**, 1895, 260—319; **34**, 1896, 290—353.

Meyer, Fr., CarlPrediger.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 51—52.

°**Obenrauch, F. J.,** Geschichte der darstellenden und projectiven Geometrie, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Oesterreich. Brunn 1897.
8°, 6 + 442 p. + 2 pl. — [9 Mk.]

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 10.—11. Lieferung. Leipzig, Barth 1897.
8°, p. 849—1056.

ПОКРОВСКІЙ, П. М., Карлъ Вейерштрассъ.
Vjestnik elem. matem. **22**, 1897, 62—66. — POKROVSKIJ, P. M., Karl Weierstrass.

Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. Table des matières contenues dans les cinq volumes 1893—1897, suivies d'une table générale par noms d'auteurs. Amsterdam 1897.
8°, (3) + 84 p. — [5 fr.]

Reye, Th. und **Brill, A.,** Wilhelm Stahl.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 36—45.

Rudio, F., Erinnerung an Moritz Abraham Stern.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 34—36. — Cf. Biblioth. Mathem. 1894, p. 94.

Schmidt, Fr., Mittheilungen über Johann Bolyai.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 107—109.

СЛЕШИНСКІЙ, И., Некрологъ Вейерштрасса.
Vjestnik elem. matem. **22**, 1897, 59—62. — SLECHINSKIJ, I., Notice biographique sur Weierstrass.

Stäckel, P. und **Engel, F.,** Gauss, die beiden Bolyai und die nicht euklidische Geometrie.
Mathem. Ann. **49**, 1897, 149—206.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 35—42.

Sturm, A., Das delische Problem. (Schluss.) Linz 1897.
8°, (2) p. + p. 99—140.

Tesch, J. W., Waar is Simon Stevin gestorven?
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief 3_2, 1897, 95. — L'auteur fait ressortir que STEVIN est mort probablement à Haag et non pas à Leiden.

ТИХОМАНДРИЦКІЙ, М., Рѣчь въ память К. Вейерштрасса. Харьковъ 1897.
8°, 24 p. + portrait. — TICHOMANDRITZKY, M., Discours prononcé en mémoire de K. Weierstrass.

Ussing, J. L., Betragtninger over Vitruvii de architectura libri decem med særligt Hensyn til den Tid, paa hvilken dette Skrift kan være forfattet.
Kjöbenhavn, Vidensk. selsk., Skrifter (Hist.-fil. Afd.) 4_6, 1896, 93—160.

Vailati, G., Il principio dei lavori virtuali da Aristotele a Erone d'Alessandria.
| *Torino*, Accad. d. sc., Atti **32**, 1897. 25 p.

Wangerin, A., F. E. Neumann.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 54—68.

Wassiljef, A., Lobatschefskij's Ansichten über die Theorie der Parallellinien vor dem Jahre 1826.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 88—90.

Wickevoort Crommelin, H. S. M. van, De Witt en Hudde aan't werk.
Wekelijksche Mededeeling [de la société générale néerlandaise d'assurances sur la vie à Amsterdam] N° 794, 1897. 8 p. — Sur les recherches de Johan de Witt relatives à la théorie des rentes viagères.

Wilhelm Ligowski. †.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **4** (1894—1895), 1897, 46.

Question 64 [sur l'année de la mort de GIOVANNI CEVA].
Biblioth. Mathem. 1897, 64. (G. ENESTRÖM.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. LAMPE. Band 26 (1895). Berlin, Reimer 1897.
8°. — Les pages 1—69 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1895.

CAJORI, F., A history of mathematics. New York, Macmillan 1894. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **21**$_2$, 1897, 119—120. (P. TANNERY.)

CARLI, A. e FAVARO, A., Bibliografia Galileiana (1568—1895), raccolta ed illustrata. Roma 1896. 8°.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 123.

CHRISTENSEN, S. A., Matematikens Udvikling i Danmark og Norge i det 18. Aarhundrede. Odense 1895. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 59—60. (G. ENESTRÖM.)

FAVARO, A., Per la edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei sotto gli auspicii di S. M. il re d'Italia. Indice cronologico del Carteggio Galileiano. Firenze 1896. 4°.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 123—124.

FAVARO, A., Vent' anni di studi Galileiani. Roma 1896. 8°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 11—12. (G. LORIA.)

GRAF, J. H., Ludwig Schläfli (1814—1895). Zum Andenken an die Errichtung des Grabmonumentes Schläfli's und die Beisetzung der sterblichen Reste J. Steiner's. Bern 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 51—52. (CANTOR.)

GÜNTHER, S., Jakob Ziegler, ein bayerischer Geograph und Mathematiker. Ansbach 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 47. (CANTOR.)

HAGEN, J. G., Index operum Leonardi Euleri. Berlin, Dames 1896. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **21**$_2$, 1897, 169—170.

LORIA, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 54—55. (CANTOR.) — Jornal de sc. mathem. **13**, 1897, 26—27. (G. T.) — Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 119—120. (S. D.) — Bullet. d. sc. mathém. **21**$_2$, 1897, 170—172.

MANSION, P., Notice sur les travaux mathématiques de Eugène-Charles Catalan. Bruxelles 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 52. (CANTOR.)

MÜLLER, C. F., Henricus Grammateus und sein Algorismus de integris. Zwickau, Thost 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 46—47. (CANTOR.)

REBIÈRE, A., Les femmes dans la science. Notes recueillies. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 25—27. (G. ENESTRÖM.) — Bullet. d. sc. mathém. **21**$_2$, 1897, 177—178. (C. BOURLET.)

RUSKA, J., Das quadrivium aus Severus bar Sakkû's Buch der Dialoge. Inaugural-Dissertation. Leipzig 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 42—43. (CANTOR.)

SERENUS ANTINOENSIS, Opuscula. Edidit et latine interpretatus est J. L. HEIBERG. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 44. (CANTOR.)

STÄCKEL, P. und ENGEL, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. **20**$_2$, 1896, 279—281. (J. HADAMARD.) — Göttingische gelehrte Anzeigen 1896, 617—623.

VAILATI, G., Sull' importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze. Prolusione a un corso sulla storia della meccanica (letta il giorno 4 dicembre 1896 nell' università di Torino). Torino 1897. 8°.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 120—123. (S. D.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1896. Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 95—112.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 60—64. — Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 91—94.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

65. Dans ses *Etudes sur Zarkali*, M. STEINSCHNEIDER a donné (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **20**, 1887, p. 1—36, 585—591) de nombreux renseignements bibliographiques sur un ouvrage inédit de ZARKALI dont la traduction latine, probablement de la main de GHERARDO CREMONESE, porte ordinairement le titre: *Canones in tabulas toletanas*, et il a signalé non moins de 57 manuscrits de cette traduction. D'après M. A. VON BRAUNMÜHL (voir le mémoire *Nassir Eddin Tusi und Regiomontan;* Abhandl. der deutschen Akad. der Naturf. [Halle] **71**, 1897, p. 38), cet ouvrage doit avoir exercé une grande influence au moyen âge non seulement sur l'étude de l'astronomie, mais aussi sur celle de la trigonométrie.

On demande une exposition des principaux théorèmes trigonométriques indiqués par ZARKALI dans l'ouvrage cité.

(G. Eneström.)

Réponse à la question 18. Dans un mémoire récemment publié: *Practica geometriæ. Ein anonymer Tractat aus dem Ende des zwölften Jahrhunderts* (Monatshefte für Mathem. **8**, 1897, p. 194), M. CURTZE a fait observer que le mot *teca* pour o a été employé déjà par SACROBOSCO, et que, d'après PETRUS DE DACIA, ce mot a été introduit parce que zéro ressemble au stigmate circulaire, appelé *teca,* qu'on imprimait parfois aux fronts des brigands et des voleurs.

(G. Eneström.)

Remarque sur la question 63. Le »British Museum» possède des exemplaires des deux écrits de JOHN WILKINS publiés en 1638 et 1640. Le premier écrit a pour titre: »*The discovery of a world in the moone or, A discourse tending to prove that 'tis probable there may be another habitable world in that*

planet. London. Printed by E. G. for Michael Sparke and Edward Forrest 1638». Sur la couverture de cet exemplaire on trouve la suivante remarque manuscrite: »This is the first edition of this curious little work of Bishop WILKINS, and is very uncommon».

Le second écrit a un feuillet de titre gravé et deux feuillets de titre ordinaires. Sur le premier de ces derniers feuillets on lit: *The first book. The discovery of a new world or, A discourse tending to prove, that 'tis probable there may be another habitable world in the moone. With a discourse concerning the possibility of a passage thither. The third impression. Corrected and enlarged.* London. Printed by John Norton for John Maynard 1640», et sur le second: »*A discourse concerning a new planet, tending to prove, that 'tis probable our earth is one of the planets. The second booke, now first published.* London. Printed by R. H. for John Maynard 1640.»

Par ces indications on peut conclure que, antérieurement à l'année 1684, il y a eu une seule édition du *Discourse concerning a new planet* mais trois éditions de la *Discovery of a new world,* dont la première a paru en 1638 et la troisième en 1640. Il ne reste donc qu'à apprendre quand la seconde édition en a été publiée, et si l'écrit *Copernicus defended* (1660) est un ouvrage essentiellement différent des autres.

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 15 octobre 1897.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1897.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1897. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 11. — NOUVELLE SÉRIE. 11.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. — Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. — PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Sur les neuf »limites» mentionnés dans l'»Algorismus» de Sacrobosco.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans le traité de géométrie qui, à tort ou à raison, est attribué à Boëtius, l'auteur rapporte que les anciens avaient divisé les nombres entiers en trois classes, savoir *digiti* (les neuf premiers nombres), *articuli* (nombres divisibles par 10) et *compositi* (tous les autres nombres). Cette divison, qui paraît assez naturelle si l'on se rappelle le système de numération grec, pouvait être aussi en quelque sorte justifiée aux temps où l'on se servait de l'*abacus* romain,[1] mais évidemment elle est ailleurs peu satisfaisante. En effet, la première classe comprend seulement 9 nombres, tandis que tous les autres nombres sont réunis, sans raisons suffisantes, dans les deux classes restantes, dont la troisième est beaucoup plus nombreuse que la seconde.[2] Néanmoins, la division fut conservée dans la plupart des traités d'arithmétique du moyen âge, mais pour suppléer un peu à ses défauts, on distinguait des *articuli* de différents ordres, qu'on appelait parfois *limites* ou *differentiae;* au premier ordre appartenaient les nombres 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, au second ordre les nombres 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, etc. Sans doute cette division supplémentaire, signalée p. ex. par Alkuin,[3] Jordanus Nemorarius,[4] Ocreatus[5] et l'auteur du Codex Salamitanus,[6] marque un progrès, mais, d'autre part, elle n'améliorait que peu les inégalités de la division primitive,

parce qu'elle se rapportait seulement aux *articuli* et non pas aux *compositi*. Cette observation faite, on pouvait procéder sur deux voies différentes; en effet, on pouvait rejeter tout à fait la division originale ou bien essayer de répartir les *compositi*. La première voie, à notre avis la plus naturelle, a été choisie par Leonardo Pisano,[7] la seconde par Sacrobosco, dans un passage de son *Algorismus*. Comme ce passage est en partie assez obscur, nous commençerons par le reproduire textuellement.[8]

> Cum igitur ultra summam numerorum solidorum in arte praesenti non fiat processus, tantum novem limites numerorum distinguuntur Est enim limes numerorum eiusdem naturae extremis contentorum terminis continua ordinatio, unde primus limes est novem digitorum continua progressio; secundus vero novem articulorum principalium; tertius centenariorum; quartus millenariorum. Tres [limites] etiam resultant in compositis per digitorum appositionem super quemcumque trium praedictorum, et si alter alteri praeponatur. Sed per finalis termini replicationem supra se semel per modum quadratorum aut bis per modum solidorum quocumque alio praecedente resultat penultimus limes et ultimus.

Il s'en suit que Sacrobosco distingue neuf groupes de nombres, qu'il appelle *limites*. Les quatre premiers ne nous offrent rien de nouveau; en effet, le premier *limes* est identique aux *digiti*, et les trois suivants embrassent respectivement les dizaines, les centaines et les milliers. Quant aux autres, ils sont probablement l'invention de Sacrobosco, mais malheureusement ses mots sont énigmatiques, et il nous aurait été presque impossible de les interpréter si nous n'avions pas eu recours au commentaire sur l'*Algorismus*, écrit en 1291 par Petrus de Dacia et publié il y a peu de temps par M. Curtze. Voici ce que Petrus de Dacia dit par rapport aux groupes 5, 6 et 7 de la division de Sacrobosco.[9]

> *Quintus limes*. Verbi gratia: apponantur digiti omnes, qui sunt in primo limite, super denarios, qui sunt in secundo limite, et fiet quintus limes, ut 11, 12, 13, 14, usque ad 19; vel 21, 22, 23, usque ad 29; vel 31, 32, etc. et sic usque ad 39. Et sic apponendo omnes digitos super 10, et super 20, et super 30 usque ad 90 fit iste limes quintus, ita quod maior numerus in hoc limite est 99. *Sextus limes*. Apponantur ergo omnes digiti super omnes centenarios qui sunt in tertio limite, et fiet sextus limes. Verbi gratia: 101, 102, 103, usque ad 109; vel 201, 202, 203, usque ad 209; et sic apponendo omnes digitos super omnes centenarios, scilicet

super 100, super 200, super 300, [et ita] usque ad 900 fit iste limes sextus, ita quod maior numerus in hoc limite est 909. *Septimus limes.* Apponantur igitur omnes digiti super omnes millenarios, qui sunt in quarto limite, et fiet limes septimus. Verbi gratia: 1001, 1002, 1003, et sic usque ad 1009; vel sic 2001, 2002, 2003, usque ad 2009; et sic apponendo omnes digitos super omnes millenarios, scilicet super 1000, 2000, 3000, usque ad 9000 fit iste limes septimus, ita quod maior numerus in hoc limite est 9009. Sed addit auctor, quod est, si alter alteri praeponatur, resultabit aliquis de his tribus limitibus. Verbi gratia: 110, 111, 112, 113, usque ad 119; vel 120, 121, 122, 123, usque ad 129; vel 130, 131, 132, 133, usque ad 139; praeponendo sic aliquem de denariis cum omnibus digitis ante centum; et eodem modo praeponendo eosdem ante ducenta vel trecenta etc.; [et] consimiliter praeponendo centenarium ante millenarios cum omnibus digitis, ut 1101, 1102, 1103, vel 2101, 2102; et consimiliter etiam praeponendo denarios cum omnibus digitis ante millenarios [et centenarios, ut 1111, 1112, vel 2111, 2112, vel 1211, 1212 etc.], quilibet istorum ad aliquem trium aliorum limitum reducitur, ita quod, si digiti praeponantur denariis, [ad quintum reducuntur, si digiti praeponantur denariis] praecedente centenariorum aliquo ad sextum reducuntur, sed si digiti praeponantur centenariis millenariorum quocumque praecedente, ad septimum limitem reducuntur. Ita credo auctorem esse intelligendum.

En examinant les mots de SACROBOSCO, on est tenté de supposer que les groupes 5, 6 et 7 contiennent respectivement les nombres représentés par

$$n_1 + 10\,n_2\,,\quad n_1 + 10^2 n_3\,,\quad n_1 + 10^3 n_4\,,$$

où n_1, n_2, n_3, n_4 prennent successivement les valeurs $1, 2, 3, \ldots, 9$, et PETRUS DE DACIA lui-même commence par cette interprétation. Mais en ce cas on a fait abstraction des mots: »et si alter alteri praeponatur», et pour les expliquer, PETRUS DE DACIA suppose les groupes 5, 6 et 7 formés respectivement par les nombres contenus dans les expressions

$$n_1 + 10\,n_2\,,\quad n_1 + 10\,m_2 + 10^2 n_3\,,\quad n_1 + 10\,m_2 + 10^2 m_3 + 10^3 n_4\,,$$

où n_1, n_2, n_3, n_4 peuvent avoir toutes les valeurs $1, 2, 3, \ldots, 9$ et m_2, m_3 toutes les valeurs $0, 1, 2, \ldots, 9$. Du reste, on voit que PETRUS DE DACIA hésite sur le vrai sens des mots de SACROBOSCO, car il ajoute à la fin: »ita *credo* auctorem esse intelligendum.»

Si Sacrobosco s'est exprimé un peu obscurément pour ce qui concerne les groupes 5, 6 et 7 de sa division des nombres, la question devient encore plus compliquée quand il s'agit des groupes 8 et 9. Heureusement, le passage suivant du commentaire de Petrus de Dacia nous prête ici bonne assistance.[10]

Limes octavus. Auctor vult dicere, quod limes octavus fit, cum supra millenariorum aliquem millenarius replicatur. Verbi gratia: mille millesies, duo milia millesies, tria milia millesies, quatuor milia millesies, et sic usque ad novem milia millesies, vel millesies novem milia; et fit idem limes praeponendo isti replicationi quemcumque de aliis limitibus, scilicet dicendo: millesies centies decies mille, millesies centies decies duo milia, millesies centies decies tria milia et sic usque ad millesies centies decies novem milia; vel millesies ducenties vicesies mille, vel duo milia, vel tria milia. Sicque eundo et replicando semper millenarium semel super quemcumque millenariorum quocumque praecedente fit ille octavus limes. *Nonus limes.* Nonus vero limes fit fere modo consimili. Non enim differt nisi quia in hoc nono limite fit replicatio millenarii bis super quemcumque millenarium, etiam quocumque praecedente. Verbi gratia: millesies mille milia vel millesies mille millesies, quod idem est, vel millesies duo milia millesies, millesies tria milia millesies, vel millesies decem milia millesies, vel millesies XX milia millesies, vel millesies XXX milia millesies, vel millesies centum milia millesies, vel millesies ducenta milia millesies, vel millesies trecenta milia millesies, vel millesies centum et decem milia millesies, millesies ducenta et XX milia millesies etc. Hoc modo intelligi debet limes iste nonus.

Par ce passage on trouve que les groupes 8 et 9 embrassent les nombres représentés par les expressions

$$10^3 m_4 + 10^4 m_5 + 10^5 m_6 + 10^6 n_7\,,\; 10^6 m_7 + 10^7 m_8 + 10^8 m_9 + 10^9 n_{10}$$

où n_7, n_{10} peuvent avoir toutes les valeurs $1, 2, 3, \ldots, 9$ et $m_4, m_5, m_6, m_7, m_8, m_9$ toutes les valeurs $0, 1, 2, \ldots, 9$.

Il faut très peu d'attention pour découvrir que la division de Sacrobosco est, à plus d'un égard, défectueuse. D'après sa définition, un *limes* doit être une suite *continue* (»continua ordinatio») de nombres dont les termes extrêmes sont de la même nature, mais il est évident que cette définition n'est pas valable pour les groupes 5, 6 et 7; sans quoi ces groupes embrasseraient aussi les nombres des groupes 2, 3 et 4. D'un autre côté, la division n'embrasse pas les nombres compris entre

9,999 et 1,000,000, entre 1,000,000 et 1,001,000, etc., et aucun nombre plus grand que 9,999,000,000. Les deux premiers faits semblent avoir échappé à l'attention de PETRUS DE DACIA;[11] quant au dernier, il donne l'explication suivante:[12]

> Tot debent esse limites, quot in numeris possibile est fieri progressus continua apprehensione ymaginatione stantis. Sed novem limitum processu eundo usque ad replicationem millenarii supra quemcumque bis stat apprehensio ymaginationis, et non ultra [it], sicut patet in numeris iam explicatis ad nonum limitem adductis, ymmo vix ymaginatio apprehendat illud: ergo etc. Vel sic ostendit, quod completiva et ultima dimensionum est dimensio trina; et ideo cum numerus solidus dimensione triplici mensuretur, ultra ipsum etiam non convenit transcendere. Ideo concludere possumus, quod, cum limes nonus est in genere numerorum solidorum, tantum novem erunt limites et non plures.

En résumé, cette argumentation assez faible contient: A) qu'il est presque impossible de s'imaginer des nombres plus grands que 9,999,000,000; B) que l'arithmétique n'a pas affaire à des nombres au delà des nombres cubiques et que, pour cette raison, il est inutile de traiter des nombres plus grands que le cube de 1000 multiplié par un *digitus*.

Il résulte de ce que nous venons de rapporter que, si l'interprétation de PETRUS DE DACIA est exacte — et nous n'avons aucune raison d'en révoquer en doute la justesse — SACROBOSCO a échoué en essayant de perfectionner la division des nombres indiquée dans la géométrie de BOËTIUS. A ce point de vue, sa tentative a donc été sans valeur, mais, d'autre part, elle nous semble avoir un certain intérêt pour l'histoire des mathématiques. Elle mériterait sans doute encore plus d'attention, si l'on pouvait constater qu'elle a été le point de départ d'autres essais de classification des nombres entiers.[13]

[1] Cf. CANTOR, *Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker* (Halle 1863), p. 209: »Wollte man also diese Definitionen noch etwas anders aussprechen, so könnte man sagen: eine Fingerzahl ist eine solche, welche durch irgend einen Apex auf der Einerkolumne dargestellt wird; eine Gelenkzahl drückt man aus, indem man einen Apex auf eine der folgenden Kolumnen von der der Zehner an legt; nicht zusammengesetzt oder einfach ist jede Zahl, deren Darstellung auf dem Rechenbrette nur einen Apex erfordert, in welcher Kolumne es auch sei; die zusammengesetzte Zahl

endlich wird durch mehr als einen Apex bezeichnet werden müssen.» Nous nous permettons de faire observer en passant que cette remarque n'est pas parfaitement juste, car, d'après la géométrie de BOËTIUS, 110 est un *articulus*, bien qu'il soit impossible de l'exprimer sur l'*abacus* par un seul *apex*.

[2] PIERRE DE LA RAMÉE appelle cette division »puerilis et sine ullo fructu» (cf. TREUTLEIN, *Das Rechnen im 16. Jahrhundert;* Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **1**, 1877, p. 37).

[3] Cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **1** (Zweite Auflage), p. 790.

[4] Cf. CANTOR, l. c. **2** (Leipzig 1892), p. 58.

[5] Cf. *Prologus H. Ocreati in Helceph ad Adelhardum Baiotensem magistrum suum, publié par* CH. HENRY. Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **3**, 1880, p. 132—133.

[6] Cf. CANTOR, *Über einen Codex des Klosters Salem.* Zeitschr. für Mathem. **10**, 1865, p. 2.

[7] Cf. *Il liber abbaci di Leonardo Pisano pubblicato da* B. BONCOMPAGNI (Roma 1857), p. 2.

[8] M. CURTZE, *Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso* (Hauniæ 1897), p. 15.

[9] CURTZE, l. c. p. 77—78.

[10] CURTZE, l. c. p. 78—79.

[11] Cf. CURTZE, l. c. p. 79.

[12] CURTZE, l. c. p. 79.

[13] D'après M. CURTZE (l. c. p. XVII) un manuscrit du commencement du 14[e] siècle: *Notabile de novem limitibus* contient essentiellement la division des nombres indiquée par SACROBOSCO et expliquée par PETRUS DE DACIA.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.*

43. Ohne uns allzuängstlich an die Zeitfolge zu halten, lassen wir hier auf den Übersetzer KALONYMOS LEVI BEN GERSON, den philosophischen Commentator des AVERROES, folgen, der zugleich als selbständiger Mathematiker, wahrscheinlich der bedeutendste unter den Juden des Mittelalters, noch der Würdigung eines Fachmannes bedarf, während seine Persönlichkeit, so weit sie hervorgetreten ist, und die Nachrichten über seine handschriftlich erhaltenen Arbeiten durch MUNK, STEINSCHNEIDER und NEUBAUER ziemlich erschöpfend behandelt sind.[1]

LEVI, Sohn des GERSCHOM (daher *Gersonides*), in nichthebräischen Schriften maestro LEON DE BAGNOLS (Balnaolis, geb. 1288, gest. 1344) in der Provence (Avignon und Orange), gehört zu den seltenen, eben so umfassenden als selbständigen und genialen Denkern und Schriftstellern, in welchen der blinde Autoritätsglaube so leicht den Ketzer herausfindet. Er war schwerlich ein bedeutend beschäftigter Arzt, aber in allen profanen Disciplinen heimisch, insbesondere in der damals vorherrschenden arabischen Auffassung des ARISTOTELES, welche man nach ihrem bedeutendsten Vertreter »Averroismus» nannte, den aber LEVI mit rücksichtslosen Glossen begleitete, die ihm wiederum Vorwürfe von Seiten der Schulanhänger und Nachbeter zuzog, zu denen unter Anderen sein bald zu erwähnender Zeitgenosse SAMUEL MARSILI gehörte.

LEVI commentirte auch den grössten Teil der Bibel, und behandelte die Methodologie des Talmuds. Da wir es hier nur mit seinen mathematischen Schriften zu thun haben, und selbst diese hier nur kurz angegeben werden können, so empfiehlt sich die Reihenfolge meines Artikels in ERSCH und GRUBER's *Encyklopädie*, worin sie als n. 12—19 zusammengestellt sind, mit einer Hinweisung auf die betreffende Stelle bei NEUBAUER (»Nb.») durch Seitenzahl und römische Ziffer.

44. 1) (Nb. p. 603 n. VIII) Erläuterungen zu den Einleitungen[2] der Bücher I, III, IV, V in EUKLID's Elementen, Ms. Jews Coll. in London 138[4] und des Barons David v. Günzburg in Petersburg n. 340.

---

* Oben S. 79 n. 13 lies SAADÂN, s. *Hebr. Übers.* S. XXIX, wo die nachträglichen Mitteilungen NEUBAUERS.

2) Geometrische Begründung eines Postulats in EUKLID über 2 Linien, die einander schneiden müssen, ms. München 36[24]. NEUBAUER (l. c. p. 604) bezeichnet diese Abhandlung als ein »Fragment» eines Buches »Composition über die Wissenschaft der Algebra»; allein diese allgemeine Bezeichnung ist kein eigentlicher Titel. Die noch allgemeinere Bezeichnung bei JOSEF DEL MEDIGO berechtigt noch weniger dazu, die obigen 2 Schriften zusammenzufassen, obwohl ein Zusammenhang derselben nicht unmöglich ist.

3) *Maase Choscheb* (nach Exod. 26, 1 aber hier im Sinne von: Werk des Rechners; Nb. p. 603 n. VII), theoretische und practische Rechenkunst, erstere gegründet auf EUKLID VII—IX, verf. im April 1321 im Alter von 33 Jahren.[3] Handschriften finden sich in München 36 und 68, beide lückenhaft, Vat. 379 defect, Paris 1029[6], Parma, De Rossi 836 und 1166, Petersburg, Baron D. v. Günzburg 130[2] (früher Katzenellenbogen in Wilna?), Wien 112 (GOLDENTHAL S. 60).

4) (Nb. 642 n. XXXVIII) »*De numeris harmonicis*», wovon lateinische Mss. in Basel F. II, 33, Paris 8378 A, im J. 1343, verfasst auf Veranlassung des PHILIPP von Vitry (1351 —61 Bischof von Maux), der LEVI aufforderte, den Nachweis zu liefern, dass ausser den Zahlen 2, 3, 4, 8, 9 es nicht zwei aufeinander folgende geben könne, die aus den Factoren 2, 3 zusammengesetzt seien. LEVI verfasste wahrscheinlich ein hebräisches Original, welches ein Anonymus ins Lateinische übersetzte. NEUBAUER spricht LEVI die Fähigkeit ab, lateinisch zu schreiben, weil er sonst seine Abhandlung über das von ihm erfundene Instrument sicherlich in dieser Sprache abgefasst hätte. Diese Abhandlung ist als Teil eines hebräischen Werkes auf uns gekommen, vielleicht vorher zunächst für seine Glaubensgenossen verfasst. Eine weitere Discussion über solche Eventualitäten wäre unfruchtbar.

5) *Luchot* (Tabellen, insbesondere astronomische, Nb. p. 615 n. XXXVI), über Sonnen- und Mondstellungen, mit der Radix 1320, also nicht viel später verfasst in Orange (»Ysop»), 9 Stunden, 46 Minuten vom äussersten Osten entfernt. Nach der Vorrede[4] hat LEVI seine Berechnung auf Verlangen »vieler und ehrwürdiger Männer unter den Grossen der Christen» verfasst. Wenn diese Tafeln wirklich identisch sind mit den in seinem grossen Werke (unten n. 7) gegebenen, so hat er sie wohl bei Abfassung des letzteren mit aufgenommen. Sie finden sich allein in den Mss. München 314, Vatican 391,[5] Almanzi, jetzt Brit. Mus. Add. 26,900 (bei MARGOLIOUTH, List, p. 514).

Eine erklärende Notiz darüber schrieb schon im J. 1342 SAMUEL BEN MEIR, Copist des mathematischen Ms. Paris 1028, am Ende des Codex. MOSES FARISSOL (oder FERUSSOL) BOTAREL sah sich veranlasst (1465), eine vollständige Erläuterung jener Tafeln in kurzen 12 Kapiteln zu geben, welche sich in der Bodleiana und in Tunis finden. NEUBAUER übergeht diese Schrift auffälliger Weise nicht bloss im Artikel über LEVI, sondern auch in der Notiz über MOSES F. BOTAREL (l. c. p. 780), von welchem mehr an seinem Platze; hier sei nur mein Abdruck der Vorrede etc. erwähnt.[6] Hingegen notirt NEUBAUER eine *anonyme* Erläuterung der Tafeln in ms. D. von Günzburg 365; sollte sie nicht die des BOTAREL sein?

6) (vgl. NEUBAUER p. 619) *Ben arbaïm lebina* (»dem Vierzigjährigen kommt die Einsicht«,[7] ein Spruch im Talmud); unter diesem Titel wird eine astronomische Schrift LEVI's von ABRAHAM SACUT citirt und irrtümlich letzterem beigelegt. Wenn hier auf das Lebensalter des Verf. angespielt, also das Datum 1328 ist, so könnte die hier folgende Nummer gemeint sein.

7) LEVI verfasste (bis Jan. 1329) ein grösseres religionsphilosophisches Werk, betitelt »Kriege Gottes« — ein späterer Gegner nennt das Buch wegen der geringen Orthodoxie: »Kriege gegen Gott« —. Der 2. Teil des V. Tractats, welcher die Astronomie selbständiger behandelt, als es die naturphilosophische Grundlage der Methaphysik erfordert, bildet »ein Werk für sich« nach dem Ausdruck des Verf., oder des Copisten oder des Herausgebers (1560—»1500« in ERSCH und GRUBER S. 300 n. 21 ist Druckfehler), welcher diesen Teil in seiner Vorlage nicht fand oder wegliess. Jetzt kennt man 4 vollständige Mss. des Originals in Paris (724, 725), Turin 10 (bei B. PEYRON n. 21) und Neapel III F. 9 (nur bis Kap. 95), aber auch 3 Mss. einer vollständigen lateinischen Übersetzung eines Anonymus, im Vatican 3098 und 3380, in Mailand, Ambros. D. 327. NEUBAUER (l. c. p. 278 ff. und p. 286 ff.) teilt das Vorwort und das sich anschliessende Register der 136 Kapitel mit, woraus sich Umfang und Bedeutung des Werkes, welches unter Anderen auch KEPLER's Aufmerksamkeit auf sich zog, ergiebt. Hervorzuheben ist die Kritik des ptolemäischen und antiptolemäischen Systems des ALPETRAGIUS.[8] Eine nähere Untersuchung und Würdigung wird Sache eines Fachmannes sein. Hier sei nur noch ein Bestandteil dieses Werkes hervorgehoben, dessen Bedeutung für die Geschichte der *Entdeckung Amerika*'s zuerst in der Bibliotheca Mathematica zur Sprache kam.

LEVI erfand ein Instrument, welches er *Megalle Amukot* nannte, und worüber er 2 Gedichte verfasste; das eine, überschrieben »über den Stab« ist, ohne Kenntnis des Ursprunges und Zusammenhangs, 1853 edirt. Über seine Erfindung hat er, vielleicht vor der Redaction des Gesammtwerkes, worin er davon handelt, eine besondere Abhandlung verfasst; ich identificirte damit eine von jenem abweichende Recension in 3 Teilen von 2, 7 und 20 Kapiteln in der bisherigen Gemeindebibliothek in Mantua[9] n. 10 unter dem Titel *Chug ha-schamajim* (Himmelskreis, nach Hiob 22, 14).[10] Eine lateinische Übersetzung jener Abhandlung mit dem übersetzten ursprünglichen Titel widmete PETRUS DE ALEXANDRIA[11] im Jahre 1342, also bei Lebzeiten des Verf., Papst CLEMENS dem VI; diese: *De instrumento secretorum revelatore* enthalten ms. Paris 7293 (ohne Namen des Übersetzers), aus der Bibliothek des Papstes stammend, und Wien 5277[5].[12] — Eine andere, auch vom hebr. Original abweichende, lateinische Recension in 17 Kapp., die ebenfalls a. 1342 im I. Jahre des CLEMENS übersetzt sein soll, in ms. München 8089, führt den Titel *Baculus Jacobi*, und Prof. S. GÜNTHER (Biblioth. Mathem. 1890 S. 75) erweist daraus, dass REGIOMONTANUS diese Übersetzung gekannt habe; die Kenntnis des *Baculus Jacobi* soll durch BEHAIM aus Nürnberg nach Portugal gebracht sein. Ich habe (Biblioth. Mathem. 1890 p. 107) gefragt, ob diese Übersetzung eine zweite sei, und ob der *Baculus* nicht direct aus Avignon in der pyrenäischen Halbinsel bekannt geworden, wie schon GÜNTHER (S. 78) andeutet; ich habe ferner den Titel (resp. Namen) *Baculus Jacobi* dem lateinischen Bearbeiter vindicirt. Ich vermute nunmehr, da man die Abhandlung schwerlich im J. 1342 zweimal lateinisch übersetzte, dass die zweite Recension nicht ohne Benutzung der ersten angefertigt worden, aber den Namen *Baculus Jacobi* erfunden habe; eine Anspielung auf letzteren in einem der erwähnten Gedichte hebt NEUBAUER (p. 623) hervor.

Der Jahresbericht der geographischen Gesellschaft in München 1894—1895 enthält (S. 93—174) eine Abhandlung: *Der Jakobstab*, von A. SCHÜCK in Hamburg. Der Verfasser, ein practischer Seemann, der aber seine Sachkunde auch auf historische Fragen anwendet,[13] referirt (S. 103 ff.) über die oben erwähnten Mitteilungen, und spricht (S. 105) von einem, ihm noch nicht näher bekannten Vortrag des Prof. GÜNTHER über den Jakobstab in der Versammlung deutscher Naturforscher in Lübeck (1895), der mir noch heute unbekannt, wenn er überhaupt gedruckt ist. S. 128 ff. bespricht er das seltsame

Schicksal der Erfindung LEVI's mit Benutzung verschiedener Quellen, unter Anderen einer neuen Schrift von M. KAYSERLING.[14] Man sieht aus Obigem, dass es sich um ein noch nicht erledigtes Problem in der Literaturgeschichte handelt.

NEUBAUER (p. 608 n. XXIII) führt als besondere Nummer auf: *Dillugim* »über die 7 Constellationen«(?), ohne diesen sonderbaren Titel zu übersetzen oder zu erklären. In der That ist hier nicht von einem Titel, am allerwenigsten von einer so benannten Schrift unseres LEVI die Rede. Am Ende eines Stückes in Ms. 1563[3] der Universitätsbibliotek in Cambridge liest man: »Bis hieher die Weglassungen (*Dilluge*) dieses Buches in dem Abschnitt Astronomie (*Techuna*), welches LEVI B. GERSCHOM, Verfasser von *Batte ha-Nefesch* etc., verfasst hat.« NEUBAUER hat richtig die Confusion von homonymen Autoren erkannt; eigentlich müsste es heissen: »LEVI B. ABRAHAM, Verf. von *Liwjat Chen*«, das ist die Encyklopädie des LEVI B. ABRAHAM, welche die Auszüge aus IBN ESRA's Astrologie enthält.[15] Es fragt sich, ob diese Nachträge zu einem, in demselben Ms. vorangehenden Stücke gehören. Auf dieselben folgt ein astrologisches, mit dem Namen LEVI B. GERSON anfangendes Stück, vielleicht ein Excerpt aus der Astronomie oder einer anderen der bekannten Schriften.

8) (Nb. p. 642 n. XXXIX, vgl. 590) *Prognosticon magistri* LEONIS *Hebræi de conjunctione Saturni et Jovis* [auch des Mars] a. d. 1345. Da der Verf. am Mittag 20. April 1344 starb, beendete sein Bruder SALOMO diese astrologische Abhandlung — die Conjunction galt bald darauf (1348) als Ursache des sogenannten schwarzen Todes — welche frater PETRUS DE ALEXANDRIA, ord. fratr. Heremitarum sancti Augustini, wörtlich übersetzte. Letzterer ist bereits oben (S. 106) als Übersetzer der Abhandlung über das Instrument (1342) erwähnt; vielleicht übersetzte er auch diese Abhandlung für den Papst, der bekanntlich in Avignon residirte (gest. 1352) und wohl auch hier seine gerühmte Wissbegierde, zugleich eine abergläubische Neugier, befriedigte?

Aus den obigen gedrängten Notizen ergiebt sich wohl die Rechtfertigung des Umfanges derselben an dieser Stelle. LEVI's Ansehen schon bei Lebzeiten entspricht dem Nachruhm, für welchen hier kein Platz ist.

45. Neben dem hervorragenden Bilde LEVI's erscheinen mehrere seiner Zeitgenossen als Staffage.

Im Jahre 1322 übersetzte SALOMO KOHEN IBN PATER aus Burgos für JAKOB IBN MEIR, einen talmudischen Gelehrten, die

Astronomie des IBN HEITHAM (vulgo ALHAZEN) ins Hebräische, nachdem dasselbe Werk bereits im J. 1271 durch JAKOB BEN MACHIR übersetzt worden war. SALOMO's Übersetzung wird diesem JAKOB, mit dem irrigen Datum 1275, beigelegt in ms. Paris 1035; andere Mss. sind: Paris 1031[5], Wien 177; Ms. Dubno 42 qu., später Heidenheim 10 (wo jetzt?), nennt den Übersetzer irrtümlich »SIMON aus Bagdad«; s. *Hebr. Übersetz.* S. 560 und meine *Notice sur un ouvrage astron. inédit d'ibn Heitham* (Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **14** [1881], p. 721—740; **16** [1883], p. 505—513).

Ein Kalender für die Jahre 5083—5206 (1323—1446) von einem mir sonst unbekannten JOSEF BEN EFRAIM, vom Copisten zuerst nur bis 1351 geschrieben, enthält Ms. Paris 391[2].

Ms. München 91 enthält eine Erläuterung des I. Tractats von EUKLID's Elementen von dem »vollkommenen Philosophen ABBA MARI«. H. GROSS vermutet die Identität dieses Autors mit dem 1324 in Südfrankreich lebenden ABBA-MARI BEN ELIGEDOR, vulgo Sen (= Senhor) ASTRUC DE NOVES (s. *Gallia Judaica* p. 390) und NEUBAUER in seinem Artikel über diesen Autor (*Hist. Litt.* etc. p. 552) bemerkt, dass ABBA-MARI sich in der That mit Mathematik beschäftigt habe (vgl. auch *Hebr. Übersetz.* S. 508); er war in Salon der Lehrer des hier folgenden SAMUEL in Astronomie.

46. Wir lassen hier wiederum einen Übersetzer aus dem Arabischen folgen, dessen Thätigkeit sich allerdings vorzugsweise und vielleicht zuerst auf philosophische Schriften, insbesondere auf AVERROES erstreckte. SAMUEL BEN JEHUDA aus Marseille,[16] vulgo MILES[17] BONGODAS (BONGUDAS) MARSILLI de Barbevaire (= Blauburt, nach GROSS), geb. 1294, zu 18 Jahren Schüler des ABBA-MARI (§ 45), lebte in verschiedenen Orten der Provence und Nordspaniens, war Arzt, aber hauptsächlich Übersetzer aus dem Arabischen ins Hebräische und Commentator. Uns interessiren folgende Schriften:

1) DJABIR IBN AFLA'H (ABU MUHAMMED DJABIR), Astronomie (Compendium des *Almagest*), beendet im 42. Lebensjahre 17. Dec. 1335, nur in Paris in 4 Mss. (1014, 1024, 1025, 1036) vorhanden, woraus NEUBAUER (p. 560, 563) den hebräischen Text der Nachschrift und das Wesentliche daraus französisch mitteilt. Ich entnehme dieser erst jetzt zugänglichen Quelle nur Folgendes.

SAMUEL wollte eigentlich das Compendium des *Almagest* von AVERROES übersetzen, welches alle anderen Schriften überflüssig mache; allein es war nur in einer seltenen hebräischen Übersetzung, welche man dem NATAN HA-MEATI beilege (s. dagegen

oben § 28 S. 110) und für schlecht halte, vorhanden, das Original nicht zugänglich. Im Alter von 30 Jahren wendete sich SAMUEL dem, schon in der Jugend studirten Grundwerk, dem *Almagest* des PTOLEMÄUS zu, wobei ihn sein jüngerer, aber »in jeder Wissenschaft perfecter« Bruder DAVID (EN BONDAVI) unterstützte; aber seine Commentation der ersten III Tractate wurde, als er, 35 Jahr alt, in Tarascon lebte, durch dauernde Leiden (oder Misslichkeiten, Verfolgungen?) unterbrochen. Es ergab sich ihm damals, dass das Beste im erwähnten Werke des AVERROES dem IBN AFLA'H angehöre. Die Brüder wanderten deshalb nach Trinquetailles (Vorort von Arles), wo sie ein correctes arabisches Original von der Schrift des IBN AFLA'H fanden und bei Brod und Wasser (?) in einem Lehrhause in 2 Tagen ungefähr $^1/_4$ copirten. In Aix fand SAMUEL ein Autograph der hebräischen Übersetzung des JAKOB BEN MACHIR (oben § 36), in welcher er viele Fehler so wie einige Lücken[18] bemerkte, aber auch das früher benutzte Ms. des arabischen Originals. Die Vergleichung, Berichtigung und Ergänzung jener Übersetzung kostete ihn grössere Mühe als eine ganze neue Übersetzung gekostet hätte. Er hörte auch, dass MOSES IBN TIBBON eine Übersetzung dieses Buches angefertigt habe, konnte sie aber nicht auftreiben.

2) In Aix ergänzte er (1335) die 30. und 31. Figur im Texte (?) des HYPSIKLES zu der Übersetzung einer Abhandlung eines Anonymus von KALONYMOS, die wir oben (§ 42, 1 S. 77) besprochen haben. Ich referire hier nach NEUBAUER p. 560 n. V mit dem nötigen Vorbehalt.

3) IBN MU'ADS, ABU ABD ALLAH MUHAMMED über die totale Sonnenfinsternis am Ende des J. 471 H. (3. Juli 1079), Ms. Par. 1036, und wahrscheinlich die in demselben Ms. folgende Abhandlung desselben Verfassers über die Morgenröte. Über den arabischen Verfasser übergeht NEUBAUER p. 566 meine Nachweisungen in *Hebr. Übersetz.* S. 575. Wenn Herr SUTER dieselben in Erwägung zu ziehen Gelegenheit findet, so wird er wichtige Bedenken gegen seine Vermutungen über DJUHEINI und DJAJJANI (= aus Jaen) finden (Biblioth. Mathem. 1897, p. 83 n. 2, 3), auf die ich nicht abschweifen kann, aber anderswo zurückkomme.

4) ZARKALI, über die Bewegung der Fixsterne, in Ms. Paris 1036; die von mir (*Hebr. Übersetz.* S. 593) verlangten Specialitäten blieben bei NEUBAUER (p. 567) unbeachtet.

5) Kurzen Commentar über PTOLEMÄUS, *Almagest*, Tr. I—III (vgl. oben unter 1), 3. Juli 1331 in Tarascon beendet, enthält

Ms. Vatican 398 (*Hebr. Übersetz.* S. 524, wonach NEUBAUER p. 560 n. VI zu ergänzen ist).

SAMUEL bietet uns ein, allerdings nicht sehr seltenes Beispiel von Hingebung und Ausdauer.

Hier mögen noch zwei kurze Notizen Platz finden.

Ms. Vatican 387[8], enthält nach ASSEMANI's Catal. eine Anordnung von Tafeln (Kalender) für das Jahr MCCCXXVI »der Geburt unseres Messias», von einem Neophyten (copirt?); die hebr. Jahrzahl ist aber 1356; ist das ein Druckfehler?

Ms. Paris 1102[4] enthält astronomische Tafeln für den Meridian von Novara in arabischer Sprache v. J. 1 — 1521 nach Chr., im J. 1327 geschrieben? Dasselbe Ms. enthält Schriften von arabischen Autoren (*Hebr. Übersetz.* S. 543, 573, 584).

[1] MUNK im *Dictionnaire des sciences philosophiques* und in seinen *Mélanges de philosophie* etc. (teilweise deutsch von B. BEER, mit Anmerk. 1852); STEINSCHNEIDER in ERSCH und GRUBER, Sect. II S. 295—300 und Nachtrag im Magazin f. d. Wiss. d. Judenth. **16**, 1889, S. 137—45, *Hebr. Übersetz.*, Index S. 1060; A. NEUBAUER (redigirt von RENAN) in *Hist. Litt. de la France* t. 31 (vgl. oben S. 81) p. 585; wo LEVI's Schriften chronologisch geordnet sind. Über den Ort Bagnols, in Frankreich, nicht in Spanien (wie noch bei GÜNTHER und SCHÜCK, ll. citandis), s. H. GROSS, *Gallia Jud.* (1897) p. 94, wo die Bezeichnung »Sefaradi» in ms. 364 in zu enge geographische Bedeutung gepresst wird; sie bezeichnet nach der späteren Dichotomie die sogen. »portugiesischen» Juden im Gegensatz zu den deutschen (und französischen).

[2] Im Sinne des arabischen *Muʿsadarât* (Anfänge; Definitionen etc.); s. *Hebr. Übersetz.* S. 509 und *Euklid bei den Arabern* S. 93, gegen KLAMROTH; anderswo mehr.

[3] Ms. Günzburg hat Monat Elul (Aug.—Sept.) 1322. Die Überschrift *Mispar* (Zahl, Rechnung) in einigen Mss. ist wiederum nur eine allgemeine Bezeichnung des Schriftenkreises des Werkes.

[4] Kürzlich von mir edirt in der von BRAJNIN herausg. hebräischen Zeitschrift Mimisrach Umimaarab, Berlin 1897.

[5] Dieses Ms. (woraus ich Durchzeichnungen dem verstorbenen Fürsten B. BONCOMPAGNI verdanke) übergeht NEUBAUER; er bemerkt nur, dass Vat. 299[3] nicht von LEVI sei. Ich er-

kannte darin schon längst ein astronomisches Compendium (XIV. Jahrh.?); s. Hebr. Bibliogr. IX, 163 und *Verz. der Handschr. in Berlin*, S. 92.

[6] Mimisrach etc. (s. oben Anm. 4) S. 47.

[7] *Bina* wird schon im XIII. Jahrh. mit Rücksicht auf I. B. Chron. 12, 32, insbesondere auf Astronomie angewendet.

[8] Kap. 40 ff. und sonst, z. B. Kap. 83 gegen PTOLEMÄUS über Entfernung von Sonne und Mond. ALPETRAGIUS (BITRODJI) nennt er den Urheber (oder Verf.) der neuen Astronomie, wie schon vor ihm JEHUDA B. SALOMO (§ 29). Ob demnach LEVI zu den Vorläufern des KOPERNICUS (bei SCHIAPARELLI) zu zählen ist?

[9] Dieselbe ist kürzlich von einem Buchhändler in Venedig nach dem Catalog von M. Mortara der k. Bibliothek in Berlin zum Kauf angetragen worden.

[10] Unrichtig bei NEUBAUER (RENAN?) p. 621: »chap. 2, 7, 20 de l'ouvrage *total*«.

[11] Ob Alexandrien (in Ägypten), wie NEUBAUER (p. 623) und SCHÜCK (l. citando p. 103) annehmen?? Vergl. unten n. 8.

[12] Die Worte: »*Opus trigonometricum* de sinibus chordis et arcubus« im Catalog von LAMBECIUS, welche nicht im Ms. stehen, hat nach NEUBAUER LAMBECIUS hinzugesetzt?

[13] Zum Beispiel: *Hat Europa den Kompass über Arabien, oder hat ihn Arabien von Europa erhalten? Literarisch sachliche Studie.* Im Ausland 1892 N. 8—11; *Die Kompass-Sage in Europa* (Flavio Gioja) etc.; daselbst n. 35, 39.

[14] *Chr. Columbus und der Antheil der Juden an den spanischen und portugiesischen Entdeckungen.* Nach zum Teil ungedruckten Quellen, Berlin 1894 (164 S.). Was hier, S. 40 ff., und bei SCHÜCK, S. 120 ff., über ABRAHAM ZAKUT vorgebracht wird, soll später, wenn ich zu letzterem komme, teilweise berichtigt werden; hier sei nur bemerkt, dass ABRAHAM Nichts mit »Bukrat« (KAYSERLING S. 42) zu schaffen hat. — Der *Baculus Jacobi* ist nicht das Instrument des TUSI, s. Biblioth. Mathem. 1896 S. 13.

[15] S. oben § 33 S. 15. — Über die zweifelhaften Noten zu IBN ESRA's astrologischen Schriften von »maestro LEON« in Ms. Paris 1048 s. *Verz. der Handschr. in Berlin* 2. Abth. (1897) S. 140 A. 1, wo die Stelle bei NEUBAUER unter LEVI nachzutragen ist.

[16] Über ihn s. *Hebr. Übersetz.*, Register S. 1065; NEUBAUER (RENAN) *Hist. Litt.* XXXI, 553 ff., insbes. p. 560—567; H. GROSS, *Gallia Jud.* p. 379.

[17] NEUBAUER, p. 553, glaubt, zur Erklärung dieser Namens form den europäischen Namen *Miles*, oder gar *Milon* heranziehen zu müssen, welcher höchstens nebenbei mitgewirkt haben konnte; es genügte aber der Namen SAMUEL, wie ZUNZ annimmt (*Ges. Schriften* III, 189, vgl. II, 64), da man in verschiedenen Ländern dafür *Muel, Morel, Maurel* etc. findet; siehe *Catal. Bodl.* p. 2475, Hebr. Bibliogr. XX, 16.

[18] Für »et d'autres constellations», p. 561 z. 5 v. u., hat das Original: und die körperliche (solide) »Kugel».

Mathematisch-historische Vorlesungen und Seminarübungen an der technischen Hochschule zu München.

Von A. von Braunmühl in München.

Bei dem internationalen Mathematiker-Kongress, der im August d. J. in Zürich tagte, hatte sich eine eigene Sektion für Geschichte und Bibliographie konstituirt. Es war meine Absicht, in dieser Sektion über die Versuche zu referiren, welche ich seit 5 Jahren an der Münchener technischen Hochschule gemacht habe, um den Lehramtskandidaten der Mathematik Interesse an dem Studium der Geschichte ihrer Wissenschaft einzuflössen. Da ich aber leider noch im letzten Augenblick verhindert wurde, dem Kongresse beizuwohnen, so will ich auf die Aufforderung des Herausgebers dieser Zeitschrift hin, im Folgenden ein kurzes Referat hierüber geben, welches sich an jene Mitteilung anschliessen möge, die ich im Jahrgange 1895 der Biblioth. Mathem. (p. 89—90) über meine ersten beiden Vorlesungen in diesem Gebiete machte.

Dass es überhaupt möglich ist, an der technischen Hochschule zu München Vorlesungen über Geschichte der Mathematik zu halten, hat seinen Grund darin, dass die Kandidaten für das Lehramt entweder ihre Studien ganz an unserer Anstalt vollenden können, oder wenn sie an der Universität immatrikulirt sind, als Hospitanten an unserer Hochschule nach eigener Wahl Vorlesungen hören. Im Übrigen finden sich auch stets strebsame Techniker, die mit Interesse mathematische Spezialvorträge besuchen.

Nachdem ich in den Wintersemestern 1893/94 und 1894/95 die schon früher besprochenen Vorlesungen über allgemeine Geschichte der Mathematik gehalten hatte, kündigte ich für den darauf folgenden Winter eine einstündige Spezialvorlesung über Geschichte der Trigonometrie an. Hierzu wurde ich hauptsächlich durch die Bemerkung veranlasst, dass die Trigonometrie in den vorhandenen geschichtlichen Compendien teils ziemlich stiefmütterlich behandelt ist, teils manche Unrichtigkeiten und Ungenauigkeiten aufweist, was darin seinen Grund hat, dass man den astronomischen Werken, der fast einzigen Quelle für diese Wissenschaft, bisher zu wenig Beachtung schenkte. Es erwuchs mir daher einerseits die Aufgabe, jene Vorlesung fast

ganz aus den Quellen herauszuarbeiten, andererseits musste ich mich aber gerade deswegen auf eine Darstellung der Geschichte der Trigonometrie von den ältesten Zeiten bis zu ihrer Wiedererweckung durch Regiomontan beschränken, da sonst eine, nach meiner Ansicht allein Nutzen bringende detaillirte Auseinandersetzung ganz unmöglich gewesen wäre. Die Vorlesung, die mich zur Abfassung eines grösseren Werkes über Geschichte der Trigonometrie veranlasste, das ich in nicht zu langer Zeit zum Abschluss zu bringen hoffe, war in folgender Weise geordnet. I. Abschnitt: Spuren der Trigonometrie bei Ägyptern und Babyloniern. II. Abschnitt: Die Trigonometrie bei den Griechen und zwar (1) Spuren in der ältesten Litteratur, (2) Die graphische Methode der Griechen (vgl. hierzu meine inzwischen erschienenen *Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie.* Acta der Leopold. Akademie 1897), (3) Die Herstellung der Sehnentafeln, (4) die Sehnenmethode. III. Abschnitt: Die Inder. (1) Die Sinustabellen und der Sinus versus, (2) Die Trigonometrie der Inder (vgl. die citirten *Beiträge*). IV. Abschnitt: Die Ost-Araber und Perser. (1) Übergang der griechischen und indischen Trigonometrie in die Hände der Araber im 8. Jahrhundert, (2) Tâbit ben Kurrah und die Regel der vier Grössen (vgl. hierüber meine Abhandlung *Nassîr Eddîn Tûsi und Regiomontan.* Acta der Leopold. Akademie 1897), (3) Al-Battâni und sein Buch über die Bewegung der Sterne, (4) Die Reform der Trigonometrie durch Abûl-Wafâ und seine Zeitgenossen, (5) Ibn Yûnos und die Hakimitischen Tafeln, (6) Nassîr Eddîn Tûsi und sein Werk über das Viereck (vgl. die oben angeführte Abhandlung), (7) Ulûg Beg und die Lösung der Dreitheilungsgleichung. V. Abschnitt: Die West-Araber. (1) Al-Zarkâli und Dschâbir ibn Aflah, (2) Abûl Hassan Ali von Marokko. VI. Abschnitt: Das christliche Mittelalter. (1) Cassiodorius, Boethius, die Übersetzer, (2) Pflege der Wissenschaften unter Friedrich II von Hohenstaufen und Alfons X von Castilien; Leonardo Pisano; Die *Libros del Saber,* (3) Die Nachrichten über Trigonometrie im 14. Jahrhundert, (4) Georg von Peurbach. VII. Abschnitt: Das Zeitalter der Renaissance, Joh. Regiomontanus als Wiedererwecker der Trigonometrie.

Ausser dieser Vorlesung führte ich mein schon im Winter 1894 begonnenes mathematisch-historisches Seminar weiter fort. Dasselbe setzt sich aus sehr verschiedenen Elementen zusammen, nämlich teils aus solchen Herren, die ihre mathematischen Studien bereits durch die Examina abgeschlossen haben, wie einige

Lehrer an hiesigen Mittelschulen und Assistenten unserer Hochschule — diese bilden natürlich den wertvollsten Kern desselben —, teils aus Studirenden der Mathematik verschiedener Semester, denen sich sogar einige Techniker zugesellten. Um den hierdurch bedingten verschiedenartigen Anforderungen zu genügen, verfahre ich in folgender Weise. Bei Beginn des Semesters lege ich eine Reihe von Thematen aus verschiedenen Gebieten der Geschichte vor, aus denen dann die Theilnehmer nach Neigung und Kenntnissen auswählen können. Indem ich ihnen bei Aufsuchung der nötigen Litteratur an die Hand gehe, lasse ich jedem mehrere Wochen Zeit, um sich gründlich einzuarbeiten, worauf sie dann in einem oder mehreren Vorträgen über ihre Studien referiren müssen. An jeden Vortrag schliesst sich eine Kritik und eventuel eine Discussion an, an welcher sich alle Seminarmitglieder beteiligen können. Ausserdem verlange ich ein kurzes schriftliches Referat über jeden Vortrag, in welchem namentlich die benützte Litteratur genau angegeben werden muss. Verschiedene dieser Vorträge haben schon zu grösseren Arbeiten Veranlassung gegeben, die teilweise an die Öffentlichkeit gelangt sind: so die Arbeit des Herrn Kutta *Über die Geometrie mit einer Zirkelöffnung*, die *Beiträge zur Geschichte der Dezimalbrüche* des Herrn Dr. End und endlich eine umfangreichere Abhandlung des Herrn Chrzaszczewski über die Bedeutung und die Arbeiten Desargues' in der projektivischen Geometrie, die demnächst im Archiv der Mathematik und Physik erscheinen wird.

Füllen die Vorträge der Studirenden nicht das ganze Semester aus, so ergänze ich die Lücken, indem ich selbst über meine eigenen Studien referire.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

J. Dahlbo. Uppränning till matematikens historia i Finland från äldsta tider till stora ofreden. Nikolaistad 1897. In-8°, (4) + 196 p. + 1 pl.

Cet écrit contient un aperçu des études mathématiques en Finlande jusque vers le commencement du 18e siècle. Avant la fondation de l'université d'Åbo (en 1640) ces études embrassaient presque exclusivement les règles les plus élémentaires de l'arithmétique et de la géométrie pratique, ainsi que le comput ecclésiastique. A l'université d'Åbo, on professait au 17e siècle l'arithmétique, la géométrie élémentaire, la trigonométrie et un peu de l'algèbre; quant à la théorie des sections coniques et d'autres courbes, elle ne paraît pas avoir été professée avant 1713. Les écrits publiés par les professeurs et les étudiants ne font guère preuve de connaissances mathématiques plus étendues; dans une thèse publiée en 1690 on trouve une exposition de la théorie de l'intérêt composé, mais cette exposition est essentiellement tirée d'une note de Leibniz dans les Acta eruditorum 1683. L'auteur le plus fécond était S. Kexlerus (1602—1669), qui, dans ses nombreux traités élémentaires, marche sur les pas de Ramus et de Pitiscus.

Dans les thèses, on trouve parfois de véritables anachronismes scientifiques. Ainsi p. ex. la division des nombres entiers en *digiti, articuli* et *compositi,* mentionnée pour la première fois dans la géométrie de Boëtius, est reproduite dans un écrit de l'année 1673, et l'assertion que l'unité n'est pas un nombre, mais seulement le principe des nombres (dont l'origine remonte à Aristoteles, Nikomachos et Theon Smyrnæus), est répétée encore dans une thèse de l'année 1705.

M. Dahlbo s'est évidemment donné bien de la peine pour réunir les matériaux dont il a eu besoin, et il a fait des essais louables pour retrouver les sources utilisées dans les écrits des mathématiciens finlandais. Malheureusement, il ne possède encore ni assez de connaissance de l'histoire des mathématiques, ni assez de pénétration pour avoir pu se bien acquitter de sa tâche. Néanmoins, s'il considère son ouvrage comme un avant-projet, il en tirera grand profit quand il aura acquéri un jour les qualifications nécessaires pour donner une exposition scientifique de l'histoire des études mathématiques en Finlande.

La lecture de l'écrit de M. Dahlbo est troublée par un nombre excessivement grand de fautes d'impression.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1897: 3. — [Analyse des cahiers 1897: 2—3:] Revue catholique des revues **5**, 1897, 777. (J. BOYER.)

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. LORIA. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 4.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
42 (1897): 4.

°**Ball, W. W. R.**, Récréations et problèmes mathématiques des temps passés et présents. Ouvrage traduit sur la troisième édition anglaise par J. FITZ-PATRICK. Paris 1897.
8°. — [9 fr.]

Beman, W. W., A chapter in the history of mathematics.
| American association for the advancement of science, Proceedings **46**, 1897. 20 p. — Note historique sur la représentation géométrique des quantités imaginaires.

Besthorn, R. O. et **Heiberg, J. L.**, Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I : 2. Hauniæ, Gyldendal 1897.
8°, (4) p. + p. 89—191.

Birkenmajer, L., Wiadomosc o postepie prac krakowskiej komisyi akademickiej, zajmujacej sie wydaniem dziel, biografii i bibliografii Mikolaja Kopernika.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 178—182. — Notice sur les travaux de la commission de l'académie de Cracovie chargée de l'édition des oeuvres, de la bibliographie et de la biographie de Copernicus.

Boyer, J., Une astronome allemande. Caroline Lucrèce Herschel.
Revue catholique des revues **5**, 1897, 577—583.

Brocard, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897.
8°, (22) + 296 + XXX p. — Autographié.

°**Brückner, J. M.**, Geschichtliche Bemerkungen zur Aufzählung der Vielflache. Zwickau 1897.
4°; 19 p. + 7 pl.

Curtze, M., Quadrat- und Kubikwurzeln bei den Griechen nach Heron's neu aufgefundenen *Μετρικά*.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 113—120.

Curtze, M., Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso editit et præfatus est. Sumtibus Societatis regiæ scientiarum danicæ. Hauniæ, Höst 1897.
8°, XIX + 92 p.

D[ickstein], S., Pierwszy miedzynarodowy kongres matematykow.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 183—192. — Le premier congrès international des mathématiciens.

Dickstein, S., Jacób Jósef Sylvester.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 175—177. — Notice biographique, avec portrait.

Eneström, G., Über die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen.
Biblioth. Mathem. 1897, 65—72. — [Traduction polonaise par S. DICKSTEIN:] Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 192—198. — [Résumé en russe, par A. WASILIEFF:] *Kazan*, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, 100—102.

ЭРМИТЪ, О Вейерштрассѣ.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, II : 85—88. — HERMITE, CH., Notice sur Weierstrass, traduite du français (cf. Biblioth. Mathem. 1897, p. 28).

Euklids Elementer I—II. Oversat af THYRA EIBE. Med en Indledning af H. G. ZEUTHEN. Köbenhavn, Hegel 1897.
8°, XI + 94 p. — Traduction littérale sur le texte grec de l'édition de J. L. HEIBERG.

Graf, J. H., Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf. Ein Lebensbild und zugleich eine Würdigung seiner Leistungen. Bern, Wyss 1897.
8°, (3) + 54 p. + portrait et facsimile. — [1⅓ fr.]

Günther, P., Les recherches de Gauss dans la théorie des fonctions elliptiques. Traduit par L. LAUGEL.
Journ. de mathém. $\mathbf{3}_5$, 1897, 95—112.

Heath, T. L., The works of Archimedes edited in modern notation with introductory chapters. Cambridge, Clay & Sons 1897.
8°, CLXXXVI + (2) + 326 p. — [15 sh.]

J. J. Sylvester (1814—1897).
Mathesis $\mathbf{7}_2$, 1897, 245—246.

Ocagne, M. d', Karl Weierstrass.
Revue des questions scientifiques 1897, 484—507.

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Heraus-

gegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 12.—13. Lieferung. Leipzig, Barth 1897.
8°, p. 1057—1248. — [Compte rendu:] Viadomosci matematyczne **1**, 1897, 210.

°**Rebière, A.**, Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Troisième édition. Paris, Nony 1897.
8°, 566 p. — [5 fr.]

Riccardi, P., Alcune lettere di Lagrange, di Laplace e di Lacroix dirette al matematico Pietro Paoli e sette lettere del Paoli al prof. Paolo Ruffini.
Modena, Accad. d. sc., Memorie $\mathbf{1}_3$, 1897, 105—129.

Riccardi, P., Contributo degl' Italiani alla storia delle scienze matematiche pure ed applicate. Saggio bibliografico.
Bologna, Accad. d. sc. dell' Istituto, Memorie $\mathbf{6}_5$, 1897, 755—775.

Stäckel, P. und **Engel F.**, Gauss, les deux Bolyai et la géométrie non euclidienne. Traduit de L. LAUGEL.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{21}_2$, 1897, 206—228. — Cf. Biblioth. Mathem. 1897, p. 92.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 73—82.

Steinschneider, M., Debarim allikim.
Mimisrach Umimaarab (Berlin) 1897, Appendice, p. 40—49. — Extraits des écrits hébreux astronomiques inédits de LEVI BEN GERSON, ISAK AL-'HADIB, FARISSOL MOSES BOTAREL tirés des Mss. à München et à Oxford, avec de brèves remarques en hébreu.

Suter, H., Einige Beiträge zur Geschichte der arabischen Mathematiker und Astronomen.
Biblioth. Mathem. 1897, 83—86.

Suter, H., Bemerkungen zu Herrn Steinschneiders Abhandlung: »Die arabischen Übersetzungen aus dem Griechischen». Zweiter Abschnitt: Mathematik.
Leipzig, Deutsche morgenl. Gesellsch., Zeitschr. **51**, 1897, 426—431.

Tannery, P., Le traité du quadrant de maître Robert Anglès (Montpellier, XIIIe siècle). Texte latin et ancienne traduction grecque.
| Notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque nationale **35**: 2, 1897. (4) + 80 p.

В[АСИЛЬЕВЪ], А., Первый международный математическій конгрессъ въ Цюрихъ.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, II: 97—104. — WASILIEFF, A., Le premier congrès international des mathématiciens à Zürich.

В[АСИЛЬЕВЪ], А., Д. Д. Сильвестръ.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{7}_2$, 1897, II: 89—91. — WASILIEFF, A., Notice sur J. J. Sylvester.

Wertheim, G., Die Schlussaufgabe in Diophants Schrift über Polygonalzahlen.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 121—126.

Wertheim, G., Emanuel Porto's Porto astronomico.
Monatsschrift für Geschichte und Wissenschaft des Judenthums **41**, 1897, 616—622. — Le mathématicien juif EMANUEL PORTO vivait à Padova dans la première moitié du 17ᵉ siècle.

Question 65 [sur les recherches trigonométriques de ZARKALI].
Biblioth. Mathem. 1897, 95. (G. ENESTRÖM.)

Réponse à la question 18 [sur l'origine du terme *teca* pour o].
Biblioth. Mathem. 1897, 95. (G. ENESTRÖM.)

Remarque sur la question 63 [sur un écrit de J. WILKINS].
Biblioth. Mathem. 1897, 95—96. (G. ENESTRÖM.)

BIRKENMAJER, L., Misura universale di Tito Livio Burattini. Podlug wydania Wilenskiego z roku 1675. Krakow 1897. 4°.
Wiadmosci matematyczne **1**, 1897, 199—201. (S. D.)

REBIÈRE, A., Les femmes dans la science. Notes recueillies. Deuxième édition très augmentée et ornée de portraits et d'autographes. Paris, Nony 1897. 8°.
Mathesis 7_2, 1897, 238.

Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. Tables des matières contenues dans les cinq volumes 1893—1897, suivies d'une table générale par noms d'auteurs. Amsterdam 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 87—89. (G. ENESTRÖM.)

RUSSELL, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Science (New York) 6_2, 1897, 487—491. (G. B. HALSTED.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 90—95. — Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 141—144.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

66. Le savant arabe AL-KINDI (mort en 873) a composé un écrit »Sur les lignes et la multiplication avec le nombre des grains», et H. WEISSENBORN (*Zur Geschichte der Einführung der jetzigen Ziffern in Europa durch Gerbert,* Berlin 1892, p. 8), a supposé que cet écrit se rapporte à l'usage de l'*abacus.* D'autre part M. CANTOR (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **1** [Zweite Auflage], p. 675) a fait observer que cette supposition est sans doute trop hardie. On demande une explication probable du titre de l'écrit cité d'AL-KINDI.

(G. Eneström.)

Index.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898.

NEUE FOLGE 12. — NOUVELLE SÉRIE 12.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
BRAHEGATAN 48.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS-FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1898.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 12. | NOUVELLE SÉRIE. 12.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Une proposition du Livre des Fils de Mousa sur les calculs approchés.

Par CARRA DE VAUX à Paris.

La dernière proposition (XIX) du Livre des Fils de MOUSA sur les surfaces planes et sphériques est assez obscure dans la version latine publiée par M. CURTZE.[1] Le texte arabe de ce traité existe et les mss. n'en sont pas absolument rares. Il s'en trouve un à la bibliothèque nationale de Paris (Ms. arabe 2467, f°s 58 v° à 67 v°). Dans ce ms., ce paragraphe XIX est rédigé d'une manière beaucoup plus concise que dans la version latine, mais somme toute plus claire. En voici la traduction littérale. On observera que ce texte correspond au texte latin, à partir de la ligne 10 de la page 157, jusqu'au bas de cette page.

»Il faut que nous expliquions après cela la manière d'obtenir le côté du cube par approximation, afin que nous nous en servions au besoin dans les calculs; et que nous employions la méthode qui nous donnera l'approximation la plus grande possible; je veux dire que, si nous voulons que le côté approché diffère du côté vrai par exemple de moins d'une minute ou de moins d'une seconde, nous pouvons y arriver. La manière d'opérer est celle-ci: Nous réduisons le cube en ses parties tierces ou sixièmes ou neuvièmes, ou autres; ensuite nous cherchons un cube égal au nombre ainsi obtenu, si ce cube existe; sinon nous en cherchons le

cube le plus voisin, et quand nous l'avons trouvé, nous prenons son côté. Si les parties [en lesquelles nous avons réduit le cube donné] étaient tierces, ce côté est en minutes, et si les parties étaient sixièmes, ce côté est en secondes. De cette manière on peut traiter les questions.»

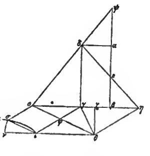
[1] *Verba filiorum Moysi, filii Sekir, id est Maumeti, Hameti et Hasen. Der Liber trium fratrum de geometria, herausgegeben von* M. CURTZE. Nova acta der ksl. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher **49**: 2 (Halle 1885).

Une solution du problème des deux moyennes proportionnelles entre deux droites données.

Par Carra de Vaux à Paris.

La solution que nous allons indiquer est due à un cheïkh arabe du nom d'Abou Djafar Mohammed fils d'el-Hocéïn. Elle est extraite d'un précieux recueil de la Bibliothèque Nationale de Paris d'où Woepcke a déjà tiré plusieurs de ses mémoires mathématiques. Ce manuscrit porte le n° 2457 du Catalogue actuel. Il date tout entier du Xème siècle de l'hégire. Le problème qui nous intéresse y occupe les folios 198v et 199.

Partant de la solution de Nicomède, le cheïkh Abou Djafar remarque, après Eutocius, que cette solution est *instrumentale (bi'l-ilâleh),* c'est-à-dire qu'elle exige l'emploi d'un instrument spécial, qui est ici la règle à conchoïde. Il se propose alors d'y substituer une solution purement géométrique, dans laquelle on n'ait pas à faire tourner de droite ni à mouvoir d'instrument. Les méthodes d'où l'on exclut ainsi tout procédé cinématique, sont appelées par les Arabes méthodes de la *géométrie fixe (el-hendasat et-tâbit).*



Soient donc $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, les deux droites données. On a, d'après Nicomède: $\gamma\theta = \alpha\varepsilon = \varepsilon\beta$, et $\gamma\iota$ parallèle à $\eta\theta$. Tirant de θ, au moyen de l'instrument, une ligne $\theta\varphi o$, telle que $\varphi o = \gamma\theta$, on détermine le point o, point de départ de la ligne $o\delta\psi$ qui fournit la solution. En effet $o\gamma$, $\alpha\psi$, sont les moyennes proportionnelles cherchées. C'est ce point o qu'il s'agit de retrouver par la géométrie fixe.

Abou Djafar fait, dans ce but, une application heureuse de deux propositions d'Apollonius. Menant de θ une parallèle à ηo, il prend sur cette droite $\theta\iota = \eta\gamma$; puis il construit à partir du point ι une hyperbole, ayant pour asymptotes $\eta\theta$, $\eta\gamma$. C'est une application de la proposition 4 du Livre II des *Coniques.* Soit $\iota\mu$ cette hyperbole. Coupons-la par un arc de cercle $\nu\sigma$, décrit de ι comme centre avec $\iota\nu = \theta\gamma$ pour rayon. De σ, point d'intersection du cercle et de l'hyperbole, menons une parallèle

σo à $\iota\gamma$. Le point o où cette parallèle coupe l'asymptote $\eta\gamma$ est le point cherché. En effet, joignons $o\theta$; d'après la 12ème proposition du Livre II des *Coniques*, $\sigma o = \iota\varphi$. Donc $\iota\sigma$ est parallèle et égal à φo; d'où l'on déduit $\varphi o = \gamma\theta$.

ABOU DJAFAR achève de démontrer la solution d'après la méthode d'EUTOCIUS (c'est-à-dire de NICOMÈDE[1]).

Remarque. La proposition 12 du Livre II, citée par l'auteur arabe, n'est pas ici d'une application immédiate. Il faut restituer un raisonnement tel que celui-ci:

La proposition d'APOLLONIUS fournit l'égalité:

$$\sigma o \,.\, o\eta = \iota\gamma \,.\, \gamma\eta .$$

En développant l'on a

$$\sigma o\,(o\gamma + \gamma\eta) = (\iota\varphi + \varphi\gamma)\,\gamma\eta$$

ou

$$(\sigma o - \iota\varphi)\,\gamma\eta = \varphi\gamma \,.\, \gamma\eta - \sigma o \,.\, o\gamma$$

or la similitude des triangles $\varphi o\gamma$, $\varphi\iota\theta$, donne la proportion

$$\varphi\gamma : o\gamma = \iota\varphi : \iota\theta = \iota\varphi : \gamma\eta$$

d'où

$$\varphi\gamma \,.\, \gamma\eta = \iota\varphi \,.\, o\gamma .$$

Remplaçant, l'égalité devient

$$(\sigma o - \iota\varphi)\,\gamma\eta = (\iota\varphi - \sigma o)\,o\gamma$$

qui ne peut être justifiée que par $\sigma o - \iota\varphi = 0$.

[1] V. ARCHIMEDIS *Opera omnia cum commentariis* EUTOCII, ed. HEIBERG, III, p. 125.

Die Mathematik bei den Juden.

Von Moritz Steinschneider in Berlin.

47. Chajjim ben Isak ibn Israel (aus der Familie Israel in Toledo) lebte, vielleicht vorübergehend, in Zamora, von wo aus er 1329 seinem Neffen Isak Israel(i) eine Streitschrift, betitelt »Tractat: Es werde eine Ausdehnung» (Gen. 1, 6), zusendete, in der er gegen das 1. Kap. des II. Tractats des astronomischen Werkes polemisirte, welches oben (§ 39, S. 39) näher besprochen ist. Ein Fragment der Replik Isak's hat sich in einem Ms. der K. Bibliothek in Wien (Catalog Goldenthal p. 58) erhalten. Derselbe Chajjim verfasste eine Abhandlung über die Lage des Paradieses, von welcher Pietro Perreau, der um die hebräische Literatur verdiente vormalige Oberbibliothecar in Parma, ein italienisches Resumé lieferte im Annuario della Società italiana per gli Studi orientali, anno 1874 (auch in einem Sonderabdruck daraus).

Chajjim, ohne nähere Bestimmung, heisst auch der Verfasser (?) einer hebräischen Schrift über den Quadranten, Ms. 38 des Plut. 88 der Medicea in Florenz, deren Anfang ich nach einer Mitteilung des Prof. F. Lasinio vom J. 1867 veröffentlicht habe. So lange kein anderer Mathematiker dieses Namens aufgefunden ist, der für eine Identificirung geeigneter scheint (siehe Chajjim aus Briviesca unten 1370—89), wird die Identität mit ibn Israel in Betracht zu ziehen und die Handschrift in Florenz daraufhin zu prüfen sein.[1]

In demselben Jahre ist eine anonyme arabische Abhandlung über Chronologie und Kalenderkunde verfasst (*'Hisab al-Ibbur*), welche sich im Allgemeinen auf die »Schriften der Astronomie» beruft und seltsamer Weise auch die 28 sogen. »*Mondstationen*» aufzählt, von denen sonst in den jüdischen Werken dieser Gattung nicht die Rede ist, wie überhaupt die Kenntnis derselben erst spät von den Arabern zu den Juden kam.[2] Diese Abhandlung, vielleicht nur umgearbeitet, oder gar nur umdatirt, wie das nicht selten der Fall ist, findet sich in hebräischen Lettern eingeschaltet einer Gebetsammlung für die Festtage u. s. w. nach dem Ritus von Jemen. Das älteste bekannte Exemplar dieses Rituals auf Pergament aus dem Anfang des XVI. Jahrh. besitzt die hiesige K. Bibliothek jetzt vollständig in Ms. 103 (s. die Vorrede des Redacteurs, nicht vor dem XIII. Jahrh.,

in der 2. Abth. des Verzeichnisses, Berlin 1897, S. V, und andere Mss. S. VI).

Jüngere Abschriften oder Redactionen obiger Abhandlung substituiren jüngere Daten, so z. B. 1472, Ms. Berlin n. 89, 1654 daselbst n. 91.

Das J. 1330 giebt ein Stück (Fragment) über Astronomie, zu Anfang defect, in Ms. Vat. 387[18], wozu ASSEMANI eine wertlose, wahrscheinlich von einem der Catalogfabrikanten, oder sogen. Scriptoren, des Vatican ausgedachte Überschrift (»Aspecte der Gestirne«) angiebt.

In demselben Jahre 1330 ist vielleicht der Abschnitt über Kalenderberechnung in dem Gebetbuch redigirt, welches NEUBAUER's Catalog der Bodleian. hebr. Mss. unter n. 1166 beschreibt, aber die hebräische Ziffer bedeutet 97 (= 5097 = 1337)!

Um 1330—50 dürfte JOSEF SCHALOM gelebt haben, dessen Erklärung einer dunkelen Stelle im Commentar des ABRAHAM IBN ESRA, nämlich im Excurse zu Exod. 3, 15, aufgenommen ist von SAMUEL IBN ZARZA (*Mekor Chajjim* f. 31). JOSEF ist ausserdem nur als Polemiker bekannt.[3] Aus welcher Schrift oder Mitteilung SAMUEL geschöpft habe, ist aus dem etwas verworrenen oder zerstückten Citate nicht zu ersehen.

Im J. 1331 starb zu Toledo ein »unterrichteter« Jüngling, Sohn des ISAK ISRAELI, ohne Zweifel des Verf. von »*Jesod Olam*« (1310, s. vor. Jahrg. S. 39), der für seinen (diesen?) Sohn einen Nachtrag zu diesem Werke geschrieben. Das grosse Werk schien einer bekannten (oder fingirten) Person zu weitläufig; der Jüngling unternahm daher die Bearbeitung eines Compendiums in arabischer Sprache, in 12 Kapp., welches er nicht vollendete. Ein Gelehrter aus derselben Familie, ISAK BEN SALOMO BEN ISAK, übersetzte das unvollendete Compendium ins Hebräische, und diese Bearbeitung (*Kizzur*, Abkürzung) findet sich in der Bodleiana (NEUBAUER 1319), in der Medicea in Florenz Plut. 88 Cod. 28, in Paris 1049.[4]

In demselben Jahre 1331, oder 1332, verfasste SALOMO BEN ABRAHAM CORCOS, vielleicht in Avila in Spanien, einen Commentar über die schwierigen Stellen des eben genannten Werkes von ISAK ISRAELI, welcher in München Ms. 43 (unvollst. in 2 anderen daselbst) so wie in Turin (früher n. 113, bei PEYRON p. 176 n. 170) erhalten ist. Er beruft sich manchmal auf seinen Lehrer JEHUDA BEN ASCHER, also den Sohn des ASCHER, für welchen ISAK ISRAELI das Werk verfasst hatte. JEHUDA bemerkt zum Beispiel zu III, 6, dass das hier Angedeutete in dem astronomischen Werke des »ABRAHAM HA-ZARKIL« (das

ist IBRAHIM AL-ZARKALI) vorkomme. Wir kommen auf JEHUDA unter dem Todesjahr 1349 zurück. SALOMO ist der erste bekannte Jude, welcher sich *Corcos* nennt; dieser Namen wird später auf einen, bis jetzt noch nicht nachgewiesenen Ort zurückgeführt; die Familie zählte in Italien gelehrte und angesehene Juden; aber ein Zweig, welcher sich gegen Ende des XVI. Jahrh. vom Stamme trennte, bildete eine vornehme christliche Familie in Rom.[5]

Toledo scheint der Sitz astronomischer Studien auch Seitens der Juden geblieben zu sein. Auf dem Grabstein des im Frühjahr 1336 verstorbenen Jünglings JOSEF IBN SASON BEN ABRAHAM wird seine astronomische Kenntnis gerühmt.[6]

In demselben Jahre begegnen wir in Toledo (nach ms. Paris 719) dem Cordovaner MOSES (ibn) CRISPIN HA-KOHEN, einem vielseitigen Schriftsteller, der sich auch der arabischen Sprache bediente (Ms. Par. 719[4]), wie mancher seiner Glaubensgenossen in Toledo, wo sogar Gemeindeacten noch damals arabisch geführt wurden. Er schrieb unter Anderem auch Bemerkungen zum Buche »*Schaar ha-Schamajim*« (Himmelspforte) des mehrmals erwähnten ISAK ISRAELI, welche in Ms. Paris 1070 erhalten sind,[7] auch in Parma (DE ROSSI 1338); ein ms. des Buchhändlers Lipschütz ist wohl jetzt in Cambridge.

Um 1320—38 lebte der Portugiese DAVID IBN BILJA (oder VILLA?) BEN JOMTOB, welcher vielleicht nach Perpignan übersiedelte, wenn er der Vater des JAKOB BEN DAVID ist, den wir unter dem Jahre 1362 besprechen werden. DAVID war vielseitig gebildet, schrieb, oder übersetzte Grundregeln der Logik ins Hebräische; das hinderte ihn aber nicht, über Astrologie zu schreiben, insoweit sie dem Arzte nöthig ist. Er wird daher zur Erklärung astrologischer Stellen im Commentar des ABRAHAM IBN ESRA zum Pentateuch citirt.[8]

1340 ist die Radix der Tafeln des BATTANI, die wir unter dem Jahre 1365 verzeichnen werden. In demselben Jahre 1340 wurde die Abhandlung über Kalenderwesen (*Seder ha-Ibbur*) redigirt, oder umdatirt, welche ein Gebetbuch (*Machsor*) nach römischem Ritus enthält, vormals im Besitze von S. D. LUZZATTO (s. desselben hebr. Briefe, S. 1000 n. 10).

48. Im J. 1341 ist der Abschnitt über den Kalender im Ritualwerke des DAVID ABU DARAHIM verfasst, welches man gewöhnlich mit dem blossen Familiennamen des Verf. (vulgo: ABUDRAHAM) bezeichnet, zuerst in Lisabon 1489, dann in Constantinopel 1513 (beide Ausgaben jetzt selten), auch in Venedig 1546 und 1566 und sonst gedruckt (*Catal. Bodl.* p.

1224). ISACHAR BEN MORDECHAI, in seinem ausführlichen Werke (1564 u. 1578 gedruckt), bezeichnet das Werk DAVID's mit den Anfangsbuchstaben DAD, d. h. David abu D.

OBADJA BEN DAVID BEN OBADJA, dessen Vaterland unsicher und dessen Abkunft von MAIMONIDES unwahrscheinlich ist, weil er sie nirgends andeutet, erwähnt das Jahr 1341 in seinem, den Text des MAIMONIDES begleitenden (seit 1509 gedruckten) Commentar zu dem Abschnitt *de Novilunio* (Kap. 12, vgl. K. 11 und 17). Er erwähnt in Kap. 12 AL-BATTANI und die Kenner der Geometrie, anderswo (6 § 2, 17 § 9) die Bücher der Geometrie, welches Wort er richtig als griechisch bezeichnet und durch »Rechnung» erklärt (18 § 1). Das 10. Kap. ist ein Plagiat aus dem Werke des ABRAHAM BAR CHIJJA (III, 5 S. 87, s. oben § 22, 1896 S. 33). OBADJA war der Lehrer des LEON MOSCONO, aber schwerlich der, sonst unbekannte Übersetzer einer grammatischen arabischen Schrift des JONA IBN DJALA'H (um 1300?).[9]

SAMUEL BEN MEIR, der im Jahre 1342 das Ms. Paris 1028, fast nur Astronomie und Astrologie enthaltend, copirte, fügt am Ende noch eine Erklärung dessen hinzu, was sein »grosser Zeitgenosse LEVI (B. GERSON) in Bezug auf Tabellen und Nativitäten gethan». Die Überschrift in der *Hist. Litt. de la France*, t. 31 p. 615 mitgeteilt, aber nicht richtig gesetzt, hat der Pariser »*Catalogue*» jedenfalls unrichtig aufgefasst: »le copiste présente *au nom* de son contemporain». Die Nativitäten sind wahrscheinlich ungenau den Tabellen coordinirt (vgl. oben § 44 n. 5, S. 105).

Im Jahre 1344 starb SADID (wohl = SADID AL-DIN) aus Damiette, Leibarzt des AL-MALIK AL-NA'SIR, dessen Kenntnisse in Geometrie, Arithmetik, Physik u. s. w. von seinem gleichzeitigen Biographen SAFADI erwähnt werden.[10]

[1344 JOSEF, s. unter 1384.]

Im J. 1345 fand die grosse Conjunction der 3 Planeten Saturn, Jupiter und Mars statt, welche die Federn der Astrologen beschäftigte, z. B. die des christlichen, holländischen Arztes JOHANNES *cum Barba* (Ms. Amplon. Fol. n. 386, vgl. meine *Etudes sur Zarkali* p. 116). Wir haben oben (§ 44 S. 107 n. 8) gesehen, dass LEVI BEN GERSON seine Prognostica nicht beenden konnte, weil er am 24. April 1344 vom Tode abberufen wurde. Sein Bruder SALOMO BEN GERSON führte sie zu Ende, vielleicht noch in demselben Jahre.

Im Jahre 1346 soll »ein gewisser» MOSES IBN TIBBON den Almagest des AVERROES in der Übersetzung des JAKOB

ANATOLI in Neapel aus dem Autograph des letzteren copirt und mit einigen Noten begleitet haben. So berichtet der Pariser Catalog unter n. 903[a]. In der *Hist. Litt. de la France* t. 27 p. 587 ist das Jahr 1336 wohl ein Druckfehler. Daselbst wird auf das Zeugnis dieses Ms. in Bezug auf das Datum der Übersetzung grosses Gewicht gelegt, und es würde noch schwerer wiegen, wenn meine Vermutung 1246 sich bestätigte (*Die hebr. Übersetz.* S. 539, vgl. S. 547). Übrigens lebte ein MOSES B. ISAK IBN TIBBON im J. 1402 in Candia (l. c. S. 539).

Im Jahre 1349 starb in Toledo JEHUDA BEN ASCHER, von welchem oben (S. 6) unter SALOMO CORCOS die Rede war. JEHUDA, Sohn des aus Deutschland geflohenen ASCHER, hatte offenbar in Toledo sich soviel von der dortigen Bildung angeeignet, dass er im Stande war, ein Werk zu verfassen, von welchem nur der Titel *Chukkot ha-Schamajim* (Gesetze des Himmels) überliefert wird, ausser einem Citate in ABRAHAM SACUT's Vorrede zum hebräischen Almanach, mitgeteilt im Catalog von S. PINSKER's Mss. n. 22 (aus derselben Quelle bei ASARJA DEI ROSSI, *Mazref*, Edinburg 1854 p. 45). Die Autorschaft des obigen Werkes könnte bezweifelt werden, und zwar von 2 Seiten aus: SACUT, in seinem Geschichtswerke (ed. Krakau f. 133[b], letzte Zeite) legt das Werk einem jüngern Homonymus bei, der 1391 den Märtyrertod erlitt; in der anderen Recension (ed. London f. 225[1]) steht der kahle Namen ohne jede Bemerkung, so dass ich vermuten möchte, sie sei ein späterer Zusatz, der an eine unrichtige Stelle angefügt wurde, während sie zu unserem älteren JEHUDA gehörte, der ja allein bei SALOMO CORCOS gemeint sein kann. Dagegen bezeichnet SACUT in der Vorrede des hebräischen Almanachs JEHUDA (ohne Nennung des Buches) als »*ha-Kadosch*» (der Märtyrer), so dass er allerdings diesen jüngern Homonymus für den Verfasser der Astronomie gehalten haben könnte, wenn man nicht die Bezeichnung »Märtyrer» für den Zusatz eines Copisten oder Redacteurs erklären will, den vielleicht die Stelle im Geschichtswerk dazu verleitet haben möchte (vgl. *Catal. Bodl.* p. 1291).

Andererseits besitzen wir ein sogenanntes »Testament», das heisst eine moralische Ermahnung unseres JEHUDA an seine Nachkommen (herausgegeben von S. SCHECHTER, jetzt »reader» in Cambridge, gedr. Pressburg 1884), welche ebenfalls dem SACUT und Anderen bekannt war.[11] In diesem, culturhistorisch interessanten Schriftchen erzählt der Verfasser (S. 12), dass er als dreizehnjähriger Knabe Deutschland verlassen habe, als fünfzehnjähriger, im J. 1285 (? die chronologischen Bedenken

s. S. 7 und 20) nach Toledo gekommen sei. Weder zwei Frauen noch eine Erbschaft änderten seine Armut; er wurde zum Nachfolger seines Vaters als Rabbiner von Toledo gewählt; aber er nahm niemals ein Geschenk von der Hand eines Privaten an, mit Ausnahme eines einzigen Falles, wo ihm eine als Darlehn gesuchte Summe aufgedrungen wurde, die er zur Verheiratung seiner Schwester hergab; dagegen war zuletzt seine Bibliothek so gross geworden, dass er verordnen konnte, für 3000 Gulden davon zu verkaufen (S. 17). Unsere Autorfrage berührt eine Stelle zu Anfang (S. 8). JEHUDA war schon zu drei Monaten augenkrank, zu 3 Jahren behandelte ihn eine Frau so übel, dass er ein Jahr das Haus nicht verlassen konnte; darauf curirte ihn eine heilkundige Jüdin 2 Monate; ihr Tod verhinderte die bald erfolgreiche Kur. Die Augenschwäche und die frühzeitige Wanderung verhinderten ihn, auch die gewöhnlichen Studien aus Büchern zu machen, daher auch »Bücher zu schreiben und Werke zu verfassen«, und derselbe Mann, der Dieses erst als Vater mehrerer erwachsenen Kinder niedergeschrieben hat, sollte früher oder später ein Werk über Astronomie, oder auch nur Kalenderkunde, verfasst haben? Allerdings besitzen wir auch eine Sammlung seiner Gutachten (gedr. Berlin 1846), die aber nicht von ihm selbst herrührt und kein schriftstellerisches Product genannt werden kann.

Ich halte dennoch die Autorschaft JEHUDA's für möglich, ja für wahrscheinlich.

Ich schliesse die erste Hälfte des XIV. Jahrhunderts mit einer etwas gewagten Conjectur. Ms. Almanzi 213[5], jetzt Brit. Mus. Add. 27. 107 (MARGOLIOUTH, *Descr. List* p. 74) enthält eine Auseinandersetzung über die von MAIMONIDES erwähnten *2 Linien, welche stets einander sich nähern* aber nie treffen oder schneiden, von einem nicht näher bekannten SALOMO BEN ISAK. Ich habe in der Hebr. Bibliogr. V (1862) p. 129 S. D. LUZZATTO um nähere Auskunft über das Ms. gebeten, da es verschiedene Erörterungen über dieses Thema giebt, sogar eine gedruckte von MOSES PROVINCIALE (XVI. Jahrh.), welche BAROCIUS (BAROZZI) lateinisch übersetzte, aber irrtümlich dem MOSES NARBONI beilegte, der 1344—62 blühte, unter Anderem den ganzen *Doctor perplexorum* des MAIMONIDES commentirte, aber nirgends als Mathematiker sich kundgiebt, daher hier nicht in Betracht kommt. BENJACOB, der zu seinem *Thesaurus* Notizen über Almanzi's Mss. diesem kundigen Besitzer selbst verdankt, wenn ich mich nicht irre, giebt als Verfasser SALOMO BEN ISAK und Rabbi ISRAEL an. Sollte es nicht eher SALOMO BEN ISAK

IBN ISRAEL heissen, also der im J. 1349 gestorbene Gelehrte gemeint sein? (ZUNZ, *Zur Gesch.* S. 412, 427.)

Ich stelle noch hieher ein Verzeichnis von Sonnen und Mond*finsternissen* vom Jahre 1349 (schon verflossen) bis 1402, Ms. Paris 1082 hinter dem 2. Werke des Cod. hinzugeschrieben.

[1] Hebr. Bibliogr. XXI (1881/2) S. 133, wo 1359 Druckfehler ist.

[2] S. meine Abhandlung über die Naxatra in Zeitschr. der deutschen morgenl. Gesellsch. **18**, 1864, und die Nachträge in Bd. **25**, 1871.

[3] Vgl. mein: *Abraham ibn Esra als Mathematiker,* S. 89, Anm. 103.

[4] *Die hebr. Übersetz.* S. 596, genauer als in ERSCH und GRUBER, Sect. II, Bd. 31 S. 82/3, wo *Josef Chassan* (S. 73) auf einem Irrtum beruht. NEUBAUER kennt weder Autor noch Übersetzer; als Abschreiber nennt er: JOSEF B. ISRAEL, der aber im Index fehlt; ich habe aus dem Ms. JOSEF b. Samuel notirt, ich weiss nicht ob richtig.

[5] Hebr. Bibliogr. XI, 71; *Gesch. der Juden in Rom von* A. BERLINER (1896), desgl. von VOGELSTEIN und RIEGER (1897), in den Registern.

[6] ZUNZ, *Zur Gesch.* S. 410.

[7] E. CARMOLY, *Itinéraires de la terre sainte* p. 224: »Opuscule«. — Anderes von MOSES IBN CRISPIN in Mss. Paris 719^{6-8}, Parma 105, Bodl. h. 24 A., Halberstam (jetzt Montefiore Coll.) 56 f. 229 (KOBAK, Ginse Nislarot III, 199). Der in den Gutachten des JEHUDA BEN ASCHER (s. unten) genannte MOSES KOHEN scheint nicht identisch mit IBN CRISPIN.

[8] *Catal. Bodl.* p. 857; S. SACHS zu ZUNZ, Catal. der Mss. Bislichis, p. 31; *Die hebr. Übersetz.,* Index p. 1052, insbesondere S. 806.

[9] *Catal. Bodl.* p. 2275; Magazin f. d. Wiss. d. Jud. III, 97; I. DERENBOURG, *Opuscules d'Abou' l-Walid,* p. XXIII; *Die hebr. Übersetz.* S. 919. Einem OBADJA B. SAMUEL in Saragossa gehörte Ms. Vatican 290.

[10] Journal Asiat. 1857, t. IX p. 510; Hebr. Bibliogr. XV, 129.

[11] SACUT (*Juchasin,* f. 132^b, ed. Cracau, p. 222 Col. 1, ed. London) bezieht das Wort *Nino* »sein Enkel« auf JECHIEL, Vater des ASCHER, der im Sarge gelächelt habe und hierauf im Lehrhause erschienen sei. Diese Stelle citirt JOSEF B. ZADDIK (*Mediaeval Jew. Chron.* ed. NEUBAUER I, 96),

macht aber den Autor zum Enkel des ASCHER (II, 253 war also das Wort *Nino* nicht zu streichen). Es ist dieselbe Confusion der Homonymen. Bei ABRAHAM B. SALOMO (*Med. J. Chr.* I, 103, Z. 3 v. u. und S. 104) ist das lange Citat ohne Angabe der Schrift des JEHUDA ebenfalls aus dem Testament l. c.

On the course in the history of mathematics in the Michigan State Normal College.

By David Eugene Smith in Ypsilanti.

The Michigan State Normal College being a school for the training of teachers, the course is pedagogical in its purpose. It seeks to show how elementary mathematics has developed, in order that the teacher may not look upon it as a fixed science even in our time; that, as a result, he may feel impelled to join the movement to improve both the subject matter and the teaching of the science; and that he may understand the influences which have stimulated the cultivation of mathematics in the past, and be inspired by the achievements of those who have made the science what it is.

The class meets the professor forty times, one hour each time. The work is carried on by reports from the students and by lectures. More than half of the students have already taught, and all are preparing to give instruction in arithmetic, algebra, and geometry. They are earnest workers, and the number of those reading one or two of the continental languages is increasing in such a way as to remove a difficulty which was formerly serious.

The college library is well supplied with the leading works upon the history of the subject, together with such sets as the Bullettino di bibliografia delle scienze matematiche, the Bibliotheca Mathematica, the Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, and others. The proximity to the University of Michigan (13 km by electric railway), with its large library, adds to our resources. The kindness of Professor Beman in loaning works from his extensive private library should also be mentioned.

Outline of the course for 1898.

1—2: *introduction.* — **3—10**: *history of arithmetic.* — **11—20**: *history of geometry.* — **21—25**: *history of trigonometry.* — **26—36**: *history of algebra.* — **37—40**: *history of differentia and integral calculus.*

1. Advantages to teachers from a study of the history of mathematics. General survey of the library with reference to its historical, biographical, and chronological material. Spe-

cial examination of the works on the history of mathematics and of such original material as is available for study.

2. A general survey of the history of mathematics on the following outline. 1: Mathematics of the Egyptians; 2: Greek arithmetic and geometry; 3: Egyptian, Greek, and Hindu algebra; 4: Medieval mathematics; 5: Arab algebra and trigonometry; 6: Early Italian and German algebraists; 7: Revival of pure geometry; 8: Rise of analytic geometry; 9: Rise of the differential and integral calculus; 10: Spread of analysis in the 18th century; 11: Modern mathematics.

3. The origin of the number concept. Comparison of the testimony of history and of experimental psychology. Methods of naming numbers. Necessity for a scale. Scales of notation actually known, or inferred from etymology.

4. The writing of numbers. Study of general systems: arbitrary (Egyptian, Babylonian, Phoenician, Syrian); semi-alphabetic (Roman, with the subtractive and the multiplicative principles); alphabetic (late Greek and Hebrew); initial letter (early Greek and Hindu); perfected Hindu, with zero and the place value. The spread of the Hindu system among the Arabs, and in Christian Europe, and the causes of its slow progress. (Fractions treated under **36.**)

5. The aim, at typical periods, in teaching elementary arithmetic: Among the ancients (Egypt, Greece, Rome); in the cloister schools; in the »Rechenschulen»; among the oriental peoples; in the Latin schools; at present. The character of the applied problems during these various periods. The search for a universal rule (e. g., chain rule, »welsche Practik», rule of three, etc.). The influence of all this upon the subject at present.

6. Difficulties of computation. Multiplication and division among the ancients and the orientals, and since the renaissance. Fractions and the introduction of the decimal.

7. Mechanical devices for computation. The abacus, calculi, and finger reckoning among the ancients. The contest between the abacists and the algorithmists. Modern devices: NAPIER's rods, PASCAL's calculating machine and its successors.

8. Arithmetic during and since the renaissance. Influence of printing, of the revival of commerce, and of the revival of Greek learning. Improvements since 1500: in symbolism (including the decimal fraction), and in the fundamental operations. The invention of logarithms and quarter-squares. The development of tables. Influence of such text-book writers as WIDMANN, LUCA DI BORGO, RIESE, GEMMA FRISIUS, COCKER, et al.

9. Theory of numbers. Among the ancients, including their number mysticism. Distinguish between logistika and arithmetika. The 17th century revival; FERMAT. The 18th and 19th centuries: EULER, LAGRANGE, LEGENDRE, GAUSS.

10. History of typical methods of teaching elementary arithmetic. BUSSE, PESTALOZZI, TILLICH, GRUBE, TANCK and KNILLING, BRENNERT and KASELITZ, et al.

11. Why geometry chronologically follows arithmetic. The empirical stage in Egypt and Babylonia. Testimony of the Rhind papyrus.

12. Awakening of Greek interest. THALES, PYTHAGORAS, and their followers.

13. Distinctive periods of Greek geometry: Discovery (PYTHAGORAS to PLATO); Limitations on elementary geometry. Conics and higher curves. The period of the strict proof (PLATO to EUCLID); Crystallization (EUCLID and the Alexandrian school; ARCHIMEDES). Decay, following ARCHIMEDES.

14. Greek, Hindu, and Arab minds compared. Influences which made geometry prominent in Greece. The three famous problems of ancient geometry, and their later history.

15. Geometry from ARCHIMEDES to the renaissance. Causes of the decay of geometry. Influence of the Roman mind and of the rise of Christianity. HERON's four dimensional formulae. Attempts at approximating the value of π: from AHMES to ARCHIMEDES; medieval; modern. Geometry among the oriental peoples.

16. The revival of pure geometry in the 17th century; KEPLER, DESARGUES, PASCAL. The beginning of modern geometry. The further revival at the opening of the 19th century, with its causes.

17. The rise of analytic geometry in the 17th century. Early suggestions of this method: Greek (APOLLONIUS); medieval; the immediate precursors of DESCARTES (VIETA, CAVALIERI, et al.); DESCARTES and the two-dimensional geometry; three-dimensional geometry.

18. The rise of modern projective geometry.

19. The LOBATCHEVSKY-BOLYAI hypothesis.

20. The modern geometry of the triangle.

21. Traces of trigonometry in Egypt.

22. Greek contributions to trigonometry. HIPPARCHUS, HERON, MENELAUS, PTOLEMY.

23. Oriental contributions to trigonometry. BRAHMAGUPTA, ALBATTANI (PLATO of Tivoli's translation), ABUL WEFA, ALBIRUNI.

24. Trigonometry at the period of the renaissance. REGIOMONTANUS, PEURBACH, RHÆTICUS.

25. Invention of logarithms and the computation of tables. Modern developments, including the hyperbolic trigonometry.

26. General survey of the development of algebra.

27. Rhind papyrus: symbols, equations, progressions.

28. Greek algebra. Progressions: ARCHIMEDES and the convergency questions. DIOPHANTUS: geometric algebra; solution of the quadratic; distinguish between rhetorical, syncopated, and symbolic algebra. Indeterminate equations: ARCHIMEDES(?), HYPSICLES, HERON, DIOPHANTUS.

29. Hindu and Arab algebra. ARYABHATTA, MOHAMMED BEN MUSA, ALKHAYAMI, BHASKARA. Comparison with Greek algebra. Series, Σn^2, Σn^3. Anomalous forms. Indeterminate equations. Causes leading to the rise of mathematics among the Arabs.

30. Italian algebraists of the 16th century. Limitations on the solution of equations, and the efforts to overcome them. The cubic and the biquadratic. FERRO, TARTAGLIA, CARDAN, BOMBELLI.

31. The German cossists.

32. Theory of algebraic equations from VIETA's time onwards. Invention of necessary symbols. 17th century developments: VIETA, HARRIOT, OUGHTRED, DESCARTES, et al. Precursors of GALOIS in the 18th century. The GALOIS theory and the establishment of the limitations of analytic solutions.

33. Determinants. LEIBNIZ, CRAMER, GAUSS, CAUCHY, JACOBI.

34. Theory of forms.

35. The period of the critical study of series.

36. The growth of number systems employed in elementary algebra: positive integer; contribution of ARCHIMEDES; unit fractions; comparison of the Rhind and Akhmim papyri; general fractions; methods of notation, including the decimal; the surd: PYTHAGORAS, ARCHYTAS, EUCLID, ARCHIMEDES, and HERON; modern theories of WEIERSTRASS, G. CANTOR, DEDEKIND; negative numbers: BHASKARA, CARDAN, VIETA, DESCARTES; complex numbers: BHASKARA, WALLIS, WESSEL, ARGAND, CAUCHY, GAUSS; the »Ausdehnungslehre» and quaternions; the transcendental number: KRONECKER, LIOUVILLE, HERMITE, LINDEMANN, G. CANTOR.

37. Precursors of the differential and integral calculus. ARCHIMEDES and exhaustions, CAVALIERI and indivisibles, KEPLER and infinitesimals. FERMAT, ROBERVAL, PASCAL.

38. Discovery of the infinitesimal calculus by NEWTON and LEIBNIZ.

39. Spread of the theory of the infinitesimal calculus. The BERNOULLIS, L'HÔPITAL, and the 18th century analysts.

40. Applications of the infinitesimal calculus to mensuration, the calculus of variations, and theory of series.

Ypsilanti, Michigan, February, 1898.

A propos de l'interprétation du titre »samielois» d'Albert Girard.

Par G. Eneström à Stockholm.

Il arrive parfois que la même remarque historique est faite à différentes époques par des savants, dont aucun n'a eu connaissance des recherches de ses collègues. Un exemple de ce fait est l'interprétation du titre »samielois», qu'Albert Girard se donne constamment dans ses écrits. En 1853, Terquem[1] traduisit ce titre par »de Saint-Mihiel»; trente ans plus tard M. Paul Tannery[2] retrouva la même interprétation du mot »samielois», et en 1893 M. H. Dannreuther[3] reconnut le nom de la ville de Saint-Mihiel sur le titre des ouvrages d'Albert Girard, sans avoir aucune connaissance des remarques de Terquem et de M. Tannery.

Mais il y a aussi un quatrième auteur qui s'est occupé du même sujet déjà 80 ans avant Terquem. En effet, l'abbé de Gua, au commencement d'un écrit sur les aires sphériques inséré aux Memoires de l'académie des sciences de Paris 1783,[4] fait mention d'Albert Girard samielois et annexe la remarque suivante: »Cet auteur paraît avoir voulu indiquer, en se donnant cette qualification, qu'il était natif de la ville de Saint-Mihiel, ou Saint-Mihel en Barrois, qu'on aurait autrefois appelée San-Mihel ou Sa-Miel.»

Il me semble peu probable, que Terquem ait eu connaissance de la remarque de l'abbé de Gua; il résulte donc des lignes précédentes que le mot »samielois» a attiré l'attention de quatre auteurs, dont chacun a donné, indépendamment des autres, la même explication de ce mot peu intelligible, et restitué ainsi à la France un des mathématiciens les plus éminents du commencement du 17[e] siècle.

[1] Nouv. ann. de mathém. **12**, 1853, 195.

[2] *Albert Girard de Saint-Mihiel.* Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{7}_2$, 1883, 358—360.

[3] *Le mathématicien Albert Girard de Saint-Mihiel 1595—1633.* Mém. de la soc. d. sc. de Bar-le-Duc $\mathbf{3}_3$, 1893. 6 pages.

[4] *Divers mesures, en partie neuves, des aires sphériques et des angles solides, triangulaires et polygones.* Histoire de l'académie des sciences avec les mémoires de mathématiques et de physique 1783 (Paris 1786); Mémoires p. 344—362.

Sur quelques propositions de planimétrie énoncées dans un manuscrit norvégien du 14e siècle.

Par G. Eneström à Stockholm.

Les mathématiques ont été peu étudiées en Scandinavie au moyen âge. Abstraction faite des ouvrages de l'éminent savant danois Petrus de Dacia, composés sans doute à Paris, nous ne connaissons guère plus de deux écrits de mathématiques pures rédigés en Scandinavie antérieurement au 15e siècle, savoir un traité d'*Algorismus* par Hauk Erlendssön (mort en 1334), dont j'ai fait mention dans la Biblioth. Mathem. 1885, col. 199, et un fragment contenant quelques propositions de planimétrie.[1] Ce fragment est intercalé dans une chronique (*Annales islandicae ad annum* 1313) écrit en norvégien environ 1320 et publié en 1773 dans les *Scriptores rerum danicarum* T. II p. 177—199.[2] A ce fragment, inséré à la page 192 du recueil cité, l'éditeur a joint une traduction en latin, mais cette traduction est à plusieurs égards défectueuse. Ci-dessous j'ai essayé de traduire le fragment en français aussi littéralement que possible.

Le périmètre de chaque cercle est trois fois plus long que son diamètre et encore une septième de ce diamètre. De manière que, si le diamètre du cercle est 7 aunes, alors le périmètre est 22 aunes. Si tu fais un carré autour du cercle, alors le périmètre en est quatre fois plus long que le diamètre du cercle, par conséquent 28 aunes si le diamètre est 7 aunes. Dans chaque carré la partie du contour entre deux angles opposés est une troisième plus longue que la diagonale. Si tu fais un cercle autour des angles du carré, alors son périmètre ou son diamètre est une troisième plus long que le périmètre ou le diamètre du cercle inscrit dans le carré, par conséquent le diamètre $10\frac{1}{2}$ aunes et le périmètre 33 aunes. Si tu fais un triangle équilateral dans le cercle, alors la hauteur en est une quatrième plus courte que le diamètre du cercle. Si le diamètre est 7 aunes, alors la hauteur est $5\frac{1}{4}$ aunes, et le côté du triangle est $5\frac{1}{2}$ aunes si le diamètre du cercle est $6\frac{1}{2}$ aunes. Le diamètre de la terre est 114 degrés et un demi-degré et une douzième.[3] Le diamètre du soleil est 225 degrés et 2 douzièmes, c'est à dire 10 minutes.[4]

Si l'on introduit les signes suivants:

P = périphérie d'un cercle donné;

D = diamètre de ce cercle;

$Q_p^{(c)}$ = périmètre du carré circonscrit au cercle;

$Q_d^{(c)}$ = diagonale de ce carré;

$C_c^{(Q)}$ = circonférence du cercle circonscrit à ce carré;

$T_h^{(i)}$ = hauteur du triangle inscrit dans le cercle donné;

$T_c^{(i)}$ = côté de ce triangle;

les propositions de planimétrie énoncées dans le fragment peuvent être exprimées sous la forme suivante:

(1) $$P = 3\,\frac{1}{7}\,D; \qquad P = \frac{22}{7}\,D.$$

(2) $$Q_p^{(c)} = 4\,D; \qquad Q_p^{(c)} = \frac{28}{7}\,D.$$

(3) $$Q_d^{(c)} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\,Q_p^{(c)}.$$

(4) $$P = \frac{2}{3}\,C_c^{(Q)}; \qquad P = \frac{22}{33}\,C_c^{(Q)}.$$

(5) $$T_h^{(i)} = \frac{3}{4}\,D; \qquad T_h^{(i)} = \frac{5\frac{1}{4}}{7}\,D.$$

(6) $$T_c^{(i)} = \frac{5\frac{1}{2}}{6\frac{1}{2}}\,D.$$

Les formules (2) et (5) sont évidemment exactes, tandis que les autres ne sont qu'approximatives; en effet on a

$$P = \pi D,$$

$$Q_d^{(c)} = \frac{1}{4}\sqrt{2}\,Q_p^{(c)}$$

$$C_c^{(Q)} = \sqrt{2}\,P,$$

$$T_c^{(i)} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,D,$$

et en substituant ces valeurs dans les formules (1), (3), (4) et (6), on obtient

$$\pi D = 3\frac{1}{7}D\,, \text{ ou } \pi = \frac{22}{7}\,,$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{2}\,Q_p^{(c)} = \frac{1}{3}Q_p^{(c)} \text{ ou } \sqrt{2} = \frac{4}{3}\,,$$

$$P = \frac{2}{3}\sqrt{2}\,P\,, \text{ ou } \sqrt{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}D = \frac{11}{13}D\,, \text{ ou } \sqrt{3} = \frac{22}{13}\,.$$

Il en résulte que les propositions donnent pour $\sqrt{3}$ la valeur approximative $\frac{22}{13}$, et pour $\sqrt{2}$ les deux valeurs approximatives $\frac{3}{2}$ et $\frac{4}{3}$. L'expression: »une troisième plus long que» admettant un double sens, la formule (3) pourrait aussi bien être

$$\frac{4}{3}Q_d^{(c)} = \frac{1}{2}Q_p^{(c)}\,,$$

d'où $\sqrt{2} = \frac{3}{2}$, mais par l'exemple numérique on voit que cette interprétation n'est pas admissible pour la formule (4), et, par conséquent, elle ne saurait être admise non plus pour la formule (3).

Quant aux propositions sur les diamètres de la terre et du soleil, la première est facile à comprendre, car

$$\frac{360}{\pi} = \frac{360}{3\frac{1}{7}} = 114\tfrac{1}{2} + \frac{1}{22}\,,$$

c. à d. à peu près $114\frac{1}{2} + \frac{1}{12}$. Au contraire, la seconde proposition semble inintelligible, même si l'on suppose 225 être une faute de plume au lieu de 229.

Il serait intéressant de connaître si le fragment a été traduit textuellement de quelque traité de géométrie, ou s'il est

une compilation libre. Probablement les expressions »ferskeyta jafn» pour »carré», et »thriskeyta jafn» pour »triangle équilatéral» sont inventées par le traducteur ou compilateur; d'autre part les mots »horn» pour »angle» et »ummæling» pour »périmètre» ne sont guère des termes nouveaux.

[1] Comparez ENESTRÖM, *Anteckningar om matematikern Petrus de Dacia och hans skrifter;* Öfvers. af vetenskapsakad. förh. 1885 N:o 3, p. 15—16.
[2] Comparez HOLST, *Bibliographische Notiz über das Studium der Geschichte der Mathematik in Norwegen;* Biblioth. Mathem. 1889, p. 99.
[3] J'ai traduit le mot »particula» par douzième.
[4] J'ai traduit le mot »dextillor» par minutes.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

H. Brocard. NOTES DE BIBLIOGRAPHIE DES COURBES GÉOMÉTRIQUES. [Autographiées.] Bar-le-Duc 1897. (22) + 296 + XXX pages in-8°.

La publication de ce recueil a été depuis longtemps dans les intentions de M. BROCARD; déjà en 1866 il a commencé à en réunir les matériaux, mais ce n'est que 30 ans plus tard qu'il les a rédigés sous la forme d'avant-projet d'un vocabulaire des courbes géométriques. Le but de cet avant-projet ressort des lignes suivantes, tirées de la préface: »La publication d'une étude particulière des courbes géométriques ne saurait être une oeuvre de premier jet. Tous les jours, on découvre et on signale de nouvelles propriétés plus remarquables les unes que les autres; aussi l'étude de beaucoup de ces courbes exigerait-elle un fascicule spécial. Il paraît difficile d'en venir à ce point, mais, en attendant, il serait utile de publier un répertoire plus ou moins développé de l'état de nos connaissances au sujet de chaque ligne géométrique. Le plus urgent serait d'établir un vocabulaire avec indication de quelques références bibliographiques pour orienter les recherches ultérieures. C'est là uniquement le but du présent Résumé que je me décide à produire, si incomplet qu'il soit, persuadé qu'il pourra être utilisé à la préparation d'une étude plus étendue.»

Pour marquer d'une manière nette que le répertoire paraît sans prétensions, M. BROCARD s'est contenté de l'autographier et de le faire tirer à très peu d'exemplaires; ce n'est pas un ouvrage livré à la publicité, mais plutôt un cahier de notes dont il a voulu avoir quelques copies afin de pouvoir les communiquer aux amateurs du sujet.

Dans ces circonstances, il m'a semblé d'abord que je devais me restreindre à mentionner l'existence du recueil dont il s'agit, et à en signaler le but; par conséquent, j'avais aussi l'intention d'adresser directement à l'auteur les notes que j'avais prises en étudiant son ouvrage. Mais en regardant de plus près, je me suis décidé à insérer ici les observations auxquelles la lecture de cet ouvrage a donné lieu. Car d'une part les »Notes de bibliographie des courbes géométriques» ont déjà reçu un certain degré de publicité, d'autre part quelques-unes de mes remarques peuvent être utiles aux personnes qui se proposent de préparer l'étude plus étendue à laquelle M. BROCARD fait allusion, et ni lui ni moi ne savons où il faut chercher ces personnes. Mais, en publiant ainsi ces remarques, il est de mon devoir de rappeler

expressément qu'elles ne peuvent contenir aucune critique; un recueil qui est encore à l'état d'avant-projet, doit être apprécié d'après des principes différents de ceux valables pour des ouvrages achevés et livrés définitivement à la publicité.

Par le passage cité de la préface, on pourrait croire que M. Brocard a seulement dressé une liste alphabétique des noms de courbes géométriques et ajouté des renvois bibliographiques. Mais en réalité son ouvrage contient beaucoup plus, car pour plusieurs courbes on y trouve soit des indications de leurs équations et de leurs propriétés les plus importantes, soit des renseignements historiques. Quant à ces renseignements, ils semblent pour la plus grande partie tirés des traités connus de Montucla, de Bossut, de Hoefer et de Marie, cités expressément à la page 46; d'autre part je n'ai réussi à trouver aucun passage où les *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* de M. Cantor sont cités, ni aucune notice tirée évidemment de cet important ouvrage. Il paraît donc que M. Brocard n'a pas été à même de l'utiliser, et c'est sans doute pour cette raison qu'on trouve dans le recueil quelques notices historiques inexactes ou incomplètes.

D'après la préface, environ 700 noms sont inscrits au l'ouvrage de M. Brocard, mais parmi eux il y a aussi des mots qui ne se rapportent pas à des courbes proprement dites, p. ex. Anneaux de Newton, Armille, Congé, Ecliptique, Entrelacs, Equateur, Fantôme magnétique, Isanémone, Lacet, Méridien, Orbite, Zodiaque. A mon avis, il vaudrait mieux supprimer de tels mots dans le répertoire définitif; en revanche il serait à désirer qu'on pût y comprendre aussi les noms des surfaces géométriques.

J'annexe ici les notes que j'ai prises pendant la lecture de l'ouvrage; elles concernent principalement les renseignements historiques.

P. 9. »**Brachistochrone** ou plus correctement Brachystochrone.» La première forme est plus correcte que la seconde; en effet le nom de la courbe n'est pas dérivé de βραχύς mais de βράχιστος.

P. 10. »**Cadran**, du latin *quadrum*.» Il vaut mieux dériver cadran du latin *quadrans*.

P. 29. **Cercle des neuf points.** L'attribution à Euler de la découverte de ce cercle dépend d'une erreur; voir l'important mémoire de M. J. S. Mackay *History of the nine-point circle* inséré aux Proceedings of the Edinburgh mathematical society **11**, 1893, p. 19—57.

P. 36. **Chaînette.** »LEIBNIZ découvrit les propriétés de la chaînette et fit connaître son équation (Actes de Leipzig 1691). JACQUES BERNOULLI en fit une étude détaillée dans son Traité du Calcul intégral composé à Paris pour le marquis de l'HOSPITAL.» Je fais observer en passant que »Jacques» n'est évidemment qu'une simple faute de plume; l'auteur des »Lectiones mathematicae de methodo integralium aliisque», où la chaînette a été traitée dans les leçons XII et XIII, est JEAN BERNOULLI. Quant aux autres indications, elles peuvent être complétées par les renseignements suivants. Le problème de trouver la courbe funiculaire fut proposé par JACQUES BERNOULLI dans les Acta Eruditorum 1690 p. 219, et des solutions en furent données dans l'année 1691 du même recueil par JEAN BERNOULLI (p. 274—276), LEIBNIZ (p. 277—281, 435—439), HUYGENS (p. 281—282) et JACQUES BERNOULLI lui-même (p. 288—290).

P. 86. **Courbe élastique.** »Elle a été étudiée pour la première fois par JACQUES BERNOULLI (Mém. de l'acad. des sc. pour 1703, p. 386).» Cette indication peut aussi être complétée. La courbe élastique a été mentionnée par JACQUES BERNOULLI déjà à la page 207 des Acta Eruditorum 1692; ensuite elle fut étudiée par lui dans les deux notes: *Curvatura laminæ elasticæ. Ejus identitas cum curvatura lintei a pondere fluidi expansi* (Acta Eruditorum 1694, p. 262—276) et: *Explicationes ... ad ea quæ ... de curva elastica, isochrona paracentrica, et velaria ... leguntur* (ibid. 1695, p. 537—553).

P. 89. **Courbe isochrone.** [M. BROCARD a indiqué le nom de cette courbe sans y joindre de renseignements.] Le problème de trouver la courbe isochrone a été proposé en 1687 par LEIBNIZ et résolu la même année par HUYGENS, qui en inséra aussi une solution dans les Acta Eruditorum 1689 p. 195. L'année suivante JACQUES BERNOULLI publia dans le même recueil (p. 217—219) son *Analysis problematis antehac propositi de inventione lineæ descensus a corpore gravi percurrendæ uniformiter.* On sait que la courbe isochrone est identique à la parabole sémicubique.

P. 89. **Courbe isopérimétrique** (cf. l'article »Isopérimètre» à la page 175). Au sujet des courbes isopérimétriques il faut citer non seulement la *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* (1744) d'EULER, mais aussi les recherches antérieures de JACQUES BERNOULLI; cf. p. ex. mon mémoire: *Framställning af striden om det isoperimetriska problemet* (Upsala universitets årsskrift 1876) ou le compte

rendu de ce mémoire dans le Bullet. d. sc. mathém. 3_2, 1879, 379—380.

P. 91. **Courbe lintéaire.** Comparez les notes de JACQUES BERNOULLI insérées dans les Acta Eruditorum 1692, p. 202—207; 1694, p. 262—276, et signalées ci-dessus sous la rubrique: »Courbe élastique«.

P. 109. **Cycloïde.** Le nom de l'auteur de l'écrit: *Historia cycloidis* (Hamburg 1701) est JOHANNES GROENINGIUS; la traduction en français: »Jean de Groningue« n'est pas à recommander. — Aux indications bibliographiques on pourrait ajouter la note de M. S. GÜNTHER: *War die Zykloide bereits im XVI. Jahrhundert bekannt?* (Biblioth. Mathem. 1887, p. 8—14).

P. 162. **Hippopède d'Eudoxe.** Aux indications bibliographiques il convient d'ajouter H. KÜNSSBERG: *Der Astronom, Mathematiker und Geograph Eudoxos von Knidos.* I (Dinkelsbühl 1888), p. 48—59, où l'on trouve une étude détaillée de cette courbe.

P. 176. **Kampyle d'Eudoxe.** Cette courbe a aussi été l'objet d'une étude de M. H. KÜNSSBERG aux pages 44—56 de la seconde partie (Dinkelsbühl 1890) de la monographie sur EUDOXOS déjà citée.

P. 248. **Salinon d'Archimède.** Il convient de faire observer que, d'après HEIBERG, il vaut mieux lire *σέλινον* (= lierre); cf. p. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* 1 (2e édition), p. 284.

P. 296. **Velaria.** »Voir les Oeuvres de JACQUES BERNOULLI.« Il aurait valu mieux indiquer que JACQUES BERNOULLI avait étudié cette courbe déjà dans sa note: *Curvatura veli* (Acta Eruditorum 1692, p. 202—207), où il fit voir qu'elle était identique à la chaînette (ou bien au cercle, si le vent trouve aussitôt une issue). L'identité de la »velaria« avec la chaînette fut démontrée aussi par JEAN BERNOULLI dans l'année 1692 du Journal des savants.

M. BROCARD a signalé lui-même sous la rubrique »Observations diverses«, que plusieurs noms de courbes n'ont eu qu'une existence éphémère, et sont tombés presque aussitôt en désuétude, mais qu'il convenait de les réunir dans un premier répertoire. Aux noms indiqués ainsi par M. BROCARD, on pourrait ajouter aussi les suivants que nous avons notés incidemment.

Cycloïde géométrique. Ce nom a été donné par OZANAM *(Dictionnaire mathématique ou idée générale des mathématiques,* Amsterdam 1691, p. 102) à la courbe dont l'équation est

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 + 2ax^2y + ay^3 - a^2x^2 = 0;$$

on voit de suite que la cycloïde géométrique est identique à la cardioïde.

Parabole solide. D'après OZANAM (l. c. p. 101—102) cette courbe a pour équation $x^3 = ay^2$; elle est donc une parabole sémicubique. OZANAM mentionne aussi une seconde parabole solide dont l'équation est $a^2y = x^3$, c'est à dire cette courbe est identique à la parabole cubique.

Parabole hélicoïdique (parabola helicoïdes). Cette courbe a été étudiée par JACQUES BERNOULLI dans la note: *Specimen calculi differentialis in dimensione parabolæ helicoïdis* (Acta Eruditorum 1691, p. 13—23). Il en résulte que la courbe est une spirale parabolique.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1897: 4.

Bollettino di storia e bibliografia matematica pubblicato per cura di G. LORIA. (Supplemento al Giornale di matematiche.) Napoli. 4°.
1897: 5—6.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. LORIA. Genova. 8°.
1898: 1. — A partir de cette année, M. LORIA a commencé à publier un journal à part contenant des articles sur l'histoire des mathématiques et des analyses d'ouvrages de mathématiques ainsi que de petites notes sur la littérature ou l'enseignement de cette science. Le plan de ce journal est donc à peu près le même que celui de la »Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik».

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. БОБЫНИНЫМЪ. Москва. 8°.
13:3 (1897). Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. BOBYNIN.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
42 (1897): 5—6. — **43** (1898): 1.

Aubry, V., Notice historique sur la géométrie de la mesure. (Continuation.)
Journ. de mathém. élém. **21**, 1897, 87—91, 114—119, 138—140, 162—166, 177—179, 194—198.

Aubry, V., Essai historique sur la théorie des équations. (Continuation.)
Journ. de mathém. spéciales **21**, 1897, 83—88, 114, 115, 155—159.

Aubry, V., Historique de la strophoïde.
Journ. de mathém. spéciales **21**, 1897, 133—134.

Beltrami, E., Francesco Brioschi.
Periodico di matem. **13**, 1898, 33—36.

Beman, W. W., Eulers use of *i* to represent an imaginary.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 4_2, 1898, 274.

БОБЫНИНЪ, В. В., Египетская форма табличнаго способа умноженія въ русской народной ариѳметикѣ.
Fiziko-matem. naouki **13**, 1897, 77—80. — Bobynin, V. V., Forme égyptienne d'une aide de multiplication dans l'arithmétique populaire russe.

Braunmühl, A. von, Mathematisch-historische Vorlesungen und Seminarübungen an der technischen Hochschule zu München.
Biblioth. Mathem. 1897, 113—115.

°Commemorazione del IV centenario di Francesco Maurolico. Messina 1894.
8°, VI + 252 p. — Contient principalement une Biographie de Maurolico par G. Macrì. — [Analyse:] Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 17—18. (G. Vivanti.)

Curtze, M., Die Quadratwurzelformel des Heron bei den Arabern und bei Regiomontan und damit Zusammenhängendes.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 145—152.

°**Dickstein, S.,** Hoene Wronski. Jego zycie i prace. Krakow 1896.
8°, 368 p. — [Analyse:] Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 197. (Cantor.)

Dyck, W., Über die wechselseitigen Beziehungen zwischen der reinen und angewandten Mathematik. München 1897.
4°, 38 p. — [1·20 Mk.]

Dyck, W., O zwiazkach wzajemnych pomiedzy matematyka czysta a stosowana.
Wiadomosci matematyczne **1**, 1897, 139—169. — Traduction de l'écrit précédent.

Eneström, G., Sur les neuf »limites» mentionnés dans l'»Algorismus» de Sacrobosco.
Biblioth. Mathem. 1897, 97—102.

Firmicus Maternus, J., Matheseos libri VIII. Ediderunt W. Kroll et F. Skutsch. Fasciculus prior, libros IV priores et quinti prooemium continens. Leipzig, Teubner 1897.
8°, XII + 280 p. — [4 Mk.]

Jadanza, N., Per la storia del cannocchiale.
Torino, Accad. d. sc., Memorie 46_2, 1896, 253—280.

Laurent, H., Note sur un point important de l'histoire des mathématiques.
Journ. de mathém. spéciales **21**, 1897, 128—130. — Sur la traduction française du mémoire de C. WESSEL sur la représentation analytique de la direction.

Loria, G., Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva.
Roma, Accad. d. Lincei, Rendiconti 6_5:2, 1897, 318—323.

Loria, G., Per la storia di alcune curve piane. Osservazioni ed appunti.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 1—7.

L[oria], G., E. C. G. Schering. Necrologio.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 26—29.

Mansion, P., Notice sur la vie et les travaux de H. J. S. Smith (1826—1883).
Revue des questions scientifiques **43**, 1896, 219—227.

Meyer, Fr., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. VIVANTI.
Giornale di matem. **35**, 1897, 284—332.

Milhaud, G., A propos de la géométrie grecque. Une condition du progrès scientifique.
Revue de métaphysique et de morale **5**, 1897, 419—442.

°**Müller, T.**, Der Esslinger Mathematiker Michael Stifel. Esslingen 1897.
4°, 39 p.

Noether, M., James Joseph Sylvester.
Mathem. Ann. **50**, 1897, 133—156.

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 14.—15. Lieferung. Leipzig, Barth 1897.
8°, VIII + (5) p. + p. 1249—1496.

Scott, Charlotte A., On the intersections of plane curves.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 4_2. 1898, 260—273. — Note en grande partie historique.

Simon, M., Zur Geschichte und Philosophie der Differentialrechnung.
Verhandl. der Gesellsch. deutscher Naturforscher 1896, 257—263.

Stäckel, P., Mitteilungen aus dem Briefwechsel von Gauss und W. Bolyai.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachrichten 1897, 1—12.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1897, 103—112.

Vailati, G., Di una dimostrazione del principio della leva, attribuita ad Euclide.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 21—22.

Vailati, G., Il metodo deduttivo come strumento di ricerca. Lettura d'introduzione al corso di lezioni sulla storia della meccanica tenuto all' Università di Torino, l'anno 1897—1898. Torino, Roux Frassati 1898.
8°, 44 p.

Zeuthen, H. G., Notes sur l'histoire des mathématiques. VII. Barrow, le maître de Newton.
Kjöbenhavn, Vidensk. Selsk., Oversigt 1897, 567—606.

Question 66 [sur un écrit d'ALKINDI].
Biblioth. Mathem. 1897, 120. (G. ENESTRÖM.)

BRAUNMÜHL, A. VON, Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie. Halle 1897. 4°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 19—20.

BRAUNMÜHL, A. VON, Nassîr Eddîn Tûsi und Regiomontan. Halle 1897. 4°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 20.

BROCARD, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897. 8°.
Mathesis 8_2, 1898, 32.

CURTZE, M., Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso editit et præfatus est. Sumtibus Societatis regiæ scientiarum danicæ. Hauniæ, Höst 1897. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. 21_2, 1897, 277—279. (P. TANNERY.)

DAHLBO, J., Uppränning till matematikens historia i Finland från äldsta tider till stora ofreden. Akademisk afhandling. Nikolaistad 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1897, 116. (G. ENESTRÖM.)

EUCLIDIS Opera omnia. Ediderunt J. L. HEIBERG et H. MENGE, Vol. VI. Data cum commentario MARINI et scholiis antiquis. Edidit H. MENGE. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 194. (CANTOR.)

FAVARO, A., Intorno alla vita ed ai lavori di Tito Livio Burattini fisico agordino del secolo XVII. Studi e ricerche. Venezia 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 196—197. (CANTOR.)

FERMAT, P. DE, Oeuvres publiées par les soins de M. M. P. TANNERY et CH. HENRY sous les auspices du ministère de l'instruction publique. Tome troisième. Traductions par M. P. TANNERY. Paris, Gauthier-Villars 1896. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 177—178. (G. WERTHEIM.)

GRAF, H., Briefwechsel zwischen J. STEINER und L. SCHLÄFLI. Bern, Wyss 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 206—208. (W. FR. MEYER.)

HAGEN, J. G., Index operum Leonardi Euleri. Berlin, Dames 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 200—203. (F. ENGEL.)

KUTTA, W. M., Zur Geschichte der Geometrie mit constanter Zirkelöffnung. Halle 1897. 4°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 20.

OBENRAUCH, F. J., Geschichte der darstellenden und projectiven Geometrie, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Oesterreich. Brunn 1897. 8°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 23. (G. L.)

STURM, A., Das delische Problem. (Fortsetzung.) Linz 1896.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 195. (CANTOR.) — [Analyse des 3 parties:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 21—22. (G. L.)

WERTHEIM, G., Die Arithmetik des Elia Misrachi. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik. Zweite verbesserte Auflage. Braunschweig, Vieweg 1896. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897, 195—196. (CANTOR.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1896. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. Dezember.
Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 212—224.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1897, 117—120. — Zeitschr. für Mathem. **42**. 1897; Hist. Abth. 182—184, 209—211. **43**, 1898; Hist. Abth. 38—40. — Fiziko-matem. naouki **13**, 1897, 81—84.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

67. En parlant de la courbe logarithmique MONTUCLA (*Histoire des mathématiques* II, Paris 1758, p. 14) dit: »La première idée de cette courbe est dûe, à ce que j'ai lu quelque part, à EDMUND GUNTER, mais je n'ai pu recouvrer son écrit pour savoir quel usage il en faisait.» D'autre part M. CANTOR, à la page 223 du cahier III: 1 (Leipzig 1894) de ses *Vorlesungen*

über Geschichte der Mathematik, fait observer relativement à la même courbe: »Wer diese zuerst betrachtete, wissen wir nicht zu sagen. HUYGENS gab ihr in seiner Abhandlung *De la cause de la pésanteur* den Namen, fügte aber hinzu, die Curve sei schon von Anderen beachtet worden.» De notre côté, nous ne savons pas non plus à quels mathématiciens HUYGENS fait allusion dans le passage cité par M. CANTOR. Dans une note récemment publiée: *Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva* (Rendiconti dell' accad. d. Lincei [Roma] 6_5:2, 1897, p. 322), M. LORIA ayant appelé l'attention sur une lettre adressée par TORRICELLI à M. RICCI le 24 août 1644, d'où il semble résulter que TORRICELLI a étudié les propriétés de la courbe logarithmique, ajoute: »Di tal curva si ignora il primo inventore; forse è TORRICELLI stesso.» Mais, supposé aussi que TORRICELLI soit l'inventeur de la courbe, l'indication de HUYGENS n'est pas encore parfaitement justifiée, car la lettre de TORRICELLI est restée inédite jusqu'en 1864 (cf. LORIA, l. c. p. 318) et, par conséquent, il est douteux si HUYGENS a eu connaissance des recherches de celui-ci sur la courbe logarithmique.

On demande quels sont les mathématiciens qui se sont occupés de la courbe logarithmique antérieurement à HUYGENS, et si TORRICELLI est le premier inventeur de cette courbe.

(G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 23 avril 1898.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1898.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 12. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 12.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

49. Regeln zur Berechnung des jüdischen Kalenders für die christlichen (julianischen) Jahre 1351—1370 = 5112—5130 enthält Ms. Paris 393.

In demselben Jahre sind astronomische Tafeln für die Stadt »Waschka» [das ist Huesca, in Spanien] verfasst, Ms. Paris 1081 f. 1—10. Der Catalog giebt Nichts über ein etwaiges Verhältnis der beiden Arbeiten zu einander an.

In demselben Jahre 1351 verfasste JESAIA BEN JOSEF, in der Gegend von Tabriz, ein kabbalistisches Werk, betitelt: *Ez Chajjim.* In der Einleitung bemerkt er, dass die Zahl der Himmelssphären, der Planeten und deren Umläufe aus der »Geometrischen Wissenschaft» bekannt seien, nicht aber ihre Anordnung, warum Saturn über Jupiter stehe u. s. w.; das sei auch nicht dem Griechen ARISTOTELES, dem Haupte der Philosophen, bekannt, nach dem Zeugnisse des JEHUDA BEN SALOMO KOHEN — woraus man sieht, dass die Encyklopädie des letzteren (oben § 28 S. 111) bis nach dem Orient verbreitet war. — Der Vater des Verfassers (JOSEF) versuchte eine Begründung der himmlischen Rangordnung durch die Kabbala. Handschriften des unedirten Werkes und der Einleitung (woraus die Hauptstelle mitgeteilt ist in der Hebr. Bibliogr. XII, 8), in einigen Handschriften gekürzt, finden sich in verschiedenen Bibliotheken (in der Nachweisung: Monatsschrift für Gesch. und Wis-

sensch. d. Judenth. Bd. **40** S. 376, sind JELLINEK's Mss., jetzt in der Wiener Jüd. Gemeindebibliothek, nachzutragen). Die Erklärung hat ein gewisses Interesse. Sie beruht darauf, dass die 10 Himmelssphären mit den — von der im XIII. Jahrh. in Westeuropa entstandenen Kabbala adoptirten — 10 Emanationen, oder sogenannten *Sefirot*, identificirt werden. Der Erklärer war der Wahrheit sehr nahe; es ist mehr als wahrscheinlich dass die 10 Emanationen aus den 10 Himmelssphären abzuleiten sind, und dass das Wort *Sefirot*, welches in dem, nicht lange vor dem X. Jahrh. verfassten sogenannten »Buch der Schöpfung» noch die ursprüngliche Bedeutung »Zahlen» hat (»10 Zahlen ohne etwas», d. h. ohne Materie), nur durch die Ähnlichkeit mit dem griechischen Wort »Sphaera» zu der neuen Bedeutung oder Deutung, gelangt ist.

Ich glaubte, dieses Curiosum hier aufnehmen zu sollen, weil es zeigt, bis in welche Gebiete die Zweige der Mathematik ihre Sprossen trieben.

50. JEHUDA BEN SALOMO NATAN, in der Provence, welcher eine philosophische Schrift des GAZZALI und Anderes aus dem Arabischen, einige medicinische Schriften aus dem Lateinischen, übersetzte (1352—1359), ist auch die Autorität für einige Zusätze zu den Tabellen des JAKOB BEN DAVID (s. unten § 53) in Ms. München 343 f. 58[b]; s. meinen *Catalog* ed. II (1895) p. 79 unter 128[5]. Über JEHUDA selbst siehe das Register zu meiner Schrift: *Die hebr. Übersetz.* S. 1057.

Im Jahre 1352 sind Tabellen über Cyklus 269—277 abgefasst, oder aus einem grösseren Werke copirt in Ms. Hamburg n. 186. Ins Jahr 1354 gehört eine Arbeit des Karaiten AHRON BEN ELIA aus Nikomedien in Constantinopel. Dieser umfassende Gelehrte lebte in einer Zeit und Gegend, in welcher die Anhänger seiner Secte, wenigstens die intelligenteren, ihre Schroffheit gegen ihre früher fanatisch bekämpften Gegner (welche bei ihnen »Rabbaniten» heissen) aufgegeben hatten, und anfingen, von ihren Gegnern Sachliches und noch mehr Methodologisches zu lernen, um es für ihre eigenen Ansichten und Tendenzen zu verwenden. AHRON glaubte sich stark genug, den karaitischen MAIMONIDES zu spielen. Er verfasste (1346) ein Gegenstück zum berühmten »Führer der Verirrten» des MAIMONIDES unter dem Titel *Ez Chajjim* (Baum des Lebens), in hebräischer Sprache — herausgegeben von FRANZ DELITZSCH und mir (Leipzig 1841). Das Verhältnis des Originals zu seiner Nachahmung ist in einem Excurse (S. 329 ff.) ausführlich besprochen; eine »Synopsis» der einzelnen Capitel (S. 342—343)

verschafft einen schnellen Überblick über die Anlage beider Werke. MAIMONIDES baut seine Philosophie auf die damalige Theorie des Sternhimmels, welchen schon AL-FARABI mit sogenannten »separaten Intelligenzen» bevölkert hatte, die den Engeln in Bibel und Koran entsprechen und dadurch die H. Schrift mit ARISTOTELES in Einklang bringen sollten. MAIMONIDES widmet der astronomischen Grundlage seiner Philosophie 9 Capitel (II, 4—12) und erwähnt die Versuche der andalusischen Gelehrten, die Schwierigkeiten des ptolemäischen Systems zu lösen. AHRON behandelt die astronomischen Thesen in einem Capitel (dem 14. von 114); er nennt keinen Namen, aber seine Angabe (S. 39), dass ein Astronom »vor kurzer Zeit» die Sternbewegung in einfacherer Weise als PTOLEMÄUS erklärt habe, beweist, dass er BITRODJI (ALPETRONGI) meine, und dass seine ungenaue Zeitangabe wiederum aus JEHUDA BEN SALOMO KOHEN stamme, dessen Werk wir im vorigen § in Persien angeführt fanden.[1]

Derselbe AHRON verfasste im Jahre 1354 nach dem Muster alter Vorgänger ein Buch »der Gebote», betitelt »*Gan Eden*» (Garten Eden), welches dem grossartigen Codex des MAIMONIDES gegenüber in Bezug auf methodische Bearbeitung und Bewältigung der Quellen wenig bedeutet, auch mehr discursiv als codificatorisch abgefasst ist. Das Werk beginnt mit dem Abschnitt über den Kalender in 13 Kapiteln, welches aber direct auf die eigenthümlichen praktischen Regeln der Karaiten und deren biblische Begründung eingeht, unter Polemik mit den Rabbaniten: SAADIA, ABRAHAM IBN ESRA und MAIMONIDES.

Ein noch nicht sicherer maestro »Biolas», wohl eher VIOLAS(?), verfasste eine kleine Abhandlung über eine Constellation vom Jahre 1355, Ms. in Leyden n. 43[4] (f. 38[b]), als *Mischpat* (d. h. astrologisches Judicium) bezeichnet, mit dem frommen Vorbehalt beginnend: »Das Urteil ist Gottes (Deut. 1, 14) und wir, was sind wir? wir gleichen dem Vieh, wie sollten wir Verborgenes verkünden? u. s. w.»; der Verfasser will nur untersuchen, ob in den Behauptungen der Astrologen etwas Zuverlässiges zu finden sei.

Der Verf. ist jedenfalls ein Jude, und ich glaubte im Leydener Catalog, VIOLAS mit LEVI BEN GERSON combiniren zu dürfen. Später entdeckte ich das Todesjahr LEVI's (1344) in einer von ihm unvollendeten ähnlichen Prognostication über eine Constellation des Jahres 1345 (oben § 44, n. 8, S. 107) Demnach ist es unwahrscheinlich (obwohl nicht unmöglich),[2] dass er eine so viel spätere Constellation prognosticirt habe.

NEUBAUER identificirt daher »maestro VIOLAS DE RODEZ«, hebräisch MORDECHAI BEN JOSUA, im XIV. Jahrhundert.[1]

Das Datum 1356 findet sich in Kalender-Tafeln, welche 1326 geschrieben sein sollen; s. oben § 46, S. 110.

51. JOSEF BEN ELIESER, ein Spanier, der nach Jerusalem auswanderte, vielleicht noch 1376 lebte (*Catal. Bodl.* p. 1457), ist namentlich durch seinen Supercommentar über den Pentateuch-Commentar des ABRAHAM IBN ESRA bekannt, den er *Zofnat Pa'aneach* (nach Gen. 41, 45) betitelte, wovon aber nur eine Abkürzung unter einem spät erfundenen Titel gedruckt ist (1721); während vollständige Mss. noch existiren (s. die Nachweisungen zu Ms. Berlin n. 142, Verz. 2. Abth. S. 5). JOSEF findet, wie seine Vorgänger und Nachfolger, in den Erklärungen IBN ESRA's Gelegenheit, seine astronomische Kenntnis zu verwerten. Er ist, nach einer Vermutung BARTOLOCCI's, der Verfasser der astronomischen Tabellen *(Luchot)*, verfasst 1335, in Ms. Vatican 387[16], worüber wir leider in ASSEMANI's Catalog nicht genügende Auskunft erhalten. Hingegen ist meine Vermutung (in *Catal. Bodl.* l. c.), dass er das Kalenderwerk in Ms. Michael 203 verfasst habe, worin nach dem Michael'schen Catalog das Jahr 1344 vorkomme, hinfällig, wenn dieses Jahr in 1384 zu verwandeln ist, wie NEUBAUER's Catalog n. 2018 angiebt.

JOSEF IBN WAKKAR, Sohn des ISAK BEN MOSES (aus Sevilla, dessen Schrift über Astrologie, Philosophie etc. wahrscheinlich in Ms. Vatican 384), verfasste in Toledo (1357/8) astronomische Tafeln in arabischer Sprache, welche er 38 Jahre später (1395/6) in hebräischer Sprache umarbeitete. Diese Umarbeitung, nebst dem wesentlichen Inhalte der arabischen Grundschrift, enthält Ms. München 230. Diese Tafeln sind nach der Radix 720 Hedjra (1320) bis 840 (1436/7) berechnet, und zwar für die Breite von Toledo. Die Tafeln des Arabers JUSUF IBN AL-KAMMAD fand er zu weitschweifig und lieferte daher eine gedrängtere Bearbeitung. Die den Tafeln vorangehenden *Canones* (wie solche allgemeine Einleitungen in europäischen Tafeln zu heissen pflegen) sind sehr geeignet, den Uneingeweihten in die Construction und die wichtigsten Ausdrücke von astronomischen Tafeln einzuführen. Eine Inhaltsangabe dieser *Canones* nach den arabischen und hebräischen Überschriften habe ich in der 2. Auflage des Münchener Catalogs (1895, ausgegeben 1897, S. 247) mitgeteilt; Anderes s. in meinem Werke: *Die hebr. Übersetz.* S. 598.

52. Das 6. Decennium des XIV. Jahrhunderts schliesst

mit einer Encyklopädie, die aber nicht sehr ehrenhaft die arabistische Zeit mit ihrem ehrlichen Kraftaufwande abschliesst. Im Jahre 1360 verfasste, genauer: compilirte MEÏR (IBN) AL-DABI aus Toledo sein hebräisches Werk: *Schebile Emuna* (Pfade des Glaubens) in 10 Pfaden oder Strassen (welche wieder in »Wege» zerfallen). MEÏR ist ein äusserst geschickter Flicker oder Musiviker; er versteht es, aus früheren, populär gewordenen Autoritäten die wesentlichsten Ansichten und Begriffe auszuschälen, zum Teile wörtlich zu wiederholen, oder leicht verständlich zu paraphrasiren und mit Übergängen zu verknüpfen, die nicht wie künstliche Nähte, sondern wie ursprüngliches Gewebe aussehen. Eine historische, die Quellen der anscheinend directen Citate im Einzelnen nachweisende Analyse dieser gut und leicht angelegten Compilation ist nicht so leicht als die Angabe der Originale grosser Partien, welche sogar zu neuen literargeschichtlichen Resultaten führen kann, wie z. B. eine Specialuntersuchung über ein angebliches Buch der Seele von ARISTOTELES (s. *Die hebr. Übersetz.* § 4 S. 17—27, vgl. *Pseudo-Aristoteles, Über die Seele, von* A. LÖWENTHAL, Berlin 1891).

Die erste und beste Ausgabe des Buches, die ich benutze, erschien in Riva di Trento 1558. Der II. Abschnitt (Pfad) handelt in 4 Kapiteln (f. 16—33, enthaltend fast 70 schmale, aber enggedruckte Columnen, deren deutsche Übersetzung etwa ebensoviele Druckseiten ergeben würde) über: 1. Weltschöpfung, 2. Die Form der Welt und der bewohnten Erde (geographische Bestimmungen, die 7 Klimata, hebr. *Nofj*, 3. Die Himmelssphären, ihre Sterne und deren Lauf (die Namen der Planeten sind hebräisch und arabisch angegeben), 4. Die Sphären der Sonne und des Mondes, deren Lauf, die Eklipsen, durch einige Figuren beleuchtet. Der Verfasser nennt nur die »Astronomen» und die von ihnen unterschiedenen »Kalenderkundigen» *(Chachme Melechtet ha-Ibbur).* Es lohnt sich kaum, die Specialquellen dieses Abschnittes genauer anzugeben; dem Verfasser stand die astronomische (mathematische) Geographie des ABRAHAM BAR CHIJJA (oben § 22, S. 35) und das grosse Werk seines Landsmannes ISAK ISRAELI (§ 39, S. 39) zu Gebote; sie waren ihm vielleicht zu gründlich für seinen Zweck. Unzweifelhaft ist das Compendium des ALFERGANI benutzt, wahrscheinlich in der hebräischen Übersetzung des JAKOB ANATOLI, die man in JACOB CHRISTMANN's lateinischer Bearbeitung vergleichen kann. Die Darstellung der Klimata im 2. Kapitel entspricht dem 11. Cap. ALFERGANI's derart, dass man die corrumpirten geographischen Namen gegenseitig berichtigen kann.

53. An dieser Stelle ist ein Umstand zu erwähnen, dessen Bedeutung anderswo eine eingehende Untersuchung veranlassen dürfte, hier nur angedeutet werden kann, nämlich die Beachtung hebräischer Schriften von Seiten der Christen im Mittelalter. Die Geschichte der hebräischen Sprache hat mit dem so betitelten Buche von GESENIUS (1815) neue Bahnen eingeschlagen, die so schwierig scheinen, dass bis heutigen Tages Niemand auch nur eine neue Ausgabe zu liefern versucht hat. Ich selbst habe es nur bis zu einer bibliographischen Nebenarbeit dazu gebracht (*Handbuch der Literatur der hebr. Sprachkunde,* Leipzig 1859), welche mich unter Anderem auf eine Lücke in GESENIUS führte. Seine Aufzählung der christlichen Kenner des Hebräischen im Mittelalter ist eine sehr dürftige, weil er sich, nach der Tendenz seines Buches, an die Bibelkundigen hielt, während das Neuhebräische oder sogenannte Rabbinische ihm ferne liegend blieb. Es gab aber christliche Gelehrte, und zwar geborene Christen, welche gerade die damalige Schriftsprache der Juden studirten, allerdings nicht um aus den betreffenden Schriften Etwas zu lernen, sondern mit dem unbedingten Vorhaben, die jüdischen Ansichten zu widerlegen, weil sie dem Christentum widersprechen, oder die Juden zu bekehren, oder auch um Judengesetze zu rechtfertigen. Diese theologische Literatur selbst gehört an sich gar nicht hieher. Aber unter den Theologen gab es doch auch einzelne Gelehrte, welche sich für andere Gebiete interessirten und durch die Kenntnis des Hebräischen auf die so zu sagen weltlichen Gebiete der jüdischen Literatur geführt wurden. So bin ich denn bei Erforschung der Schicksale der hebräischen Literatur des Mittelalters dazu gekommen allerlei europäische Übersetzer (meist ins Lateinische) kennen zu lernen, welche ich am Anfange eines umfassenden Artikels »Christliche Hebraisten» (in der von H. BRODY in Berlin herausgegebenen »Zeitschrift für Hebräische Bibliographie» Jahrg. I, 1896 S. 50 ff.) als n. 1—56 zusammengestellt habe; darunter allerdings n. 3—17 Anonyma, deren Verfasser teilweise mit einander oder mit anderen Autoren identisch sein können.

Auch unser specielles Thema hat bereits wiederholt Gelegenheit gegeben, auf lateinische Übersetzungen aus hebräischen Originalen hinzuweisen, wie von der Geometrie des ABRAHAM BAR CHIJJA (§ 22), astrologischen Schriften des ABRAHAM IBN ESRA (§ 23, S. 38), von PROPHATIUS' Abhandlung über den von ihm erfundenen Quadranten, welche aus einer der drei lateinischen Übersetzungen ins Hebräische zurückübersetzt wurde

(§ 36, S. 36), von der grossen astronomischen Abhandlung des LEVI BEN GERSON, und von der darin aufgenommenen Abhandlung über den von ihm erfundenen astronomischen Stab, über eine Prognostication im Jahre 1345. In allen diesen Fällen handelt es sich um ein nicht theologisches, neutrales Thema; die übersetzten Schriften enthielten in den Augen des Übersetzers Etwas, dessen Kenntnis den Christen zugänglich gemacht werden sollte, weil es von theoretischem oder practischem Interesse war. Wir kommen jetzt zu einer Schrift, zu deren Übersetzung ein derartiges Motiv nicht gleich in die Augen springt. Ich werde mich hier auf die Hauptpunkte beschränken, indem es genügt, auf anderweitige Studien hinzuweisen.[5] JACOB BEN DAVID BEN JOMTOB *(Bon goiou,* in der Landesspache *Seu Boniet),* auch kurz »JAKOB POËL» (wahrscheinlich im Sinne von Factor, Autor, nämlich der Tafeln), vielleicht der Sohn des DAVID BEN JOMTOB IBN BILIA (§ 47, S. 7)[6], verfasste im Jahre 1361 astronomische Tabellen *(Luchot)* nach der Breite von Perpignan, in welcher Stadt, oder in deren Nähe er dieselben redigirte. Der eigentliche Zweck derselben ist ein immerwährender Mondkalender, dadurch begründet, dass die Jahresformen auf einen Cyklus von 31 Jahren zurückgeführt werden. Die Einleitung, welche den Gebrauch der Tafeln auseinandersetzt, zerfällt in 2 »Reden», deren erste in meinem *Verzeichnis der hebräischen Handschriften der K. Bibliothek in Berlin,* 2. Abtheilung (1897) S. 150, nebst den Citaten in der 2. Rede (DJABIR BEN AFLA'H und dessen Kritiker LEVI BEN GERSON, PTOLEMÄUS) mitgeteilt sind. In der 1. Rede sind auch ABRAHAM BAR CHIJJA und »König ALFONS in seinen Tafeln» citirt, letztere nicht aus einer hebräischen Übersetzung, die wir erst ein volles Jahrhundert später antreffen werden. — Gehören die anonymen Tabellen über die Jahre 1361—91 in Ms. Paris 1083 hierher?

Eine lateinische Übersetzung der *Tabulae Jacobi filii David Bonaediei* mit den *Canones* (Einleitung), aus dem XIV. oder XV. Jahrh. von einem Anonymus ist handschriftlich erhalten — wer die Handschrift des unvergesslichen BONCOMPAGNI gekauft hat, ist mir unbekannt. In einer der angehängten Tafeln wird der Verfasser BONFILIUS DE TARASCONE genannt, das ist IMMANUEL BEN JAKOB, von welchem bald die Rede sein wird (unter dem Jahre 1365).

Eine gekürzte Rückübersetzung ins Hebräische von einem *Anonymus* ist ebenfalls in 2 Handschriften erhalten (in der Bodl. und in Florenz). Bei der Verbreitung des Originals muss der Rückübersetzer fern von der Provence gelebt haben.

Über das Motiv der Übersetzung ins Lateinische kann ich nur fragen, ob vielleicht die Controverse über den christlichen Festkalender, der bekanntlich den jüdischen zur Grundlage hat, das Interesse eines Anonymus hervorgerufen habe.

[1] Zum Werke *Ez Chajjim* S. 39 vergl. meinen *Catal. Mss. Lugd. Bat.* p. 153; meinen Artikel in *ha-Jona* von SEN. SACHS, S. 30—33; *Die hebr. Übersetz.* S. 550. JAKOB LEVY, *Neuhebr. Wörterbuch,* III, 479, Col. 2, übersetzt *Saddan* »Axe, oder Oberfläche»! Vergl. A. KOHUT, *Aruch completum* VI f. 23, Col. 1.

[2] »*Observation* astrologique» *(Hist. Litt. de la France,* t. **31** p. 651) ist ein zweideutiger Ausdruck. Eine Constellation *kann* lange vorher astrologisch gedeutet werden, wenn es nicht an einer Veranlassung dazu fehlt.

[3] *Hist. Litt. de la France,* t. **31** p. 651; GROSS, *Gallia Jud.* p. 627, erwähnt seine Quelle nicht. — Seine Bemerkung über CHAJJIM IBN ISRAEL ist oben § 47, S. 8 nachzutragen.

[4] Das Fragezeichen GÜNTHER's zu dem Worte »Erfinder» *(»Der Jakobsstab»* u. s. w. in der Geographischen Zeitschrift 1898, S. 158), ist insofern zu beantworten, als LEVI sich jedenfalls für den Erfinder hielt, nicht einen anderen kannte.

[5] *Die hebr. Übersetz.* S. 614, woraus ein sehr kurzer Auszug in der *Hist. Litter. de la France,* t. **31**, p. 701, daraus bei GROSS, *Gallia Judaica* p. 470 (vergl. die hier folg. Anm. 6); *Verzeichnis der hebr. Handschr. der K. Bibliothek in Berlin,* S. 74 und 150.

[6] GROSS, l. c. (vorherg. Anm. 5) hält diese Conjectur für unwahrscheinlich, weil DAVID in Portugal lebte (ob stets?); seine eigene Hypothese über den Vater JACOB's, ebenfalls einen Astronomen in der Provence, könnte ich hier nicht besprechen, ohne mich zu weit zu verlieren.

Beitrag zur Bibliographie der Euler'schen Schriften.

Von G. VALENTIN in Berlin.

Herr HAGEN hat sich mit grossem Fleisse der Mühe unterzogen, in seinem *Index operum Leonardi Euleri* (Berolini, Dames 1896) ein Verzeichniss der gesammten Schriften EULER's von Neuem zusammenzustellen und zwar in handlicher Form, denn bisher war man genöthigt, Einsicht in eine ganze Reihe derartiger Zusammenstellungen zu nehmen, um eine vollständige Übersicht der EULER'schen Werke und Abhandlungen zu erhalten. Er will damit, wie er in der Vorrede sagt, eine Anregung geben, dass endlich eine Gesammtausgabe der Schriften EULER's veranstaltet würde und deutet dafür einen Weg an, welchen ich auch für gangbar halte, dass sich nämlich die beiden Akademien, deren Mitglied der grosse Mathematiker so lange Jahre war, die Berliner und die Petersburger, gemeinschaftlich mit der Schweiz, seinem Geburtslande, der Herausgabe unterzögen. Hat Herr HAGEN mit seiner Schätzung der Kosten von 150,000 M. Recht, so würde, wenn man ein langsameres Tempo der Veröffentlichung der auf 25 Bände geschätzten Ausgabe, z. B. je einen Band pro Jahr, einschlüge, die jährlich aufzubringende Summe von 6,000 M. die pecuniären Kräfte der Schweiz und der beiden Akademien wohl nicht übersteigen.

Das Buch des Herrn HAGEN zeichnet sich vor sehr vielen anderen Bibliographien dadurch vortheilhaft aus, dass die Titel und die literarischen Angaben recht genau sind. In den ersten habe ich nur an wenigen Stellen unwesentliche Druckfehler und Ungenauigkeiten gefunden und bei den Literatur-Angaben ist nur folgendes zu erwähnen: es ist in N° 178 die Bandzahl XI in IX, in 643 die Jahreszahl 1774 in 1747, in 340 das erste + Zeichen in — zu verbessern, in 259 die Bandzahl XV hinzuzufügen und in 297 N. zu streichen. Zu bedauern dagegen ist, dass aus den gemachten Angaben die Länge der Abhandlungen nicht zu ersehen ist, was durch Hinzufügung der letzten Seitenzahl jedes Artikels zu erreichen gewesen wäre.

So erfreulich also, wie gesagt, die Zusammenstellung des Herrn Verfassers ist, so muss doch betont werden, dass sie unsere Kenntniss der Arbeiten EULER's nicht erweitert und eine *vollständige* Bibliographie der Arbeiten EULER's nicht bietet. Dazu wäre nothwendig (und sehr erwünscht) gewesen eine An-

gabe der verschiedenen Ausgaben seiner selbständigen Schriften und ein Aufspüren neuer in den bisherigen Bibliographien noch nicht angeführter Übersetzungen, Arbeiten und Briefe Euler's. Ich benutze daher die Gelegenheit, einen Beitrag nach dieser Richtung hin zu geben, indem ich hier das veröffentliche, was mir über die Hagen'sche Bibliographie hinaus bekannt geworden ist. Auch damit ist sicher noch kein Abschluss erreicht, wie die mancherlei Unsicherheiten über einzelne Ausgaben Euler'scher Werke zeigen, aber es wird damit hoffentlich von Neuem ein Anstoss gegeben zu weiteren Nachforschungen, und ich werde für jede fernere Mittheilung dankbar sein.

Ich schliesse meine Bemerkungen direct der Nummerirung des Hagen'schen Index an und bezeichne bei den selbständigen Werken die auch von Herrn Hagen angeführten Ausgaben mit einem Stern (*).

2. *Vollständige Anleitung zur Algebra.*

Deutsche Ausg. St. Petersburg 1770. — *ib. (Lund) 1771. — ib. 1773? (Riccardi, *Biblioteca matematica italiana* II: 2). — ib. 1776? (Heinsius, *Bücherlexikon*). — *ib. 1802. — *Berlin (Bd III: Frankfurt) 1796 ed. Grüson-Kausler. — Leipzig bei Reclam (1883).

Holländ. Ausg. Amsterdam 1773. — ib. 1793? (Bierens de Haan). — Dordrecht 1807.

Englische Ausg. London 1797. — ib. 1810. — ib. 1822 ed. Hewlett. — ib. 1824 ed. C. Taylor. — ib. 1828. — ib. 1840.

Französ. Ausg. Lyon 1770 (Quérard, *La France littéraire*). — ib. 1774 (2 Ausg. nach Quérard). — ib. 1784? — ib. an III. — Francfort 1796? (Riccardi). — St. Petersburg 1798. — Paris 1801. — ib. 1807 ed. Gruson.

Lateinische Ausg. Venedig 1790.

Russische Ausg. St. Petersburg 1768. — ib. 1793 (Riccardi).

Auszug aus L. Euler's *Anleitung zur Algebra von* Ebert. Frankf. 1789—1801. — ib. 1803. — Berlin 1821.

An introduction to the elements of algebra. Selected from the algebra of Euler (by J. Farrar). Cambridge, N. Eng. 1818.

Dazu habe ich zu bemerken: Die von Riccardi citirte deutsche Ausg. 1773 möchte ich mit der holländischen von 1773 identificiren; die von Heinsius angeführte 1776 ist wohl nur durch einen Druckfehler, 1776 statt 1770, als neue Ausg. angegeben, ebenso ist bei Bierens de Haan wohl 1793 nur fälschlich für 1773 gedruckt. Die zwei angeblich verschiedenen französischen Ausgaben von 1774 sind wohl

identisch, 1784 ist ein Druckfehler für 1774; Francfort 1796 bezeichnet wohl in Wahrheit keine neue Ausg., sondern den 3. Band der deutschen GRÜSON-KAUSLER'schen Ausg. Die von GARNIER in der Vorrede zu seiner Ausg. citirte französiche: Petersburg 1788 halte ich für identisch mit der 1798 dort erschienenen. Die französische Ausg. von 1770 habe ich nur bei QUÉRARD und die bei HAGEN in einer Anmerkung zu N° 2 angeführten Ausgaben: Frankfurt 1789, 1795, Berlin 1803, 1821 nirgends in der Literatur gefunden.

3. *Introductio in analysin infinitorum.*

Latein. Ausg. *Lausanne 1748. — Lugduni (= Lyon) 1797. — Strassbourg bei König 1797? — Lipsiae bei Sommer 1797? *Deutsche* Ausg. Berlin 1788—91 übers. von MICHELSEN. — ib. 1835—36 von MICHELSEN. — ib. 1885 übers. von MASER. *Französische* Übers. Strassbourg 1786 par PEZZI et KRAMP. — Paris an IV, V (1796, 1797) par LABEY. — ib. 1835 par LABEY. HEINSIUS nennt die beiden Ausg. Strassbourg 1797 und Leipzig 1797; vielleicht waren sie nur in Commission dort und sind identisch mit der Lyoner Ausg.

5. *Institutiones calculi differentialis.*

Latein. Ausg. *Berolini 1755. — *Ticini 1787. — Petropoli 1804. — *Deutsch* von MICHELSEN (Suppl. von GRÜSON) Berlin u. Löbau 1790—98.

7. *Institutiones calculi integralis.*

Lateinisch *Petropoli 1768—70. — *ib. 1792—94. — ib. 1824—45. — *Deutsch* von SALOMON. Wien 1828—30.

19. *Solutio problematis arithmetici de inveniendo numero, qui per datos numeros divisus relinquat data residua.*

Französische Übers. in EULER's *Cours d'arithmétique raisonnée.* Bruxelles 1865 p. 437—459 und in EULER's *Oeuvres complètes* p. p. DUBOIS ib. 1839 Bd. III.

51 u. **(6)**. *Découverte d'une loi tout extraordinaire des nombres par rapport à la somme de leurs diviseurs.*

Zuerst veröffentlicht in der Bibliothèque impartiale **3** (Leide 1751), 10—31.

190. *De formis radicum aequationum cuiusque ordinis conjectatio.*

Deutsche Übers. in EULER's *Einleitung in die Analysis des Unendlichen übers. von* MICHELSEN **3** (1791), 3—23.

194. *De resolutione aequationum cuiusvis gradus.*

Deutsche Übers. ibid. **3** (1791), 24—25.

205. *Variae demonstrationes geometricae.*
Beweis des Fermat'schen Satzes vom Kreise. Arch. der Mathem. **27**, 1856, 116—118. Ist nach Euler von Grunert mitgetheilt.

209. *Principes de la trigonométrie sphérique, tirés de la méthode des plus grands et plus petits.*

219. *Trigonometria sphaerica universa, ex primis principiis breviter et dilucide derivata.*
Deutsche Übers. von Hammer, Leipzig 1896 (= Ostwald, *Klassiker der exakten Wissenschaften* no. 73).

214. *Solutio facilis problematum quorundam geometricorum difficillimorum.*
Nach Euler mitgetheilt von Grunert in Arch. der Mathem. **26**, 1856, 343—350.

310. *Commentatio de matheseos sublimioris utilitate.*
Französische Übers. von Ed. Lévy in Nouv. ann. de mathém. **13**, 1853, 5—21. *Spanische* Übers. in Revista de los progresos de las ciencias exactas etc. **3** (Madrid 1853), 526—535.

315. *De formulis integralibus duplicatis.*
Sur l'évaluation du volume d'un parallelipipède à une base sphérique. Nouv. ann. de mathém. **4**, 1895, 422—423.

386. *Considérations sur quelques formules intégrales dont les valeurs peuvent être exprimées en certains cas par la quadrature du cercle.*
Zum zweiten Male veröffentlicht von Ch. Henry in Bulletin des sciences mathématiques 4_2, 1880, 209—256.

418. *Elementa calculi variationum.*
Deutsche Übers. von P. Stäckel, Leipzig 1894 (= Ostwald, *Klassiker* etc. no. 46).

420. *Mechanica sive motus scientia analytice exposita.*
Deutsche Übers. von Wolfers. Greifswald 1848—50.

421. *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* etc.
Deutsche Übers. von Wolfers. ibid. 1853.

425. *Constructio lentium obiectivarum ex duplici vitro* etc.
Neue Entdeckungen betreffend die Refraction oder Strahlenbrechung in Gläsern von Euler, *übers. von* Joh. Ludov. Steiner. Zürich bei Heidegger u. Co. 1765. 8°, 20 p. (besprochen in der Allgemeinen deutschen Bibliothek **3**:1, 268). — Ich bin aber nicht sicher, ob dies wirklich eine Übers. von No. 425 ist, da ich die Steiner'sche Übers. nicht in der Hand gehabt habe.

427. *Instruction détaillée pour porter les lunettes au plus haut degré de perfection calculée sous la direction de* M. EULER *par* N. FUSS.
Deutsche Übers. von KLÜGEL. Leipzig 1777.

431. *Découverte d'un nouveau principe de mécanique.*
Auszug in *Englischer* Sprache in Gentleman's Magazine **24**, 1754, 6—7.

509. *De promotione navium sine vi venti.*
Die Abhandlung hat auch den französ. Titel: *Mémoire sur la manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du vent sur les grands vaisseaux.*

547—550. *Sectio I. De statu aequilibrii fluidorum. — S. II. De principiis motus fluidorum. — S. III. De motu fluidorum lineari potissimum aquae. — S. IV. De motu aeris in tubis.*
Deutsche Übers. von BRANDES. Leipzig 1806.

561. *Examen artificii, naves a principio motus interno propellendi, quod quondam ab* J. BERNOULLI *est propositum.*
Französ. Übers. in der Bibliothèque impartiale **4**, 1751, 272—289, 402—412.

573. *Théorie plus complète des machines, qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau.*
Extrait fait par HACHETTE in der Correspondance sur l'école polytechnique **3**, 1814/16, 234.

628. *Nova theoria lucis et colorum.*
Auszug im Hamburger Magazin **6**, 1750, 156—197.

687. *Theoria motuum planetarum et cometarum.*
Deutsche Übersetzung von J. VON PACCASSI. Wien 1781.

730. *Determinatio orbitae cometae qui mense Martio 1742 potissimum fuit observatus.*
d'après EULER. *Théorème d'Euler sur l'aire du secteur parabolique.* Nouv. ann. de mathém. **16**, 1857, 33—37. — Dieses Theorem EULER's (Misc. Ac. Berl. **7**, 20) gerieht in Vergessenheit, so dass es LAMBERT *(Insigniores orbitae cometarum proprietates,* 1761, § 83, u. *Beiträge,* 1765, III, p. 275) wieder entdecken konnte (bekannt als LAMBERT'sches Theorem), bis GAUSS *(Motus theoriae planetar.* 1809, p. 119) EULER als den eigentlichen Entdecker nannte.

771. *Théorie complète de la construction et de la manoeuvre des vaisseaux* etc.
Italienische Übers. Napoli 1780.

773. *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie.*
Französ. Ausg. *St. Petersburg 1768—72. — Mietau, Leipzig, Frankfurt 1770—74. — Bern 1773? — ib. 1778. —

Paris 1787—89; ed. CONDORCET u. DE LA CROIX. — ib. 1812; ed. LABEY. — ib. 1829; ed. LAURENTIE. — ib. 1842; ed. COURNOT. — ib. 1843; ed. SAISSET. — ib. 1845?; ed. SAISSET. — ib. 1859; ed. SAISSET. — ib. 1866.

Spanische Ausg. Madrid 1798 übers. von JUAN LOPEZ DE PEÑALVER.

Russische Ausg. St. Petersburg 1768—74 übers. von RUMOVSKI.

Deutsche Ausg. Mitau u. Leipzig 1769—74. — Leipzig 1773—80. — ib. 1784. — ib. 1792—94; übers. von KRIES. — Stuttgart 1847—48; übers. von J. MÜLLER. — Leipzig u. Stuttgart 1854; von MÜLLER.

Englische Ausg. London 1795; übers. von H. HUNTER. — New York 1846, ed. J. GRISCOM.

Holländ. Ausg. Leyden 1787. — *Dänische* Ausg. Kjöbenhavn 1792—93; übers. von CHR. C. PFLUG.

Schwedische Ausg. Stockholm 1786—1787; übers. von G. H. DE ROGIER. — ib. 1793—1795.

HEINSIUS führt noch eine französ. Ausg. 1766 an; ich vermuthe einen Druckfehler für 1768; ebenso ist wohl Bern 1773 ein Druckfehler für Bern 1778 und die Pariser Ausg. 1845 bei Geering (Antiquarischer Katalog N° 219) verdruckt für 1843.

783. *Solutio quaestionis ... quantum duo coniuges persolvere debeant, ut suis haeredibus post utriusque mortem certa argenti summa persolvatur.*

L. EULER's *Nöthige Berechnung zur Einrichtung einer Wittwenkasse.* Neues Hamburger Magazin **43**, 1770, 3—12. — Ist eine freie Übersetzung mit Zusätzen von A. G. KÄSTNER des EULER'schen in den *Opuscula postuma* 1785, II, 315 veröffentlichten Aufsatzes. Woher stammt KÄSTNER's Kenntniss dieser EULER'schen Abhandlung? War sie doch etwa schon veröffentlicht? und wo?

789. *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis.*

Französische Übers. von COUPY. Nouv. ann. de mathém. **10**, 1851, 106—119.

793. *Réflexions sur l'espace et le temps.*

Deutsche Übers. in EULER's *Vernünftige Gedanken von dem Raume, dem Orth, der Dauer und der Zeit* (Quedlinburg 1763) p. 1—18 und in dem Magazin für Philosophie **4**, 1781, 177—194. — *Die vernünftigen Gedanken* etc., welche schon FUSS (Bull. Ac. Pétersb. Classe math. **9**, 339) citirt, enthalten auch noch 2 Briefe von EULER an VENZKY p. 18—19 und p. 41—43.

794. *Solution d'une question curieuse qui ne paraît soumise à aucune analyse (sur la marche du cavalier sur l'échiquier).*

Englische Übers. in The journal of science and the arts **3** (London 1817), 72—77.

Ich füge hier zum Schluss noch die HAGEN'schen Nummern der Aufsätze hinzu, welche der 4. Band der SALOMON'schen Ausgabe der *Institutiones calculi integralis* in deutscher Übersetzung giebt: 315, 317, 318, 322, 336, 338, 340, 341, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 370, 372, 374, 378, 379, 382, 384, 385, 394, 410, 411, 412.

Zu 447, 448, 523, 524, 526, 527 verweise ich auf die schon von Herrn ENGEL in seiner Besprechung des HAGEN'schen *Index* (Zeitschr. für Mathem. **42**, 1897; Hist. Abth. 203) gemachte Bemerkung.

Den vorstehenden Ergänzungen der bei Herrn HAGEN aufgeführten Schriften reihen sich nun noch folgende Veröffentlichungen an, die in dem HAGEN'schen Index fehlen.

I (1755). *Deux pièces peu connues de la correspondance d'Euler communiquées par* BIRGER HANSTED. Bulletin d. sc. mathém. 3_2, 1879, 26—32 (EULER's Briefe p. 29—32). — Zuerst veröffentlicht in E. PONTOPPIDAN, *Essays sur la nouveauté du monde* (Copenhague 1755) und (zugleich mit deutscher Übersetzung) in PONTOPPIDAN's *Abhandlung von der Neuigkeit der Welt* (1758) I, 162—183 (EULER's Briefe p. 171—183).

II (1765). EULER, *Remarques sur quelques passages qui se trouvent dans les trois volumes des Opuscules mathématiques de M. d'Alembert.* Journal encyclopédique **2**: 3, 1765, 114—127.

III (1768). EULER, *Lettre sur la dioptrique écrite par lui.* Gazette littéraire de Berlin **5**, 1768, 385—386.

IV (1770). EULER, *De calculo variationum.* Appendix zu seinen *Institutiones calculi integralis* (1770) III, 459—596 und ebenda in der 2. und 3. Aufl. (1793 u. 1827) III, 379—488. — Die deutsche Übers. im 3. Bande der SALOMON'schen Übers. der Integralrechnung (1830).

V (1770). EULER, *Evolutio casuum prorsus singularium circa integrationem aequationum differentialium.* Supplement zu den *Institut. calc. integr.* (1770) III, 597—639; (1793 und 1827) III, 489—524 und deutsch im 3. Bande der Übers.

VI (1794). EULER, *Von dem Drucke eines mit einem Gewichte beschwerten Tisches auf eine Fläche.* Aus den Papieren des sel. L. EULER gezogen von JAKOB BERNOULLI (mitgetheilt von seinem Bruder JOHAN BERNOULLI). Hindenburg's Archiv **1**, 1794, 74—80.

VII (1796). nach EULER. EULER's *Method of squaring the circle* in MASERES *Scriptores logarithmici* (London 1796) III, 169—182.
VIII (1805). EULER, *Brief* [über eine Generalkarte des russischen Reiches]. Nordische Merkur **2**, 1805, 244—252.
IX (1823). EULERO, *Lettera inedita a Lagrange.* Bibliotheca Italiana **30** (Milano 1823) 111—112 und in EULER's *Opera postuma* I (1862), 567—568. — EULER's Berufung nach Petersburg betreffend.
X (1854). *Briefe von* LEONHARD EULER *und von* JOH. ALB. EULER *an Wenzeslaus Joh. Gust. Karsten.* Allgemeine Monatsschrift für Literatur 1854, 325—349.
XI (1864). nach L. EULER und GOLDBACH [Achtzehn Aufgaben aus der Buchstabenrechnung], mitgetheilt von GRUNERT. Arch. der Mathem. **41**, 1864, 103—105. — Die Aufgaben sind enthalten in EULER's Brief an GOLDBACH vom 9. 6. 1750 und in GOLDBACH's Antwort vom 18. 7. 1750.
XII (1865). nach EULER. Die Seiten 73—79, 102—240, 417—436 des *Cours d'arithmétique raisonnée de* EULER (Bruxelles 1865) entsprechen im Allgemeinen der Sectio I und III der EULER'schen Algebra (mit Ausnahme des 13. Capitels der 1. Section), theils wörtlich, theils umgearbeitet und umgestellt, unter Berücksichtigung einiger anderer Memoires EULER's.
XIII (1865). nach EULER. *Notions préliminaires sur les nombres parfaits et les nombres amiables.* Ebenda p. 460—471. — Die beiden Aufsätze XII und XIII sind wahrscheinlich schon in EULER's *Oeuvres complètes publ. par* DUBOIS Band III (1839) enthalten.
XIV (1886). EULER. *Lettres inédites à M. d'Alembert publ. p.* CH. HENRY. Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **19**, 1886, 136—148.

Zum Schluss möchte ich noch auf das im vorstehenden Text bei 19, XII und XIII erwähnte Buch zurückkommen: LÉONARD EULER, *Cours d'arithmétique raisonnée théorique et pratique sans le secours d'aucun maître.* Trad., augm. et mis au courant de la science actuelle par une société des savants. Paris 1865. 8°, 4 + 476 p. Es ist dies eine neue (Titel-) Ausgabe des 3. Bandes der *Oeuvres complètes d'*EULER publ. en français par DUBOIS, DRAPIEZ, MOREAU-WEILER, STEICHEN et PH. VANDERMAELEN. T. 1—5 Bruxelles 1838 ff., und dieser 3. Band wieder eine neue Ausgabe (aber nicht wörtliche, sondern völlig umgearbeitete und umgeordnete!) des Buches: *L'arithmétique raisonnée et démontrée. Oeuvre posthume de* LÉONARD EULER, *traduite en français par* DANIEL BERNOULLI, directeur de l'obser-

vatoire de Berlin etc. etc. Corrigée et considérablement augmentée par M. DE LA GRANGE (Berlin, chez Voss et fils et Decker et fils 1792. 8°, 616 p.). Man glaubt zunächst in diesem Werke eine französische Übersetzung von EULER's 1738—40 erschienener *Einleitung zur Rechenkunst* (welche jetzt sehr selten ist) zu sehen, allein bei näherer Untersuchung entstehen doch gegen diese Annahme mancherlei Bedenken, welche für P. H. FUSS so ernste waren, dass er im Bull. Ac. Petrop. Classe math. 9, 1851, 340—341 nicht vor der Erklärung zurückschreckte, dass hier ein literarischer Betrug schlimmster Art vorläge. Dem wären also auch die belgischen Herausgeber zum Opfer gefallen. Unberührt davon bleiben aber jedenfalls die unter 19, XII und XIII citirten Theile der Brüsseler Ausgaben und daher konnten sie bei den EULER'schen Schriften aufgenommen werden, der *Cours d'arithmétique raisonnée* aber nicht.

Hat nun aber FUSS Recht? Es scheint fast so, wenn man noch eine Bemerkung in QUÉRARD's *La France littéraire* III (1829), 233 berücksichtigt, die jedoch FUSS wohl unbekannt geblieben ist, denn sonst würde er nicht versäumt haben, sie zur Begründung seiner Ansicht anzuführen. An der angegebenen Stelle findet man: C. F. GAIGNAT DE L'AULNAYS, *L'arithmétique démontrée, opérée et expliquée.* (Paris chez Despilly 1770, 8°), und dazu die Anmerkung: »Cet ouvrage a été réimpr. en 1792 comme un ouvrage posthume de LÉONARD EULER, etc.» (folgt der obige Titel). Definitiv aber möchte ich die Frage in dem FUSS'schen Sinne doch nicht eher entscheiden, als bis ich die vier in Frage kommenden Werke selbst habe einsehen können; mir lagen bisher nur die Ausg. 1792 und 1865 vor.

In der *Arithmétique raisonnée* von 1792 sagt der Verfasser auf p. 27: »Dans mon traité du guide du commerce, premier volume etc.» und auch QUÉRARD nennt a. a. O. GAIGNAT DE L'AULNAYS als Verfasser eines vierbändigen Werkes dieses Titels. Dies erklärt die Behauptung DUBOIS' in seiner Vorrede, dass EULER in seiner Jugend ein solches Werk verfasst habe, da er eben guten Glaubens war, dass die *Arithmétique raisonnée* von EULER herrühre. Aber dieses Citat verstärkt um so mehr die Ansicht, dass diese *Arithmétique raisonnée* in der That ein Werk GAIGNAT DE L'AULNAYS' und nicht EULER's ist.

Sur un point de la querelle au sujet de l'invention du calcul infinitésimal.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans le cahier III: 2 (1896) de ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* M. Cantor a rendu compte (p. 294 et suiv.) des travaux de la commission chargée par la »Royal Society» à London d'examiner les droits de priorité de Newton et de Leibniz relativement à l'invention du calcul infinitésimal. Parmi les membres de la commission M. Cantor nomme aussi Burnet, et il ajoute: »Bei dem Fehlen eines Vornamens in dem Protokollauszuge vom 6. März war es uns nicht möglich zu ermitteln, welcher Burnet gemeint ist.» Dans la préface du tome III des *Vorlesungen,* insérée au cahier III: 3 (1898), M. Cantor signale une notice de De Morgan dans le Philosophical Magazine 4_2, 1852, p. 325, d'après laquelle le commissaire Burnet était fils d'un évêque et élève de Craig; en même temps M. Cantor fait observer qu'on pourrait penser à William Burnet (1688—1729), dont j'ai cité une lettre à la page 32 de la Biblioth. Mathem. 1896.

En premier lieu il convient de faire remarquer que l'évêque dont De Morgan parle, était évidemment l'évêque de Salisbury, et que William Burnet était précisément fils de Gilbert Burnet, qui fut en 1689 évêque de Salisbury. D'autre part on voit par les lettres de William Burnet à Jean Bernoulli [1] que celui-là avait été élève de Craig,[2] et comme nous n'avons aucune raison de révoquer en doute l'exactitude de l'indication de De Morgan, il semble dès à présent très probable que le commissaire de la »Royal Society» était William Burnet. En examinant les lettres citées de Burnet, on trouve que cette probabilité augmente, de manière qu'elle devienne presque certitude. On sait que la commission fut nommée par la »Royal Society» le 6 mars 1712, et déjà le 12 mars 1712 William Burnet écrit à Jean Bernoulli:

> L'on est occupé présentement à la société à démontrer par les lettres originales que la méthode des fluxions a été connue de Mr Newton plus de sept ans avant que Mr Leibnitz n'en a rien publié et que Mr Leibnitz en pouvait avoir vu les principes chez un Mr Collins qui les avait à Londres dans le tems que Mr Leibnitz y a été; et qu'en suite, par

des lettres il a demandé des éclaircissements qui montraient qu'il n'entendait pas encore la matière cinq ans après que Mr NEWTON l'a fait voir complète à ses amis. Cette controverse a été causée par les Mrs de Leypsick qui ont critiqué mal à propos le livre de Mr NEWTON sur les quadratures et *De enumeratione curvarum.*

Il est d'un certain intérêt de connaître la réponse de JEAN BERNOULLI, bien qu'elle ne contribue pas à résoudre définitivement la question dont il s'agit ici. Cette réponse est datée le 24 août 1712; en voici un extrait:

> Est-ce que Mrs de la société n'ont point d'occupation plus sérieuse que celle où elle est à présent à démontrer que la méthode des fluxions a été connue de Mr NEWTON avant que Mr LEIBNITZ n'en ait rien publié; qu'importe-t-il au public de savoir, lequel de ces deux grands hommes a eu les premières vues de cette méthode? Chacun peut avoir eu ses propres lumières, l'un peut-être un peu plus tôt que l'autre. C'est une faible conséquence que celle-ci: Mr LEIBNITZ peut avoir vu les principes de Mr NEWTON chez Monsieur COLLINS, donc il les a vus actuellement; j'ai toujours ouï dire dans les écoles qu' *a posse ad esse non datur consequentia....* Il me semble donc qu'on devrait laisser à chacun le sien et que la société devrait s'appliquer à des choses plus utiles au public.

BURNET ne répondit pas directement à cette remarque, et ce n'est que dans sa lettre du 8 avril 1714 qu'il revient aux travaux de la commission. Alors le *Commercium epistolicum* était publié depuis longtemps, et JEAN BERNOULLI s'était plaint de ce qu'il avait reçu son exemplaire trop tard. Après avoir expliqué la cause de ce retard, BURNET ajoute:

> Nous saurons, j'espère, en peu de tems votre sentiment sur le *Commercium epistolicum,* c'est une affaire que Mr LEIBNITZ a arrachée de notre société en leur demandant justice sur Mr KEIL; ils ont cru ne le pouvoir faire mieux qu'en cherchant les recueils de lettres qu'ils gardent auprès d'eux. C'est à vous autres savants désintéressés de juger s'ils ont agi de la bonne manière.

On sait que JEAN BERNOULLI avait déjà fait connaître son avis sur le *Commercium epistolicum* dans une lettre anonyme insérée à une brochure rédigée par LEIBNIZ et publiée par CHR. WOLF en 1713.[3] Sa réponse à BURNET est plus évasive; en effet il remarque dans sa lettre du 15 mai 1714:

> Vous me demandez, Monsieur, mon sentiment sur le *Commercium epistolicum,* mais je n'ai garde de décider d'une

querelle qui est entre deux grands hommes que j'estime également et qui tous deux m'honorent de leur affection; cependant il y aurait du pour et du contre, sans qu'il me prenne envie de m'en mêler, de peur que je n'offense l'un ou l'autre ou peut-être tous les deux.

Après la lecture des extraits précédents, on ne saurait guère douter que William Burnet n'eût pris une part active aux travaux de la commission, c'est-à-dire qu'il ne fût lui-même un des commissaires. M. Cantor fait observer que, en 1712, il n'avait que 24 ans,[4] mais d'autre part il était déjà en 1708 membre[5] de la »Royal Society», et par les lettres de Jean Bernoulli on voit qu'il était mathématicien[6] et qu'il s'était même familiarisé avec le calcul infinitésimal.[7]

Si la conclusion, à laquelle nous sommes arrivé, est juste, il faut par conséquent modifier un peu l'indication de M. Cantor à la page 296 du tome III de ses *Vorlesungen,* où il dit que Burnet, de même que plusieurs autres membres de la commission, avait été obligé de juger sur une question qu'il ne comprenait pas.

[1] Ces lettres sont gardées à la bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm.

[2] Dans sa lettre du 25 janvier 1709, Burnet dit qu'il avait été en pension chez Craig un an et demi.

[3] Cf. Cantor l. c. III, p. 302—304.

[4] Cantor, l. c. III, p. IX.

[5] Cf. Philosophical Transactions **26**, 1710, p. 316—317.

[6] Dans une lettre adressée à Burnet le 8 octobre 1708, Jean Bernoulli s'exprime en ces termes, évidemment trop favorables, sur les études mathématiques de celui-là: »je vous vois, Monsieur, dans une si belle carrière, et si bien avancé dans la subtile géométrie, que je puis augurer sans témérité que vous serez un jour un de nos plus grands géomètres.»

[7] Le 27 septembre 1708 Burnet envoyait à Jean Bernoulli une méthode de déterminer l'aire de la courbe $z^m + ay^n = bz^ty^r$.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Cantor. VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. DRITTER BAND. VOM JAHRE 1668 BIS ZUM JAHRE 1758. DRITTE ABTHEILUNG. DIE ZEIT VON 1727 BIS 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°, XIV p. + p. 473—893.

La troisième partie du troisième tome des *Vorlesungen* de M. CANTOR embrasse 18 chapitres. Dans les quatre premiers l'auteur rend compte des ouvrages d'histoire des mathématiques, des éditions d'auteurs classiques et des dictionnaires mathématiques, ainsi que de l'arithmétique et de la géométrie élémentaire avec la théorie des parallèles. Ensuite neuf chapitres sont consacrés aux sujets suivants: l'algèbre, la théorie des nombres, l'analyse combinatoire et le calcul des probabilités, la théorie des séries et l'analyse algébrique, le calcul différentiel. Enfin trois chapitres se rapportent à la géométrie analytique, un aux recherches sur les problèmes des maxima et des minima, et le dernier aux intégrales définies et aux équations différentielles. Au commencement, on trouve une préface contenant plusieurs corrections aux deux parties précédentes, et à la fin l'éditeur a ajouté une table des noms et des matières embrassant 15 pages à deux colonnes.

Dans notre analyse du cahier III:2 des *Vorlesungen* (Biblioth. Mathem. 1896, p. 17—24) nous avons appelé l'attention sur les difficultés qui se présentent actuellement à l'exposition de l'histoire générale des mathématiques à partir du commencement du 18[e] siècle. Heureusement, pour ce qui concerne la période 1727—1758, il y a une raison pour laquelle ces difficultés sont plus petites que dans la période précédente, savoir la position dominante qu'EULER occupe ici par ses nombreux et importants ouvrages. En effet l'histoire des mathématiques 1727—1758 est à peu près à demi l'histoire des découvertes d'EULER, et ces découvertes sont exposées dans les écrits originaux accessibles sans peine et rédigés d'une manière si claire et si détaillée qu' en général, l'historien n'a pas besoin d'expliquer, mais peut se restreindre à analyser et à résumer. D'autre part, on ne doit pas se figurer que M. CANTOR ait pu écrire la dernière partie de ses *Vorlesungen* au courant de la plume; au contraire cette partie lui a sans doute coûté beaucoup de travail assez pénible.

Conformément à ce que nous avons fait dans notre analyse de la partie précédente des *Vorlesungen*, nous nous permettons d'insérer ici quelques petites observations auxquelles la lecture de la nouvelle partie a donné lieu.

P. V. Le mathématicien espagnol »Antonio Hugo« signalé par M. CANTOR est sans doute identique à A. H. OMERIQUE mentionné à la page VI et dont les deux prénoms étaient Antonio Hugo. Probablement M. CANTOR a tiré sa notice d'un article de M. LORIA, qui, de son côté, s'est appuyé sur une indication de M. GALDEANO à la page 36 de l'écrit: *Estudios criticos sobre la generación de los conceptos matematicos* **2** (Madrid 1890).

P. 476. D'après J. W. MÜLLER *(Auserlesene mathematische Bibliothek,* Nürnberg 1820, p. 207), le nom du rédacteur de la nouvelle édition du *Mathematisches Lexicon* de CHR. WOLFF était RICHTER (probablement G. F. RICHTER, né en 1691, mort en 1742).

P. 486. Aux écrits d'histoire des mathématiques cités par M. CANTOR, on peut ajouter les suivants, qui ont été mentionnés dans la Biblioth. Mathem. 1889, p. 3—4, 76; 1890, p. 100; 1892, p. 71; 1897, p. 60.

Strömer, M., Specimen historiæ literariæ de arte conjectandi. Upsaliæ 1731.

Helsingius, G., Exercitium academicum historiam literariam algebræ sistens. I. Upsaliæ 1737.

Profe, G., De caussis incrementorum, quæ mathesis recentiori ætate cepit. Altonæ 1740.

Duræus, S., De analysi veterum geometrica. Upsaliæ 1746

Elvius, P., Historien om mathematiska vetenskaper. [Discours sur l'histoire des mathématiques.] Stockholm 1746.

Anchersen, M., Oratio de mathematicis danorum (Dänische Bibliothek **8**, 1746, 701—720).

Elvius, P., Vetenskapernas historia. Om krokuga linier i gemen och om trajectorier i synnerhet. [Sur l'histoire des lignes courbes et en particulier des trajectoires.] Vetenskaps-akad. handl. (Stockholm) **9**, 1748, 81—95. — Trad. en allemand dans les »Abhandl. d. schwed. Akad. d. Wissensch.« **10** (1748), 81—96, et en latin dans les »Analecta Transalpina« **2** (1747—1752), 144—151.

Melander[hjelm], D., Disputatio de natura et veritate methodi fluxionum. Upsaliæ 1752.

Wargentin, P., Af vetenskapernas historia; om logarithmerna. [Sur l'histoire des logarithmes.] Vetenskapsakad. handl. (Stockholm) **13**, 1752, 1—11. — Trad. en allemand dans les »Abhandl. d. schwed. Akad. d. Wissensch.« **14** (1752), 3—15, et en latin dans les »Analecta Transalpina« **2** (1747—1752), 378—387.

Giovanni, F., De numeralium notarum minuscolarum origine. (1753.)

Gessner, J., Oratio de præclaris Helvetiorum meritis in mathesi. Tiguri 1733.

Meldercreutz, J., De summatione seriei reciprocæ e quadratis numerorum naturalium. Holmiæ 1755.

P. 489. Il convient de mentionner qu'une seconde édition du *Mathematical dictionary* de Moxon (1627—1700) a été publiée en 1692 par H. Coley. J. W. Müller (l. c. p. 206) signale une édition de l'année 1715. — L'édition originale du *Dictionnaire mathématique* d'Ozanam a paru à Paris; l'édition d'Amsterdam porte sur le feuillet de titre les mots: »Sur l'Imprimé à Paris».

P. 499. Une petite faute de plume qui s'est glissée à la page 50, est répétée ici; la note de Leibniz dont il s'agit se trouve dans les Acta Eruditorum 1683 (non 1682).

P. 616. »Ein wesentlicher Verdienst dieser Schrift (c. à d. *Essai sur la probabilité de la durée de la vie humaine par* Deparcieux, Paris 1746) ist die Einführung des Begriffes der mittleren Lebensdauer eines Neugeborenen, als welche Deparcieux den Bruch

$$\frac{a_0 + 2a_1 + 3a_2 + 4a_3 + \dots}{a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots}$$

benennt, in welchem $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ die Anzahl der gleichzeitig Geborenen angiebt, von welchen a_0 im Verlaufe des ersten, a_1 im Verlaufe des zweiten, a_2 und a_3 im Verlaufe des dritten, des vierten Lebensjahres sterben, u. s. w.» Cette indication qui semble tirée de l'ouvrage de L. Moser: *Die Gesetze der Lebensdauer* (Berlin 1839), n'est pas parfaitement exacte. D'une part, Deparcieux donne pour valeur de la vie moyenne d'un nouveau-né l'expression

$$\frac{\frac{1}{2}a_0 + \frac{3}{2}a_1 + \frac{5}{2}a_2 + \frac{7}{2}a_3 + \dots}{a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots},$$

d'autre part la notion de vie moyenne a été introduite avant Deparcieux par Kersseboom (1742; cf. G. F. Knapp, *Theorie des Bevölkerungswechsels*, Braunschweig 1874, p. 65, 135).

P. 633. M. Cantor fait observer que, par le mémoire d'Euler *De progressionibus transcendentibus, seu quarum termini generales algebraice dari nequeunt*, la fonction Γ a été introduite dans la science. Il aurait pu mentionner ici qu'Euler avait défini la fonction Γ sous la forme d'un produit infini déjà dans une lettre adressée à Goldbach le 13 octobre 1729 (cf. p. 673).

P. 645. En parlant d'un mémoire d'EULER inséré au tome IX (1739) des Comment. Acad. sc. Petropolitanæ, M. CANTOR dit que dans ce mémoire »die erste uns bekannte Benutzung des Buchstaben e für die Basis des natürlichen Logarithmensystems sich findet». Mais à la page 32 de la Biblioth. Mathem. 1894 M. W. W. BEMAN a rappelé que la lettre e a été utilisée à cet effet déjà dans une lettre d'EULER à GOLDBACH datée le 25 novembre 1731 et publiée par FUSS.

P. 663. Après avoir rendu compte de l'exposition que MACLAURIN a donnée, dans son *Treatise of fluxions,* de la série actuellement connue sous le nom de la »formule sommatoire d'EULER», M. CANTOR pose la question si MACLAURIN a eu connaissance des recherches d'EULER sur le même sujet, et croit devoir résoudre cette question dans le sens de la négative. De notre côté, nous sommes arrivé à la même conclusion il y a 19 ans dans notre note: *Om upptäckten af den Eulerska summationsformeln,* insérée à l'Öfversigt af [svenska] vetenskaps-akademiens förhandlingar **36**, 1879, n:o 10, p. 3—17. En dehors des raisons rapportées par M. CANTOR, nous y avons fait observer aussi que, d'après une indication de MACLAURIN dans la préface de son ouvrage, la plus grande partie du premier tome du *Treatise of fluxions,* où se trouve la formule dont il s'agit, était imprimée déjà en 1737 (comparez CANTOR, p. 721) tandis que le tome des Commentarii acad. sc. Petropolitanæ où EULER a signalé la formule pour la première fois, n'a paru qu'en 1738. En même temps nous avons fait remarquer que MACLAURIN a publié le premier la loi d'après laquelle les coefficients des termes de la série sont formés.

P. 666. Déjà plus d'une année avant la lettre citée du 9 décembre 1741, EULER avait adressé à JEAN BERNOULLI une autre lettre où il signale l'identité entre les deux expressions $2\cos x$ et $e^{x\sqrt{-1}}+e^{-x\sqrt{-1}}$ (cf. ENESTRÖM, *Sur la découverte de l'intégrale complète des équations différentielles linéaires à coefficients constants;* Biblioth. Mathem. 1897, p. 48).

P. 772. Le nom du mathématicien cité par L. CARRÉ n'est pas »Koenersma» mais KOËRSMA. Sans doute il s'agit de JACOBUS KOËRSMA, qui a publié en 1690 une petite brochure: *Brief aan Lieuwe Willemz Graef* (cf. BIERENS DE HAAN, *Bibliographie néerlandaise ... des ouvrages ... sur les sciences mathématiques et physiques,* Rome 1883, p. 153). Du reste, la cardioïde était assez connue déjà avant CARRÉ, bien qu'on la considérât ordinairement comme une épicycloïde engendrée par un point d'un cercle mobile qui roule sans glisser sur un cercle de même

rayon; en effet elle est mentionnée p. ex. dans le *Dictionaire mathématique* d'OZANAM (voir l'édition d'Amsterdam 1691, p. 102—104), qui fait voir aussi que cette courbe a la propriété signalée par M. CANTOR à la page 772.

P. 796. Par la reproduction facsimilée de la première page du traité de MARIA AGNESI, que M. REBIÈRE a inserée à la page 9 de la 2[e] édition de son ouvrage *Les femmes dans la science* (Paris 1897), on voit que le titre était *Instituzioni* (non »Istituzioni») *analitiche*.

P. 816, 829. M. CANTOR fait mention du professeur KLINGENSTIERNA à Upsala, sans y ajouter des renseignements biographiques. On pourrait en conclure que KLINGENSTIERNA était une personne assez obscure, mais cette conclusion n'est pas juste. KLINGENSTIERNA, qui naquit à Tollefors en 1698, fut en 1728 professeur des mathématiques et en 1750 professeur de la physique à l'université d'Upsala, en 1756 précepteur du prince GUSTAVE (plus tard roi sous le nom de GUSTAVE III), et mourut à Stockholm en 1765. Appelé avec raison »le premier mathématicien de la Suède», il est connu en premier lieu par ses recherches sur la construction de lunettes achromatiques. Dans le domaine des mathématiques pures il a publié plusieurs mémoires et laissé en manuscrit plus de 200 écrits; il s'est occupé aussi de la restitution des *Porismes* d'EUKLIDES. Un de ses mémoires imprimés aurait peut-être mérité d'être signalé par M. CANTOR, savoir celui sur l'intégration des équations différentielles linéaires, publié sous le titre: *Et nytt sätt at integrera differential Equationen* $X = Ay + \frac{Bdy}{dx} + \frac{Cd^2y}{dx^2} + \frac{Dd^3y}{dx^3} + \frac{Ed^4y}{dx^4}$ + &c. dans les Vetenskapsakademiens handlingar **16** (1755), p. 224—239 (traduction allemande dans les Abhandl. d. schwed. Akad. d. Wissensch. 1755, p. 224—236).

P. 822. On pourrait ajouter ici que JEAN BERNOULLI s'est servi d'un facteur intégrant aussi pour l'intégration de l'équation différentielle mentionnée par M. CANTOR à la page 864.

P. 864. D'après une indication donnée par nous dans la Biblioth. Mathem. 1897, p. 49, M. CANTOR a restitué la méthode de JEAN BERNOULLI pour l'intégration d'une certaine équation différentielle linéaire du $n^{\text{ème}}$ ordre. Au fond la restitution coïncide avec la méthode dont il s'agit, mais JEAN BERNOULLI l'a exposée sous une autre forme, et ci-dessous nous nous permettons de reproduire textuellement sa solution, d'après

le brouillon gardé à la Bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm.

Problema analyticum.

Reducere æquationem differentialem cujusque gradus quæ hanc habet formam

$$ydx + axdy + \frac{bxxddy}{dx} + \frac{cx^3 d^3 y}{dx^2} + \text{etc.} = 0,$$

quotquot sunt termini, ex. gr. quatuor; eadem est etenim regula pro pluribus, ad aliam æquationem uno grado depressiorem.

Sit illa, hæc

$$ydx + axdy + \frac{bxxddy}{dx} + \frac{cx^3 d^3 y}{dx^2} = 0.$$

Solutio. Multiplicando per x^p prodit

$$yx^p dx + ax^{p+1} dy + \frac{bx^{p+2} ddy}{dx} + \frac{cx^{p+3} d^3 y}{dx^2} = 0.$$

Ad terminum primum addo terminum analogum secundo, qui ambo simul sint integrabiles, deinde huic analogo secundo sub signo contrario addo terminum analogum tertio, qui ambo simul sint integrabiles, et ita ad finem usque, ut videre est ex sequenti laterculo:

$$\int\left(yx^p dx + \frac{1}{p+1} x^{p+1} dy\right) = \frac{1}{p+1} x^{p+1} y,$$

$$\int\left(-\frac{1}{p+1} x^{p+1} dy - \frac{x^{p+2} ddy}{p+1 . p+2 . dx}\right) = -\frac{x^{p+2} dy}{p+1 . p+2 . dx},$$

$$\int\left(\frac{x^{p+2} ddy}{p+1 . p+2 . dx} + \frac{x^{p+3} d^3 y}{p+1 . p+2 . p+3 . dx^2}\right)$$
$$= \frac{x^{p+3} ddy}{p+1 . p+2 . p+3 . dx^2}.$$

Nunc multiplico secundum et tertium per coëfficientes constantes e et f, quorum valores ut et valor exponentis p postea quærendi sunt, atque laterculus erit ut sequitur

$$\int\left(yx^p dx + \frac{x^{p+1} dy}{p+1}\right) = \frac{x^{p+1} y}{p+1},$$

$$e\int\left(-\frac{x^{p+1} dy}{p+1} - \frac{x^{p+2} ddy}{p+1 . p+2 . dx}\right) = -\frac{ex^{p+2} dy}{p+1 . p+2 . dx},$$

$$f\int\left(\frac{x^{p+2}ddy}{p+1.p+2.dx}+\frac{x^{p+3}d^3y}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\right)$$
$$=\frac{fx^{p+3}ddy}{p+1.p+2.p+3.dx^2}.$$

Conjungendo terminos analogos, nascetur æquatio sequens

$$\int\left(yx^p dx+\frac{\overline{1-e}.x^{p+1}dy}{p+1}+\frac{\overline{f-e}.x^{p+2}ddy}{p+1.p+2.dx}\right.$$
$$\left.+\frac{fx^{p+3}d^3y}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\right)$$
$$=\frac{x^{p+1}y}{p+1}+\frac{-ex^{p+2}dy}{p+1.p+2.dx}+\frac{fx^{p+3}ddy}{p+1.p+2.p+3.dx^2}\pm A.$$

Notæ quod A sit constans arbitraria quæ in integrationibus addi vel subtrahi solet.

Porro ut membrum prius identificetur cum differentiali proposito seu cum ejus æquivalente

$$yx^p dx+ax^{p+1}dy+\frac{bx^{p+2}ddy}{dx}+\frac{cx^{p+3}d^3y}{dx^2},$$

oportet coæquare coefficientes terminorum homogeneorum, nempe:

$$a=\frac{1-e}{p+1},\quad b=\frac{f-e}{p+1.p+2},\quad c=\frac{f}{p+1.p+2.p+3},$$

unde lucrabimur

$$e=(p+1.p+2.p+3)c-(p+1.p+2)b$$

et

$$f=(p+1.p+2.p+3)c;$$

ipsius vero p valor est radix hujus æquationis

$$1-(p+1)a+(p+1.p+2)b-(p+1.p+2.p+3)c=0,$$

quæ erit trium dimensionum. His igitur valoribus substitutis in altero membro, orietur quæsita æquatio reducta differentialis uno gradu simplicior quam proposita, quæ scilicet hic erit:

$$\frac{x^{p+1}y}{p+1}+[-(p+3)c+b]\frac{x^{p+2}dy}{dx}+\frac{cx^{p+3}ddy}{dx^2}\pm A=0.$$

Rejecta arbitraria A et tum dividendo per x^{p+1} prodibit æquatio minus quidem universalis sed multo simplicior,

$$\frac{y}{p+1} + [b - (p+3)c]\frac{xdy}{dx} + \frac{cxxddy}{dx^2} = 0.$$

Ceterum vero, servata licet arbitraria A, jam videmus formam quam induit æquatio reducta ex differentiali tertii gradus ad differentialem secundi gradus, quæ forma utique similis est illi quam habet ipsa reducenda, ratione progressionis dimensionum tam ipsius x quam graduum differentialium ipsius dy; unde statim concludere licebit si jam ulterius reducatur, per hanc methodum, æquatio reducta differentialis secundi gradus, ad aliam primi gradus, quæ habitura sit talem formam

$$ax^q y + \frac{bx^{q+1}dy}{dx} \pm Ax^r \pm B = 0.$$

Quæ ipsa post institutam reductionem tertiam quæ hic est finalis, abibit tandem in æquationem finitam sine differentialibus hujus formæ

$$mx^n y \pm Ax^s \pm Bx^t \pm C = 0,$$

ubi cum A, B, C sint assumtæ arbitrariæ possunt illic omnino negligi, retenta sola C, ita ut pro æquatione quæsita sit tantum

$$mx^n y \pm C = 0;$$

per consequens curva ex genere vel hyperbolarum vel parabolarum est, prout exponens n est vel affirmativus vel negativus.

Pour ce qui concerne le »Register» (où il y a quelques legères inadvertances, p. ex. p. 893 deux renvois inexacts sous le nom de WILKINS) il aurait été à désirer qu'il se fût rapporté aussi à la préface, parce qu'elle contient beaucoup d'indications assez importantes.

Parmi les fautes d'impression nous ne signalerons que les deux à la page 596, lignes 15 et 18, où il faut lire »Theiler» et »Theilern» (diviseurs) au lieu de »Theile» et »Theilen» (parties).

Avec le cahier dont nous venons de rendre compte, M. CANTOR a terminé définitivement son traité de l'histoire générale des mathématiques: dans la préface il nous avertit qu'il est arrivé maintenant au point, au delà duquel il n'a pas eu l'intention de continuer son ouvrage, et que désormais il n'a qu'à rédiger, si la public en aura besoin, de nouvelles éditions des trois tomes parus. C'est un important travail qu'il a ainsi mené

à bonne fin, et nous avons tout lieu d'en féliciter non seulement l'auteur mais aussi tous ceux qui s'occupent de l'étude de l'histoire des mathématiques. Quant aux nouvelles éditions, nous espérons qu'elles seront bientôt nécessaires, et que M. CANTOR pourra en profiter pour compléter les parties de son ouvrage où les matériaux lui ont fait faute jusqu'ici (voir p. ex. le chapitre »Rechenkunst, besonders in Deutschland», pages 491—505 du cahier III:3).

Dans la préface M. CANTOR exprime aussi ce qu'il pense sur la continuation de son oeuvre au delà de l'an 1758; il la trouve naturellement très désirable, bien qu'il ne soit pas en état de l'entreprendre lui-même. Il discute la forme de cette continuation, et il fait ressortir qu'une exposition à part de chaque branche des mathématiques, très recommendable à un certain point de vue, n'admettrait pas un aperçu du caractère spécifique de l'activité scientifique des différentes époques du développement des mathématiques. Sans doute cette observation est juste, mais d'une part une exposition liée de l'histoire générale des mathématiques récentes n'est guère possible, d'autre part on peut remédier à l'inconvénient signalé par M. CANTOR en rédigeant, après que les différentes monographies historiques soient achevées, un bref aperçu de l'histoire générale des mathématiques à partir de l'an 1759. M. CANTOR nomme aussi quatre savants, dont chacun serait apte à continuer son ouvrage, mais, tout en reconnaissant leur capacité et leur érudition, nous faisons observer que, selon nous, aucun d'eux ne saurait exécuter seul le travail, à cause de l'énorme nombre d'écrits qu'il lui faudrait examiner et résumer. En revanche, il leur serait assurément possible de le faire à des forces réunies et avec le concours d'autres personnes compétentes, et nous espérons vivement de voir paraître bientôt, sur l'initiative de M. CANTOR et sous sa direction, une série complète de monographies se rapportant à l'histoire des différentes branches des mathématiques récentes.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1898: 1.

Физико-математическія науки въ ихъ настоящемъ и прошедшемъ. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.

11:4 (1892). Les sciences mathématiques dans leur état actuel et passé. Journal publié par V. V. Bobynin.

Amodeo, F., La prima data dell' accademia reale di Napoli.
Napoli, Accad. d. sc., Rendiconto 4_3, 1898, 102—108.

Amodeo, F. e **Croce, B.**, Carlo Lauberg ed Annibale Giordano prima e dopo la rivoluzione del 1799.
Archivio storico per le provincie Napolitane 23, 1898. 7 p.

БОБЫНИНЪ, В. В., Очерки исторіи развитія физико-математическихъ знаній въ Россіи. Эпоха государственнаго содѣйствія развитію научныхъ знаній.
Fiziko-matem. naouki 11 (1892), 1898, 200—237. — Bobynin, V. V., Esquisses d'histoire du développement des connaissances mathématiques et physiques en Russie. Epoque du concours du gouvernement pour le développement des connaissances scientifiques.

БОБЫНИНЪ, В. В., Изъ біографіи Нильса-Генрика Абеля.
Fiziko-matem. naouki 11 (1892), 1898, 177—199. — Bobynin, V. V., De la biographie de N.-H. Abel. (Vie et travaux d'Abel après son retour à la patrie.)

БОБЫНИНЪ, В. В., Русская физико-математическая библіографія. 3 : 1 [1800—1805]. Москва 1892—1898.
8°, 171 + (1) p. — Bobynin, V. V., Bibliographie russe des sciences mathématiques et physiques. Catalogue de livres et de mémoires des sciences mathématiques et physiques publiés en Russie depuis l'invention de l'imprimérie jusqu'à ce jour. — Appendice au journal »Fiziko-matematitcheskia naouki».

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898.
8°, XIV p. + p. 473—893.

Chrzaszczewski, S., Desargues' Verdienste um die Begründung der projectivischen Geometrie.
Arch. der Mathem. 16_2, 1898, 119—150.

Eneström, G., A propos de l'interprétation du titre »samielois» d'Albert Girard.
Biblioth. Mathem. 1898, 18.

Eneström, G., Sur quelques propositions de planimétrie énoncées dans un manuscrit norvégien du 14e siècle.
Biblioth. Mathem. 1898, 19—22.

Hardcastle, Frances, Some observations on the modern theory of point groups.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 4_2, 1898, 390—402. — Avec deux listes bibliographiques.

Pierpont, J., Early history of Galois' theory of equations.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 4_2, 1898, 332—340.

Smith, D. E., On the course in the history of mathematics in the Michigan State Normal College.
Biblioth. Mathem. 1898, 13—17.

СОНИНЪ, Н., Рядъ Ивана Бернулли. (Эпизодъ изъ исторіи математики.)
S:t Pétersbourg, Acad. d. sc., Isvjestija **7**, 1897, 337—353. — Sonin, N., La série de Jean Bernoulli. (Episode de l'histoire des mathématiques.)

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1898, 5—12.

Vailati, G., Le speculazioni di Giovanni Benedetti sul moto dei gravi.
| *Torino*, Accad. d. sc., Atti **33**, 1898. 27 p.

Vaux, C. de, Une proposition du livre des Fils de Mousa sur les calculs approchés.
Biblioth. Mathem. 1898, 1—2.

Vaux, C. de, Une solution du problème des deux moyennes proportionelles entre deux droites données.
Biblioth. Mathem. 1898, 3—4.

Question 67 [sur la découverte de la courbe logarithmique].
Biblioth. Mathem. 1898, 31—32. (G. Eneström.)

Brocard, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1898, 23—27. (G. Eneström.)

Curtze, M., Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso editit et præfatus est. Sumtibus Societatis regiæ scientiarum danicæ. Hauniæ, Höst 1897. 8°.
Deutsche Litteraturzeitung 1898, 707—708. (G. Eneström.)

Russell, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 16—18. (G. L.)

Wessel, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. Valentiner et T. N. Thiele par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897. 4°.
Bollett. di storia matem. **1**, 1897, 15. (G. L.) — Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{21}_2$, 1897, 229—230.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1898, 27—31.

ANFRAGEN. — QUESTIONS

68. Dans son écrit *Porto astronomico* publié à Padova en 1636, le mathématicien juif EMANUEL PORTO fait mention d'un certain »Josteglio», qui aurait développé la méthode de prosthapheresis (voir G. WERTHEIM, *Emanuel Porto's Porto astronomico;* Monatsschr. für Gesch. und Wissensch. des Judenthums **41**, 1897, p. 619). Comme le savant suisse JOOST BÜRGI s'est occupé précisément de ce sujet (cf. p. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **2**, 1892, p. 589), il semble très probable que l'indication de PORTO se rapporte à lui. Est-ce qu'il y a quelque autre interprétation admissible du mot »Josteglio»? (G. Eneström.)

69. In den Exemplaren vom Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. herrscht nicht Übereinstimmung. In meinem Exemplar und in dem der K. Bibliothek in Berlin existirt in Bd. VI (1873) p. 151, 152 nicht, in anderen Exemplaren existiren sie. Ich vermute dass man ursprünglich das nächste Heft irrtümlich mit p. 153 begann und später (wann?) die letzten Seiten umdruckte, um das anscheinende Defect zu beseitigen (oder ist etwas hinzugekommen?). — Obige Exemplar haben nur zwei Tafeln, deren erste: »Cod. Vat. 2973»; ein anderes Exemplar soll vier Tafeln enthalten; was enthalten Taf. 3 u. 4, und zu welchen Seiten gehören Sie? — In Band XII der k. Bibl. beginnt Bogen 77 auf p. 601 — Bogen 78 p. 609 (Anf. »Polytechn. Bibliothek»), — Bogen 79 p. 619 (»n. X un manuscr. inédit de BACHET») — Bogen 80 p. 627 (»Prop. 10») — Bogen 81 p. 635 (»quod quidem ostendimus»); in einem anderen Exemplar beginnt Bogen 81 mit p. *633*, es muss also wiederum ein Umdruck der Bogen, wahrscheinlich schon von p. 617 an (wenn Bogen 78 nur 8 Bl. enthielt) stattgefunden haben? (M. Steinschneider.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 10 juin 1898.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1898.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898. STOCKHOLM. N° 3.

NEUE FOLGE. 12. Preis des Jahrgangs 4 M. NOUVELLE SÉRIE. 12.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. Prix par an 5 fr. PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Zur Geschichte des sphärischen Polardreieckes.

Von A. VON BRAUNMÜHL in München.

Es ist, so viel mir bekannt, eine bisher noch immer nicht endgiltig entschiedene Frage, ob VIETA das *eigentliche* Polar- oder Supplementardreieck eines sphärischen Dreieckes kannte und anwendete, denn Herr M. CANTOR[1] gibt wol an, dass VIETA zum erstenmale dasselbe *erwähnt,* wobei er auf jene höchst unklare Definition[2] desselben verweist, trotz der sich seinerzeit DELAMBRE[3] veranlasst sah, VIETA die Kenntnis dieses Dreieckes abzusprechen, und FR. RITTER nimmt für VIETA in seiner wertvollen Monographie[4] diese Kenntnis auf das bestimmteste in Anspruch, bleibt aber die Beweise dafür schuldig, indem er nur eine achtsamere Betrachtung der Figuren, die jener mittheilt, empfiehlt. Es dürfte daher nicht ganz überflüssig erscheinen, dieser Frage eine genauere Untersuchung zu theil werden zu lassen, zumal da sich hieran noch einige andere Mittheilungen knüpfen lassen, die, wie ich glaube, noch wenig bekanntes bringen.

Zunächst ist folgendes zu bemerken. In F. VIETÆ *Variorum de rebus mathematicis responsorum liber octavus,* das 1593 erschien und in die von Fr. VAN SCHOOTEN, dem Jüngeren, veranstaltete Ausgabe der Werke VIETAS aufgenommen ist, behandelt er[5] die Hauptfälle des schiefwinkeligen sphärischen Dreieckes, die er auf 8 reduziert, theilweise auf eine damals völlig neue Art, *und stellt,* was für unsere Frage sehr bemerkenswert ist, *stets die beiden sich polar entsprechenden Fälle unmittelbar nach-*

einander, die er dann auch mit den sich polar entsprechenden Formeln löst. Dabei waren diese letzteren damals theils in der von ihm angegebenen *Form,* theils nach *Form* und *Inhalt* völlig neu. Wir wollen sie hier zusammenstellen, indem wir den Wortlaut der Sätze durch die uns geläufigeren Formeln genau wiedergeben und uns den Radius $= 1$ zu setzen erlauben.

Die ersten zwei Probleme sind (XV und XVI): *Aus den drei Seiten die Winkel und aus den drei Winkeln die Seiten zu berechnen.*

Die zur Lösung der ersteren dieser beiden Aufgaben gegebene Vorschrift[6] lautet:

$$(\sin a \sin b) : (\cos c \mp \cos a \cos b) = 1 : \cos C.$$

Es tritt hier, nebenbei bemerkt, der Cosinussatz zum erstenmale in dieser uns geläufigen Form auf. Die Veränderungen, der diese Formel ausgesezt ist, je nachdem $c \gtrless 90^\circ$ und a und b beide gleichartig oder ungleichartig sind, werden ebenfalls hier zum erstenmale präzis angegeben:

das obere Zeichen ist zu nehmen, wenn

(1) $\begin{cases} c < 90^\circ \text{ und} \\ a \text{ und } b \text{ verschiedenartig sind, dann folgt } C < 90^\circ, \end{cases}$

(2) $\begin{cases} c > 90^\circ \text{ und} \\ a \text{ und } b \text{ gleichartig, dann folgt } C > 90^\circ. \end{cases}$

Das untere Zeichen muss genommen werden, wenn

(1) $\begin{cases} c < 90^\circ \text{ und} \\ a \text{ und } b \text{ gleichartig sind, dann folgt } C \lesseqgtr 90^\circ, \end{cases}$

(2) $\begin{cases} c > 90^\circ \text{ und} \\ a \text{ und } b \text{ ungleichartig, dann folgt } C \gtrless 90^\circ. \end{cases}$

Auch wird der spezielle Fall $a = b$ erwähnt und zu dessen Berechnung die elegante Formel

$$1 : \sin a = \operatorname{cosec}\frac{c}{2} : \operatorname{cosec}\frac{C}{2}$$

angegeben.

Für die zweite der erwähnten Aufgaben heisst die Vorschrift

$$(\sin A \sin B) : (\cos A \cos B \pm \cos C) = 1 : \cos c,$$

wozu wieder, wie auch in allen folgenden Fällen, eine genaue Determination angegeben wird.

Für den speziellen Fall $A = B$ hat man die Formel:

$$1 : \sin A = \sec\frac{C}{2} : \sec\frac{c}{2}.$$

Auch diese Sätze sind in der vorliegenden Gestalt völlig neu. Allerdings findet sich der sphärische Cosinussatz für die Winkel schon in der zwei Jahre früher erschienenen Schrift PHILIPP LANSBERGS: *Triangulorum geometriæ libri IV* (Lugd. Bat. 1591)[7], aber in folgender schwerfälliger Form:

$1 : (\sin A \sin B) = \text{sinvers}\, c : [\text{sinvers}\, C - \text{sinvers}\, (180^\circ - A - B)]$.

LANSBERG nimmt diesen Satz ausdrücklich als sein Eigentum in Anspruch, obwol er keine stichhaltige Ableitung desselben anführt. Auch bei seinen Zeitgenossen galt er als der Erfinder desselben, wie z. B. SIMON STEVIN erwähnt,[8] und auch ich konnte das Theorem in keiner früheren Druckschrift finden. Interessant ist es übrigens, dass dasselbe auch in TYCHO BRAHES hinterlassenem Manuscript: *Triangulorum sphaericorum praxis arithmetica*[9] steht, das zwischen 1591 und 1595 entstand. Da dasselbe nur eine zu eigenem Gebrauche und für seine Schüler angefertigte Zusammenstellung von Formeln ist, von denen einige schon länger in den Händen des dänischen Astronomen waren,[10] so scheint dieser, oder einer seiner Schüler den Satz vor LANSBERG gefunden zu haben, wie wir dies sicher auch von VIETA annehmen dürfen. Unmöglich wäre es auch nicht, dass LANSBERG und TYCHO von des letzteren Methode vor ihrer Veröffentlichung Nachricht erhalten hätten.

An zweiter Stelle behandelt VIETA nacheinander (XVII und XVIII) die beiden Aufgaben: *Aus zwei Seiten (b und c) und dem eingeschlossenen Winkel A einen zweiten Winkel C, und aus zwei Winkeln (B und C) und der zwischenliegenden Seite (a) eine zweite Seite (c) zu suchen.*

Hiezu gibt er die beiden zueinander polaren Sätze:

$$(\sin A \operatorname{cosec} b) : (\operatorname{ctg} c \mp \cos A \operatorname{ctg} b) = 1 : \operatorname{ctg} C,$$

$$(\sin a \operatorname{cosec} B) : (\operatorname{ctg} C \pm \cos a \operatorname{ctg} B) = 1 : \operatorname{ctg} c,$$

indem er wieder genau bestimmt, wann die beiden Zeichen einzutreten haben; ausserdem werden auch für die beiden speziellen Fälle $b = c$ und $B = C$ die Formeln:

$$1 : \sec c = \operatorname{ctg}\frac{A}{2} : \operatorname{ctg} C$$

und

$$1 : \sec C = \operatorname{tg}\frac{a}{2} : \operatorname{ctg} c$$

mitgetheilt.

Diese hier angeführten Sätze waren damals *völlig neu und entsprechen dem dritten Hauptsatze der sphärischen Trigonometrie und seiner Polarformel.*

Weiter folgt die Behandlung der beiden Aufgaben (XIX und XX): *Aus denselben Angaben wie oben, die dritte Seite, respektive den dritten Winkel direkt zu berechnen.*

Hiezu bedient er sich aber merkwürdiger Weise nicht direkt der beiden Cosinussätze, sondern gibt die beiden, wenigstens in dieser Gestalt neuen Formeln:

$$(\operatorname{cosec} b \operatorname{cosec} c) : (\cos A \pm \operatorname{ctg} b \operatorname{ctg} c) = 1 : \cos a,$$
$$(\operatorname{cosec} B \operatorname{cosec} C) : (\cos a \mp \operatorname{ctg} B \operatorname{ctg} C) = 1 : \cos A,$$

die sich aus jenen Sätzen ergeben; auch hier wird wieder der Gebrauch der verschiedenen Zeichen erläutert.

Die letzten zwei Probleme: *Aus zwei Seiten und dem Gegenwinkel der einen, den anderen Gegenwinkel zu finden,* und die hiezu reziproke Aufgabe werden in einer Nummer XXI zusammengestellt, bieten aber ausser dieser Nebeneinanderstellung nichts bemerkenswertes, weil bei ihrer Lösung nur der sich selbst reziproke Sinussatz zur Anwendung kommt.

Ableitungen oder Beweise hat Vieta seinen Sätzen, mit denen er seiner Zeit weit worauseilte, leider nicht beigegeben, obwol dies sicher zu einer rascheren Verbreitung derselben beigetragen hätte, als sie in Wirklichkeit stattfand. Doch kehren wir zu unserem eigentlichen Stoffe zurück!

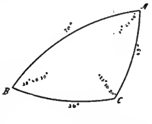
Da scheint es mir nun, dass schon, wer nichts weiter gesehen hat, als diese Nebeneinanderstellung der polaren Aufgaben und deren Lösungen, wie ich sie oben mittheilte, die Überzeugung gewonnen haben wird, dass Vieta ein Prinzip besass, mit dem er je zwei aus einander abzuleiten verstand, und in der That gibt er dieses Prinzip, welches er *Enallage πλευρογωνίχη* (Vertauschung von Seiten und Winkeln) nennt, auch in Figuren an, deren Bedeutung durch die eingeschriebenen Zahlen nicht misszuverstehen ist.

Beachten wir, dass wenn ABC ein sphärisches Dreieck ist, und die Pole der Seiten BC, CA, AB der Reihe nach mit A′, A″; B′, B″; C′, C″ bezeichnet werden, die sämtlichen zu ABC reziproken Dreiecke erhalten werden, indem man diese Pole zu dreien combinirt und diejenigen Combinationen ausschliesst, welche nicht alle drei Buchstaben A, B, C enthalten. Hieraus ergeben sich folgende 8 Dreiecke:

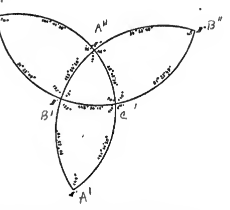
*A′ B′ C′	A″ B″ C″
A′ B′ C″	*A″ B″ C′
A′ C′ B″	*A″ C″ B′
*B′ C′ A″	B″ C″ A′.

Von diesen hat Vieta *jene vier mit * bezeichneten gefunden und wiederholt gezeichnet,* und unter ihnen befindet sich das einzige Supplementardreieck, das es gibt, während bekanntlich die übrigen Dreiecke zum ursprünglichen in der Beziehung stehen, dass ihre Winkel und Seiten jenen nur theilweise supplementär und theilweise direkt gleich sind. Jedes dieser vier Dreiecke kann also sehr wol dazu benutzt werden, um aus einer gegebenen Formel die reziproke abzuleiten.

Doch theilen wir, um unsere obige Behauptung zu belegen, eines der drei Beispiele mit, die Vieta angibt. Auf Seite 425 seiner Werke findet sich ein sphärisches Dreieck gezeichnet, das ich, um an die übrigen Ausführungen anschliessen zu können, mit ABC bezeichne, während Vieta ABD schreibt. Dasselbe ist mit den eingeschriebenen Winkeln und Seiten, wie es von ihm angegeben wird, in beistehender Figur dargestellt, so dass also $a = 36^\circ$, $b = 45^\circ$, $c = 70^\circ$, $A = 31^\circ\ 23'\ 49''$, $B = 38^\circ\ 48'\ 30''$, $C = 123^\circ\ 36'\ 20''$ ist.



Auf der nächsten Seite steht dann unter der Überschrift: »Idem inversum per enallagen πλευρογωνίκην« die folgende Figur, an deren Ecken ich nur die entsprechenden Buchstaben setze, die dort ganz fehlen.[11]



Das heisst aber doch, nicht misszuverstehen: *durch diese Methode der Enallage geht △ ABC in, eines der 4 Dreiecke A'B'C', B'C'A'', A''B''C', A''C''B' über, und von diesen ist das erste, wie die von* Vieta *eingeschriebenen Seiten und Winkel zeigen, genau das Supplementardreieck,* während die drei anderen die zugehörigen Nebendreiecke sind. Hätte Vieta in seiner schematischen Figur noch die Bögen A'B'', A'C'', B''C'' gezogen, so hätte sie auch die noch fehlenden 4 Dreiecke A'B'C'',

A'C'B'', A''B''C'' und A'B''C'' umfasst, die er übrigens für seine Zwecke nicht brauchte.

Daraus, dass Vieta jene 4 Dreiecke angibt, erkennt man, dass er sehr wol wusste, es lasse sich die Vertauschung der Winkel und Seiten des ursprünglichen Dreieckes mit jedem der vier reziproken Dreiecke bewerkstelligen. In der That bestehen, wie auch das mitgetheilte Zahlenbeispiel zeigt, die Beziehungen:

$$\text{I.}\quad \left\{\begin{array}{ll} a'' = A, & A'' = a, \\ b'' = B, & B'' = b, \\ c' = 180^\circ - C, & C' = 180^\circ - c, \end{array}\right\} \text{ für } \triangle\, A''B''C',$$

$$\text{II.}\quad \left\{\begin{array}{ll} a'' = 180^\circ - A, & A'' = 180^\circ - a, \\ b' = B, & B' = b, \\ c' = C, & C' = c, \end{array}\right\} \text{ für } \triangle\, A''B'C',$$

$$\text{III.}\quad \left\{\begin{array}{ll} a'' = A, & A'' = a, \\ b' = 180^\circ - B, & B' = 180^\circ - b, \\ c'' = C, & C'' = c, \end{array}\right\} \text{ für } \triangle\, A''B'C'',$$

$$\text{IV.}\quad \left\{\begin{array}{ll} a' = 180^\circ - A, & A' = 180^\circ - a, \\ b' = 180^\circ - B, & B' = 180^\circ - b, \\ c' = 180^\circ - C, & C' = 180^\circ - c, \end{array}\right\} \text{ für } \triangle\, A'B'C',$$

welche den Übergang von jedem dieser Dreiecke zu △ ABC gleichmässig vermitteln. Vietas Nachfolger bedienten sich stets eines der unter den ersten drei Numern angegebenen Dreiecke, so Bartholomaeus Pitiscus, der in seinen *Trigonometriae sive de dimensione triangulorum libri quinque* (1600) p. 273 ein solches Dreieck zeichnet und den Satz ausspricht: »Die Seiten eines sphärischen Dreieckes können mit seinen Winkeln und umgekehrt vertauscht werden, indem man statt der *grössten Seite* und statt des *grössten Winkels* ihre Ergänzungen zum Halbkreise nimmt.« Wie Vietas Zahlenbeispiel zeigt, war diese Beschränkung beim Gebrauche der unter den Numern I, II und III angeführten Formeln auch wirklich nötig. Auch Simon Stevin,[12] Giovanni Antonio Magini[13] und andere haben Vietas *Enallage* in dieser Weise aufgefasst und verwertet, und erst Willebrod Snellius sprach es in seinen *Doctrinæ Triangulorum canonicæ libri quatuor* (Lugd. Bat. 1627), die ein Jahr nach seinem Tode erschienen, aus, dass bei Benutzung der Formeln IV jene Beschränkung in Wegfall kommt[14] (a. a. O. p. 120—122). Dass aber Vieta schon den ganzen Zusammenhang durchschaut hatte, dürfte nach dem vorhergehenden wol kein Zweifel mehr sein, und nur seine Neigung, neue Entdeckungen in möglichst rätselhafter Form mitzutheilen, musste die Nachwelt dazu veranlassen, einem

andern die Auffindung und erstmalige Benutzung des Supplementardreieckes zuzuerkennen.

[1] M. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* II (1892), p. 556.

[2] Diese lautet (VIETA, *Opera,* p. 418, IV, No. 10): Si sub apicibus singulis propositi tripleuri sphaerici, describantur maximi circuli: tripleurum ita descriptum, tripleuri primum propositi, lateribus et angulis est reciprocum.

[3] DELAMBRE, *Histoire de l'astronomie du moyen-âge* (Paris 1819), p. 478. Er sagt daselbst, nachdem er VIETA's Methode analysirt hat, wol: ». . . et l'on pourrait, avec quelque vraissemblance, soutenir qu'il a eu l'idée du véritable triangle supplémentaire», fügt aber gleich hinzu: »Cet exemple doit nous rendre très circonspects dans les interprétations que nous donnons quelquefois à des passages obscures pour attribuer à quelque ancien une découverte à laquelle il n'a jamais songé. Si VIÈTE avait eu l'idée de ce triangle supplémentaire, aurait-il négligé d'en expliquer les propriétés et les facilités qu'il offre pour les démonstrations de certains théorèmes» — Aber es lag eben gerade in VIETA's Art, alle seine Entdeckungen in einer schwer zu enträtselnden Form vorzutragen, wie es scheint, um eine unrechtmässige Aneignung und Ausnutzung von fremder Seite zu verhüten.

[4] F. RITTER, *François Viète, inventeur de l'Algèbre moderne. Notice sur sa vie et son oeuvre* (Paris 1895), p. 56.

[5] FR. VIETA, *Opera,* p. 407—411.

[6] Um eine Probe von der Art und Weise zu geben, wie VIETA seine Sätze formulirt, will ich hier den Wortlaut des Satzes XV mittheilen (a. a. O. p. 407): »Enimvero latus querendo angulo oppositum, esto primum. Duo igitur rectangula sigillatim adplicabuntur ad sinum totum; unum quod fit sub sinibus qui pertinent ad complementa laterum secundi et tertii; alterum sub sinibus ipsorummet laterum secundi et tertii. Et erit, ut sinus è secunda adplicatione latitudo ad adgregatum vel differentiam latitudinis ex prima adplicatione oriundae et sinus complementi lateris primi, ita sinus totus ad sinum complementi anguli quæsiti.»

[7] A. a. O. p. 200. Da die erste Ausgabe dieser Schrift von verschiedenen Seiten auf 1631 verlegt wird, so bemerke ich, dass die Münchener Hof- und Staatsbibliothek eine Ausgabe von 1591 mit der Signatur »Math. P. 190» besitzt.

[8] Stevin, *Oeuvres publ. par* Girard, p. 48, wo auch eine Begründung des Satzes gegeben wird.

[9] Dasselbe befindet sich in der Universitätsbibliothek zu Prag und ist von Studnicka 1886 photolithographisch reproduziert herausgegeben worden. Das fragliche Theorem ist daselbst unter Dogma VIII, jedoch mit einem unrichtigen Zeichen und ohne Ableitung in der prosthaphäretischen Form angegeben.

[10] Dies ergiebt sich wenigstens für die prosthaphäretische Behandlung des sphärischen Cosinussatzes für die Seiten aus dem von A. Favaro veröffentlichten Briefwechsel Gio. A. Magini's: *Carteggio inedito di Ticone Brahe* etc. *con Gio. A. Magini* (Bologna 1886), p. 387. Siehe den Brief Magini's an Gellius Sascerides, einen Schüler Tycho's, vom 15. Juli 1590, und (p. 388) dessen Antwort hierauf vom 6. August 1590.

[11] An der Ecke C' ist bei Vieta durch einen Druckfehler statt 110° der Winkel 90° eingetragen.

[12] *Hypomnemata mathematica* (1608), p. 223: »Unde Vieta suam Enallagen quam *πλευρογωνίκη* appellat, primus deduxit».

[13] Dieser schliesst sich in seinem Werke: *Primum mobile duodecim libris contentum* etc. (Bononiae 1609), cap. 6, lib. I, direkt an Vieta an, indem er (fol. 12^r^) dessen unklare Definition zu verbessern sucht und dieselbe Zeichnung, wie Pitiscus giebt.

[14] Er spricht in Prop. VIII (p. 120) den Satz aus: »Si ex angulis dati tripleuri tamquam polis, maximi circuli describantur, comprehendunt tripleurum cujus latera et anguli, laterum et angulorum primo datorum residuis reciproce respondeant», und sagt nach Schluss seiner Auseinandersetzungen: »Theorema hoc perutile est et sequentibus demonstrationibus libri 4 peropportunum, atque à plerisque varie sollicitatum ac legibus non necessariis alligatum, quod nos iis vinculis liberatum generaliter hic proponimus.»

Über zwei arabische mathematische Manuskripte der Berliner kgl. Bibliothek.

Von Heinrich Suter in Zürich.

Die kgl. Bibliothek zu Berlin besitzt unter der grossen Zahl ihrer arabischen Manuskripte zwei Sammelbände, die unser Interesse besonders in Anspruch nehmen, es sind dies die mit Mf. 258 und Mq. 559 bezeichneten Codices. Beide wurden etwa in der Zeit von 1600—1650 abgeschrieben und zwar, obschon sie nicht ganz dieselben Abhandlungen und in gleicher Reihenfolge enthalten, doch sehr wahrscheinlich von einem und demselben ältern Manuskripte. Solche Sammelbände mathematischen Inhaltes sind übrigens auf allen Bibliotheken, die grössere Schätze an arabischen Manuskripten aufweisen, vorhanden; so besitzen die Bibliotheken von Paris, Oxford, Leyden, Florenz und andere ähnliche Sammelbände, wie die beiden oben genannten, mit beinahe dem gleichen Inhalte, der sich hauptsächlich über das Gebiet der sogenannten »mittlern Bücher» und einige andere spezifisch arabische mathematische Abhandlungen erstreckt. Ich gebe im Folgenden eine Beschreibung des Inhaltes der beiden Berliner Manuskripte.

Das Ms. Mf. 258 zählt 449 Blätter (4°)[1] und enthält folgende Abhandlungen: 1) Auszug aus dem Buche des Ibn el-Haitam[2] »über die Lösung der Schwierigkeiten in dem Buche des Euklides». 2) Abhandlung des al-Mâhânî »über den Satz von der Bedeutung(?) des Verhältnisses, etc.» 3) Erklärung des Anfangs des 10. Buches des Euklides von Abû Dscha'far al-Châzin. 4) Einiges aus dem Commentar des 'Abdallâh ben Hilâl al-Ahwâzî zum 10. Buche des Euklides. 5) Aus den Bemerkungen des Abû Sahl ben Rustem al-Kûhî zu den letzten Sätzen des 3. Buches des Euklides. 6) Über den Beweis des berühmten (5.) Postulates des Euklides von al-Fadl ben Hâtim al-Nairîzî. 7) Über den Beweis desselben Postulates von einem Ungenannten. 8) Über denselben Gegenstand, ebenfalls von einem Ungenannten. 9) Über denselben Gegenstand von Nasîr ed-Dîn al-Tûsî. 10) Abhandlung über eine zweifelhafte (schwierige) Stelle im 13. Buche des Euklides von Abû Nasr Mansûr ben 'Alî ben 'Irâk. 11) Die Sphärik des Menelaus in der Redaction (od. Recension) des Nasîr ed-Dîn. 12) »Über die bewohnten Orte» von Theodosius in der Redaction des

Nasîr ed-Dîn. 13) Die Optik des Euklides in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. 14) »Über die Brechung des Lichtes» von Nasîr ed-Dîn. 15) Die Phaenomena des Euklides in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. 16) »Über die Ausmessung der ebenen und sphärischen Figuren» von den Söhnen Mûsâ's (h. e. *Liber Trium fratrum)*. 17) »Das Buch der gegebenen Grössen» (die Data) des Tâbit ben Kurra in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. 18) »Über die Tage und Nächte» von Theodosius in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. 19) »Über Aufgang und Untergang der Gestirne» von Autolykus in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. 20) »Über die Aufgänge der Gestirne» von Hypsikles, übersetzt von Kostâ ben Lûkâ und verbessert von al-Kindî. 21) »Über die Grössen und Entfernungen der Sonne und des Mondes» von Aristarchus, in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. 22) Die Lemmata des Archimedes, in der Übersetzung des Tâbit ben Kurra mit dem Commentar des 'Alî ben Ahmed al-Nasawî, in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. 23) Die Data des Euklides, übersetzt von Ishâk ben Honain und verbessert von Tâbit ben Kurra, wahrscheinlich auch in der Redaction des Nasîr ed-Dîn (wenn auch nichts hierüber bemerkt ist). 24) Die Sphärik des Theodosius, übersetzt von Kostâ ben Lûkâ, verbessert von Tâbit ben Kurra, wahrscheinlich ebenfalls in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. 25) »Über die bewegte Sphäre» von Autolykus, verbessert von Tâbit und in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. 26) »Über die Kugel und den Cylinder» von Archimedes in der Redaction des Nasîr ed-Dîn. Als Anhang dazu: Die Kreismessung des Archimedes nebst einer andern von arabischen Astronomen aufgestellten. 27) »Über die Quadratur des Kreises» von Ibn al-Haitam. 28) »Über die Teilung der Figur, genannt *Sitemâschijôn*» von Archimedes (d. i. der sog. Loculus Archimedius[3]). 29) »Das Buch über die Transversalenfigur» *(schakl al-kattâ')* von Nasîr ed-Dîn.[4] 30) Eine kurze Stelle aus der »Transversalenfigur» des Tâbit ben Kurra. 31) Ein kurzer arithmetischer Excurs, die Quadratzahlen betreffend, von einem Ungenannten.[5] 32) Über denselben Gegenstand (nämlich den Beweis, dass es unmöglich sei, dass zwei ungerade Quadratzahlen zusammen wieder eine Quadratzahl ergeben) von Kemâl ed-Dîn Mûsâ ben Jûnis. 33) »Über das Schwere und das Leichte» von Euklides,[6] verbessert von Tâbit. 34) Abhandlung über die Ursache, weshalb die Sterne bei Nacht scheinen und am Tage verschwinden, von Hibetallâh ben Malkâ Abû'l-Barakât al-Jehûdî. 35) »Über die Existenz aus den Werken des Philosophen» (Aristoteles),

von 'Omar ben Ibrâhîm al-Chaijâmî. 36) Astronomisches den Mond betreffend von einem Ungenannten.

Das Ms. Mq. 559[7] enthält 17 Abhandlungen, von denen die N° 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 identisch sind bezw. mit den N° 11, 13, 15, 18, 21, 23, 19, 12, 28, 22, 17, 20, 16, 26, 27 des ersten Ms. und ausserdem noch: 9) »Das Buch über die Waage« *(Farastûn* oder *Karastûn)* von Tâbit ben Kurra. 17) »Über die Transversalenfigur« von Jahjâ ben Muhammed ben Abî'l-Schukr al-Magrebî.

Von diesen Abhandlungen habe ich die N° 16 (14), 27 (16), 28 (10) und den Anhang zu N° 26 (15)[8] abgeschrieben, dieselben werden nächstens zur Veröffentlichung gelangen; es sei mir hier nur gestattet, Einiges über den Anhang zu N° 26 (15), d. i. die Kreisrechnung des Archimedes mitzuteilen.

In erster Linie ist zu bemerken, dass die drei Sätze nach ihrem naturgemässen, logischen Zusammenhange geordnet sind und nicht wie in dem auf uns gekommenen griechischen Texte[9] der Satz über das Verhältnis der Kreisfläche zum Quadrate des Durchmessers vor der Berechnung des Verhältnisses vom Umfang zum Durchmesser. Ob dies seinen Grund darin hat, dass vielleicht die arabische Übersetzung nach einem ältern, richtigern griechischen Texte gemacht worden ist, oder ob die Umstellung der beiden Sätze erst von Nasîr ed-Dîn vorgenommen worden ist, kann hier nicht entschieden werden.

Zweitens unterscheidet sich der arabische Text vom griechischen hauptsächlich durch den grössern Umfang, oder genauer durch die grössere Ausführlichkeit der Darstellung, bezw. grössere Weitschweifigkeit des Ausdrucks. Wenn man den erhaltenen griechischen Text mit andern geometrischen Abhandlungen des Archimedes vergleicht, so muss sofort die kurze, oft zu wenig vermittelte Fassung desselben auffallen; dieser Umstand könnte wohl die Vermutung nahe legen, dass der arabische Text der ursprünglichen archimedischen Form der Abhandlung näher stehe als der erhaltene griechische.

Drittens möchte ich hier an einen Versuch der Araber, das Verhältnis von Umfang und Durchmesser des Kreises genauer zu ermitteln, als es Archimedes und Ptolemäus gefunden hatten, wieder erinnern, welcher Versuch zwar schon von Woepke[10] veröffentlicht, übersetzt und commentiert worden ist, dessen aber weder M. Cantor in seinen Vorlesungen noch F. Rudio in seiner eben genannten Arbeit Erwähnung tun.

Am Schlusse des 2. Satzes der Kreisrechnung des Archimedes befindet sich nämlich als Anhang eine Stelle, welche

mit folgenden Worten eingeleitet ist: »Ich (jedenfalls NASÎR ED-DÎN) sage, dass die Astronomen noch einen andern Weg einschlagen, der darin besteht, dass sie die Sehne eines sehr kleinen Bogens, der ein gewisser Teil des Kreisumfanges ist, nach den Principien des *Almagestes* und anderer Bücher berechnen; betrachten sie nun diese Sehne als Seite eines dem Kreise eingeschriebenen regelmässigen Vieleckes, so ist ihr Verhältnis zu der vom Mittelpunkt auf sie gefällten Senkrechten gleich dem Verhältnis der Seite des dem Kreise umgeschriebenen ähnlichen Vielecks zum Radius des Kreises; hieraus finden sie auch diese Seite. Aus diesen beiden Resultaten finden sie zwei Werte, von denen der eine etwas kleiner, der andere etwas grösser als der Umfang des Kreises ist, woraus sich dann der letztere mit grosser Genauigkeit ergibt.« — Nun folgt die Berechnung und hier wird sofort ein Fehler gemacht, indem aus den trigonometrischen Arbeiten ABÛ'L-WAFÂ's für die Seite des 720-Eckes der Sinus von 30′ genommen wird. Es wäre den Astronomen jener Zeit ja leicht möglich gewesen, aus dem Sinus von 30′ und dem Radius des Kreises die Seite des 720-Eckes zu berechnen, allein sie waren wohl der Ansicht, der Fehler komme bei dem geringen Unterschiede zwischen Sehne und Sinus von 30′ auch für die Umfänge der Vielecke nicht in Betracht, worin sie sich eben täuschten. Ich gebe im Folgenden nur die Hauptzahlen an. Wird der Durchmesser des Kreises $= 120^p$ (partes) angenommen, so ist nach ABÛ'L-WAFÂ $\sin 30' = 0^p\, 31'\, 24''\, 55'''\, 54^{iv}\, 55^{v}$.[11] Dieses mit 720 multipliziert gibt den Umfang des eingeschriebenen 720-Eckes zu $376^p\, 59'\, 10''\, 59'''$. Aus der Seite des eingeschriebenen Vieleckes und dem Radius ($= 60^p$) die Seite des umgeschriebenen Vieleckes berechnet, ergibt für letztere $0^p\, 31'\, 24''\, 56'''\, 59^{iv}\, 31^{v}$ und hieraus für den Umfang des umgeschriebenen 720-Eckes $376^p\, 59'\, 23''\, 54'''\, 12^{iv}$. Diese Werte werden nun auf die sogenannte archimedische Form gebracht, d. h. es wird gefunden, dass das eingeschriebene 720-Eck das $3 + \frac{10^p}{70^p\, 38'\, 41''\, 21'''}$ fache und das umgeschriebene 720-Eck das $3 + \frac{10^p}{70^p\, 37'\, 47''\, 37'''}$ fache des Durchmessers sei; das Mittel[12] aus beiden Werten ergibt für das Verhältnis von Umfang des Kreises zum Durchmesser den Wert: $3 + \frac{10^p}{70^p\, 38'\, 14''\, 29'''}$, oder in einem Dezimalbruch ausgedrückt $= 3{,}141568\,..$

Trotzdem also statt der Seite des 720-Eckes der sin 30′ genommen wurde, ist der Fehler doch geringer als bei dem

Ptolemäischen Werte $3^{p}\,8'\,30'' = 3{,}14166\ldots$, allerdings etwas grösser als bei dem indischen, auch von den Arabern gekannten Werte 3,1416. Hätten jene arabischen Astronomen statt des Sinus die Sehne genommen,[18] so hätten sie π bis auf sechs oder sieben Stellen genau gefunden. WOEPKE hat sich die Mühe genommen, den Fehler genau zu bestimmen, den jene bei dieser falschen Annahme begangen haben, ich verweise den Leser hiefür auf die citierte Abhandlung im Journal asiatique.

[1] Die Schrift zeigt persischen Zug, ist deutlich, leicht zu lesen, vocallos, doch der Text sehr oft inkorrekt.

[2] Die Namen der Autoren gebe ich hier wie sie im *Verzeichnis der arabischen Handschriften der kgl. Bibliothek zu Berlin* von W. AHLWARDT, 5. Bd. (Berlin, 1893) stehen, ohne auf dieselben an dieser Stelle näher einzutreten.

[3] Vergl. HEIBERG, *Quaestiones Archimedeae* (Hauniae 1879) pg. 43 und 44, sowie M. CANTOR, *Vorlesungen über Gesch. d. Math.* I Bd. 1. Aufl. (1880), pg. 255, 2. Aufl. (1894), pg. 283.

[4] Herausgegeben mit französischer Übersetzung *(Traité du quadrilatère)* von ALEXANDER PASCHA KARATHEODORY (Konstantinopel 1891).

[5] Ist nach *Catal. of the arab. Mss. of the India office, by* O. LOTH (London 1877), pg. 298 (N° 1043, 4°) von NASÎR ED-DÎN.

[6] Vergl. HEIBERG, *Litterargeschichtliche Studien über Euklid* (Leipzig 1882), pg. 10, dem die arabischen Handschriften dieses Fragmentes (eine andere befindet sich auch in India office N° 744, 6°) damals noch nicht bekannt waren.

[7] Das Ms. zählt 353 Blätter (8°), die Schrift zeigt türkische Hand, ist klein, gedrängt, vocallos, nicht leicht zu lesen, es fehlen auch oft diakritische Punkte, doch im allgemeinen weit korrekter als das erste Ms.

[8] Die erste Nummer bezieht sich auf das zuerst beschriebene Ms., diejenige in der Klammer auf das zweite.

[9] Vergl. ARCHIMEDIS *opera omnia cum commentariis* EUTOCII *edid.* I. L. HEIBERG (Lips. 1880—81), Vol. I. pg. 258—71, und F. RUDIO, *Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Vier Abhandlungen über die Kreismessung. Deutsch herausgegeben und mit einer Übersicht über die Geschichte des Problems von der Quadratur des Zirkels versehen* (Leipzig 1892), pg. 73—81.

[10] Journal asiatique, V. Série, Tome XV, 1860, pg. 286—320.

[11] Es sind dies Sexagesimalbrüche bis zum Nenner 60^5 gehend.

[12] Jedenfalls der grössern Einfachkeit wegen ist hier nicht das genaue arithmetische Mittel der beiden Brüche $\frac{1}{a}$ und $\frac{1}{b}$ d. h. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ genommen worden, sondern der nur sehr wenig davon abweichende Wert $\frac{1}{\frac{1}{2}(a+b)}$ oder $\frac{2}{a+b}$.

[13] Dieselbe ist in Sexagesimalbrüchen $= 0^p\ 31'\ 24''\ 56'''\ 59^{iv}\ 26^{v}$.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

53. In die Jahre 1340—65 gehört die Thätigkeit des Astronomen IMMANUEL BEN JAKOB, der zu seiner Zeit eine verdiente Anerkennung genoss, die sich in hebräischen Commentaren, in lateinischer Übersetzung und griechischer Bearbeitung kundgab, in neuester Zeit (1840) eine italienische Denkschrift eines Christen hervorrief, und dessen Hauptschrift ihre Herausgabe einem Karaiten, also einem Gegner des von ihm vertretenen Kalendersystems verdankt. Sonderbarer Weise kennen wir ausser astronomischen und chronologischen Schriften IMMANUEL's nur noch eine hebräische Übersetzung der lateinisch sogenannten *Historia de proeliis*, eines Alexander-Romans, welcher von einem Erzpriester LEO (941—65) verfasst sein soll. Daher kommt es, dass ich die Quellen über den Mathematiker in meinem Werke: *Die hebräischen Übersetzungen* (S. 904) angegeben habe.[1] Unter diesen hebe ich den Specialartikel (von AD. NEUBAUER, redigirt von RENAN) in der *Histoire Litt. de la France* t. **31** (1883) p. 692 ff. hervor, auf den ich kurz mit »NEUB.» verweisen und die nötigen Berichtigungen und Ergänzungen, wenn sie nicht durch anderweitige Citate erledigt sind, hinzufügen werde.

Die Lebensverhältnisse IMMANUEL's, in der Landessprache BONFILS, wahrscheinlich im XIV. Jahrhundert in Tarascon (Provence) geboren, sind fast gänzlich unbekannt; er war Arzt, machte astronomische Beobachtungen, auch in Avignon, dem damaligen Sitze des Papstes, hielt sich auch in Orange auf, wo er Schüler fand, und lebte sicher noch 1373, wahrscheinlich noch 1377.[2]

Das Verhältnis einiger, nur handschriftlich erhaltenen Schriften zu seinem edirten Hauptwerke ist noch immer nicht genügend festgestellt, daher auch eine systematische oder chronologische Aufzählung noch unausführbar; an dieser Stelle müssen teilweise sehr kurze Angaben genügen.

54. Als sein »Hauptwerk» (NEUB. p. 695 n. 6) bezeichne ich aus verschiedenen Gründen die *astronomischen Tabellen*, vorzugsweise, aber nicht ausschliesslich, zur Feststellung des jeweiligen jüdischen Kalenders, mit der Radix 1340, nach einem Münchener Ms., beendet in Tarascon 1365. Die Vorrede der dazu gehörenden *Canones* zeigt in den Mss. eine Veränderung

des Titels, wohl nicht ohne alle Umarbeitung des Inhalts; er lautet bald »Sechsflügel» (mit Anspielung auf die Engel in Jesaia 6, 2) indem die 6 Abteilungen der Tafeln Flügel heissen; bald »Flügel der Adler» (anspielend auf Exod. 19, 4).

Ich gebe hier den Inhalt der 6 Flügel aus dem Ende der Vorrede nach der ungedruckten lateinischen Übersetzung (s. weiter unten) mit der altertümlichen Orthographie. Zeile 13—9 v. u. des Textes fehlen, dafür:

»Divisum est hoc opus in 6 alas» — (nicht im hebräischen Text). Prima ala est ad sciendum coniunctiones et oppositiones equales et loca [Text im sing.] luminarium equalia et ordinem [Text: *Chok*, d. h. Gesetz, ein Terminus, der für die Bewegung der vermeintlichen 7 Erdplaneten angewendet wird] solis et lune et ordinem draconis in tempore [Textvariante: Moment] conjunctionis et oppositionis equalium [Text: Singular, nämlich zu »Moment» gehörig].

Ala 2ª est aequatio [hebr. *Tikkun*, eigentlich correctio, constitutio im Sinne von »Ausgleichung»] completa ad equandum cum ipsa [genauer per ipsam] *rationem* [nicht im Texte] conjunctionum et oppositionum verarum. Et est [nicht im Texte] ad sciendum verum [auch im Texte fehlt hier ein Substantivum, wohl: *locum?* und der Artikel] duorum luminarium, et ad equandum *cum ipsa* [nicht im Texte] ordinem lune et ordinem draconis in puncto [Momente] coniunctionis et oppositionis vere.

Ala 3ª est ad sciendum [fehlt: per eam] horas meridiei in isto orizonte et [fehlt: ad sciendum per eam] diffinitionem [richtiger: *die* Grenzen] eclipsis.

Ala 4ª ad sciendum extimationem [das Maass] eclipsis lune et tempora sua [d. h. die Dauer derselben].

Ala 5ª ad sciendum [fehlt: per eam] tempus vel punctum [Varianten des Textes? die Ed. hat nur: »Moment»] coniunctionis visibilis quod est punctum medie eclipsis solis in isto orizonte et ad sciendum [fehlt: per eam] draconem solis.

Ala 6ª ad sciendum [fehlt: per eam] extimationem eclipsis solis et tempora sua.

Zu den 6 Flügeln — als deren Autor IMMANUEL sich zu Anfang nennt und später ohne Namen als der »Geflügelte» (*Baal Kenafajim*, vergl. Kohelet 10, 20) citirt wird — kamen vielleicht erst nachträglich 2 Tabellen über Berechnung der Quatember, wegen deren Wichtigkeit für die Astrologen; die betreffenden Worte der Vorbemerkung sind aber in der Textedition, vielleicht vom Censor, gestrichen worden, wie ich in der Hebr. Bibliogr. XV, 26 bemerkt habe. Auch hier, wie

in der Vorrede wiederholt, beruft er sich auf die Berechnungen des AL-BATTANI (vulgo ALBATEGNIUS), deren Apologet er ist. In einer Charakterisirung der verschiedenen astronomischen Tabellen, welche die hebräische Literatur in der Mitte des XV. Jahrh. aufzuweisen hatte, bezeichnet MARDOCHAI FINZI die unseres IMMANUEL als die AL-BATTANI's.[3]

Was die Daten betrifft, so hat WOLF (*Bibl. Hebr.* IV p. 9 und 944) die Zahl 277 irrtümlich als eine Jahreszahl (5277 = 1517) berechnet, während sie den Cyklus von 19 Jahren seit der Weltschöpfung, also 5244 ff. = 1485 ff. bezeichnet; allein auch diese Zahl, wie verschiedene andere Mss. bekunden, betrifft nicht die Zeit der Abfassung des Originals, sondern nur die des betreffenden Ms., da man hier, wie sonst in Abschriften oder Umarbeitungen von astronomischen und kalendarischen Tafeln, die bereits verflossenen Jahre ausser Acht liess, worauf der Historiker besonders achten muss.

Unsere »Adlerflügel» sind in Sytomir, oder Szytomir (Russland) 1872 edirt hinter der chronologischen Abhandlung *Or ha-Lebana* des Karaiten ISAK BEN SALOMO, mit besonderem Titelblatt (24 Bl., aber nur bis 20 mit hebräischen Buchstaben gezählt), von dem dortigen Censor, dem bekannten Astronomen und Chronologie-Historiker S. SLONYMSKI corrigirt, wahrscheinlich nach einem einzigen Ms. gedruckt und nicht ohne Fehler.[4]

Bei der Beschaffenheit des edirten Textes ist die Kenntnis der Mss. noch nicht überflüssig; sie zeigen zugleich, welche Verbreitung das Buch gefunden hat; BENJACOB (*Thesaurus* p. 612 n. 1307/8) nennt nur wenige; NEUB. p. 350 zählt selbst die Bodleianischen und Pariser nicht vollständig auf, und auch die hier folgende Aufzählung, nach den Bibliotheken geordnet, dürfte Nachträge nicht ausschliessen.

Berlin n. 223 (II. Abth. S. 72 meines Catal.).

Bodleiana, in NEUBAUER's *Catalogue* (Index p. 937) n. 1269, 2004, 2048, 4049, 2056, 2263, 2284, 2399, 2527.

Catania (Biblioteca dei PP. Cassinesi), das Ms. bildet das Thema des folgenden Büchelchens, dessen vollständige Copie (von der Hand E. NARDUCCI's?) Don B. BONCOMPAGNI im Juli 1866 mir in seiner bekannten Liberalität zukommen liess. Der vollständige Titel der wahrscheinlich wenig bekannten Brochüre (in der Copie 16 enggeschriebene S. in 8°) lautet vollständig:

Memoria || del sac. maestro cappelano || Sig. D. FRANCESCO CORSARO || nella quale || l'autenticità addimostrasi d'un antico || manoscritto || conservato || Nell'illustre Biblioteca || dei ||

RR. PP. Cassinesi di Catania || sopra quello che posseder vantasi la celebre || Biblioteca Bodleiana (Vignette) Napoli || presso Raffaele Miranda (Vicoletto Gradini S. Nicandro N° 25) 1840.

Vorangeht eine kurze Widmung an GIOVANNI CORVAJA Abbate del monasterio di S. Nicola L'Arena di Catania e visitatore dei monasteri . . . Cassinesi di Sicilia.

Der Verf. kennt das Bodl. Ms. nur aus WOLF'S *Bibl. Hebr.* IV p. 941, dessen Mitteilungen über Bodl. Mss. von GAGNIER herrühren.

Fischl-Hirsch (Buchhändler, jetzt hier, Catalog, 1872) n. 16 und 52 D (Hebr. Bibliogr. XVII, 109).

Florenz, Plut. 88, Cod. 30^{2-5} (BISCIONI ed. 1757 in 8° p. 488).

Hamburg n. 290^2 (S. 120 meines Catalogs).

Jablonski besass ein Ms. (WOLF III p. 896); wohin kam es?

München 128^2, $243^{1.4}$, 386^3, Anfangsgedicht 49 f. 338 (die 2. Aufl. meines Catal. 1895 wurde erst 1897 ausgegeben).

Paris, ausser den bei NEUB. p. 350 angegebenen nn. 1005, 1042, 1069, 1076 bis 1079, noch n. 1075 (früher St. Germain 140), »ex bibl. *Nostradami*» 4. Maji (?) XV. sec.; diese Notiz giebt nicht der Pariser Catal., sondern MONTFAUCON n. 1139, bei HEILBRONNER, *Hist.* p. 580 § 174 n. 1. Ferner n. 1080, wofür der alte Catal. den Verf. SAMUEL nennt (WOLF III n. 2052^b, MONTFAUCON p. 710, bei HEILBRONNER p. 569 § 120 n. 3). Ein Fragment in n. 688.

Parma, DE ROSSI, 279, 294, 749 (Tafeln? ob aus diesem oder dem folg. Werke?), 1144, 1165.

Turin 85 (B. PEYRON p. 90 n. 96) mit dem, im Index fehlenden Titel: *Kenafajim,* der auch anderen Mss. vorgesetzt, aber ohne alle Authentie, ist.

Vatican, 302^3 (ASSEMANI giebt Ungenaues an, s. NEUB. p. 350). Den Text enthalten auch einige Commentare (s. weiter unten).[5]

Wie das Tafelwerk des JAKOB POEL hat auch diese Schrift (1406) einen lateinischen Übersetzer gefunden in dem Dr. medic. JOHANNES LUCÆ e Camerino, den ich mit »Giovanne del maestro Lucha dell' abaco», Copisten von Ms. BONCOMPAGNI 16 im J. 1422 identificirt habe (Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **25**, 1871, 410; Hebr. Bibliogr. XV, 39). Diese Übersetzung fand BONCOMPANGI in Ms. Magliabecchi (Atti dell' Accad. pontif. dei Nuovi Lincei t. **16**, p. 808) und schickte mir eine Copie der vorangehenden *Canones,*

zu deren (im J. 1875 beabsichteten) Herausgabe ich noch keine Gelegenheit gefunden habe. Diese Übersetzung ist aus dem Hebräischen mit einer, zu einigen Missverständnissen führenden Treue ausgeführt, wovon ich (Hebr. Bibliogr. l. c.) Proben gegeben habe, s. oben S. 80. Ms. München 15954[6] (XV. Jahrh.) enthält die Tabellen IMMANUEL's, teils hebräisch, teils lateinisch (ob nach obiger Übersetzung?); die im Cataloge erwähnte vorangehende *instructio germanica* ist wohl nur eine *deutsche* Bearbeitung der *Canones*. Die *Hist. Litt. de la France* erwähnt die lateinische Übersetzung nur vorübergehend (p. 347) und mit einem Irrtum, den wir sogleich berichtigen werden.

Unsere Tafeln gehören zu den äusserst wenigen hebräischen Schriften, welche in die griechische Literatur des Mittelalters eingedrungen sind; sie sind sogar für die Zeitbestimmung des auch sonst bekannten griechischen Bearbeiters von Bedeutung und führen zu Erörterungen über eine andere literarische Frage, die uns hier nicht unterbrechen soll. GEORG CHRYSOKOKKA hat einen Commentar über unsere Tafeln geschrieben, worin der Titel »*Hexapterikon*» wiedergegeben ist. Ein Ms. in Wien beschreibt LAMBECIUS; aus einem von ERICH BENZELIUS erhaltenen macht WOLF (l. c. IV, 942 ff.) Auszüge (*Εκδοσις ἐις τὸ Ιουδαικὸν ἑξαπτέριχον*); ein Ms. der S. Marcus-Bibliothek in Venedig erwähnt MONTFAUCON (p. 472, s. auch p. 558; bei HEILBRONNER p. 566 § 104 n. 1 und p. 568 n. 1). Dieser CHRYSOKOKKA, der die Stadt »Tarankina» nach Italien verlegt, kann nicht nach der lateinischen Übersetsung gearbeitet haben, wie die *Hist. Litt. de la France* p. 693 (trotz des Randcitats) angiebt, wenn er um 1346 gelebt hat, wie die (in Hebr. Bibliogr. XV, 39 citirten) Quellen annehmen, wenn auch dieses Datum wegen des Commentars der Sechsflügel etwas weiter herabgerückt werden sollte, da er schwerlich zu unterscheiden ist von dem Bearbeiter der sogen. persischen Tabellen, bei welchen wir noch einmal (unter SALOMO SCHARBIT HA-SAHAB = CHRYSOKOKKA, um 1379) hierauf zurückkommen werden. Die *Hist. Litt. de la France* hatte nicht die Aufgabe, auf solche Nebenfragen hinzuweisen, welche hier wenigstens angedeutet werden mussten, um unser längeres Verweilen bei diesem kleinen Buche zu rechtfertigen.

Die Bedeutung des letzteren ergiebt sich auch aus den hebräischen Commentaren, von denen hier nur eine, so weit als möglich chronologische Aufzählung ihrer Verfasser folge, Einzelnes der entsprechenden Stelle in unseren Notizen vorbehalten bleibe: SAMUEL CHAJJIM BEN JOMTOB MATRON (1380),

MOSES BEA JESAIA (1386), Anonymus (1415), BENJAMIN BEN MATTATJA (1431), Anonymus (1433—1434), SAMUEL DA SCHOLA (Compendium 1460), MEIR SPIRA (XV. Jahrh.), ELIA SCHUBSCHI (1500).[7]

Verschiedene anonyme Erklärungen, Compendien und dergl., deren Zeit noch unermittelt oder unermittelbar ist, finden sich in folgenden Mss.: Almanzi 212[8] (jetzt im Brit. Museum); Fischl-Hirsch 16[e] und 52; Petersburg (Firkowitz 365, bei GURLAND, *Ginse*, p. 21, citirt MORDECHAI COMTINO, also nach Mitte XV. Jahrh.); London, Jews College 3061 (NEUBAUER's Catal. n. 1389, p. 41); Excerpte in ms. Saraval 44, ZUCKERMANN S. 5 n. 37, das J. 1360 ist auf das Original zu beziehen.

55. An dieses Werk schliesst sich (NEUB. p. 696 n. 7) eine wahrscheinlich zu gleicher Zeit, oder zwischen zwei Redactionen derselben (im J. 1364?), verfasste Abhandlung über das »Maass des Unterschiedes» *(Erech ha-Chilluf)*, d. h. der Ungleichmässigkeit der Bewegung von Sonne und Mond, mit Rücksicht auf Conjunction und Opposition behandelt,[9] ebenfalls nach dem System des AL-BATTANI. Die auf die *Canones* folgenden Tafeln in Ms. München 346[1] und 386[2] mit der Radix 1340 (s. meinen Catal. ed. II S. 213) scheinen nicht in allen übrigen Mss. vorhanden zu sein, nämlich Bodl. Reggio 44 (NEUB. n. 2050), Brit. Mus. (Almanzi 96[7]), Leyden 43 (Catal. p. 212), Par. 1054[13] (unvollst.). Die dürftigen Angaben der *Hist. Litt. de la France* mögen hier, mit Rücksicht auf separat vorkommende Stücke aus den Mss. Bodl. und Leyden derart ergänzt werden, dass die Blattzahl des letzteren in Parenthese gesetzt ist.

Fol. 7 (8) steht die Bemerkung über ABRAHAM BAR CHIJJA's *Forma terrae*, bei NEUB. p. 697 nur aus Paris 1054.

F. 9 (8[b]) über die (astrologische) »Wage des Henoch» (das ist HERMES, nicht: »und H.»), welche ABRAHAM IBN ESRA in seinem astrologischen Werke (über Nativitäten) anführt. Dieses Stück findet sich auch separat, oder neben dem Text des IBN ESRA, wie in Ms. Berlin 220[5] (Catal. II S. 68, wo noch Mss. in Paris und Petersburg angegeben und einige Irrtümer in NEUBAUER's Catal. n. 2050 und *Hist. Litt. de la France* p. 697, 698 n. 4 berichtigt sind[9], höchst wahrscheinlich auch Ms. Lotze 1691.

Ibid. (auch Münch. 386 f. 10, Mich. 570 f. 38[b], s. Register zum Catal. p. 376, wonach NEUB. n. 2052 zu ergänzen) den Bogen der Stunden zu finden.

Ibid. (9[b], Münch. 386 f. 15, Par. 903[5], 1054[6], bei NEUB.

p. 695 als n. 1), mit etwas differirender Überschrift, über den gleichmässigen Lauf (oder über die Orte) der 7 Planeten.

F. 14^b (16) über die astrolog. »Häuser», worin LEVI B. GERSON citirt wird. Ich identificire Ms. De Rossi 336^1 (nach Mitteilung PERREAU's v. J. 1865); benutzt ist diese Partie von MOSE FARISSOL (1481) — F. 16 (17^b), Paris 1048^4 im Catalog richtig: sur les 7 *aspects*, unrichtig bei NEUB. p. 697 (als 1. astrol. Schrift) »*constellations*», Ms. de Rossi 336^2; (s. Catal. Münch. ed. II S. 214, Zeile 1). — F. 17^b (19^b) die Construction der astrologischen *Directiones*.[10] F. 18^b (20) die Lebensdauer eines Kindes zu kennen. Bis hierher findet sich diese astrolog. Partie noch in dem (zu f. 9 erwähnten) Ms. Mich. 570, auf welches wir unter MORDECHAI FINZI (1445—73)[11] zurückkommen. Ob die nunmehr in Ms. Bodl. f. 20^b (23^b) folgende Antwort auf eine Frage über die Eklipsentabelle noch hierher gehöre, kann ich noch heute nicht beurteilen.

56. Die Nachweisung anderer Schriften und Notizen, so weit dieselben nicht unter den beiden besprochenen Schriften erledigt sind, folgt aus rein äusserlichen Rücksichten in der Reihenfolge und dreifachen Zählung NEUBAUER's (Mathematik, Astronomie, Astrologie, die ich mit A, B, C bezeichne):

A. 1. Berechnung des *Diameters* $\frac{1}{\pi} = 21600 : 67861$ (ist diese Zahl einem andern Werke entlehnt?) und And., Ms. Paris 1026^5.

2. Arithmetisches (Division, Wurzelziehung etc.), Ms. Par. 1081^1 (vielleicht auch Astronomisches ib.^{2}).

3. »Weg der Teilung», über Decimalziffern, Ms. Par. 1054^6.

B. 1. (Gehört zu n. 7, s. oben S. 84.)

2. Verschiedenes in Ms. Münch. 343^{29}, wovon jedenfalls Einiges von unserem Verf., s. ed. II des Catalogs, gegen NEUBAUER.

3. Tafeln über Höhe der Sonne, Tafel (genannt): »gutes Geschenk», Ms. München 343^{18}.

4. »Über die Anfertigung des Astrolabs», Ms. Par. 1050^6, 1054^2, London Jews Coll. 138^{12} (wo unter ^{3} eine auf die betreffende Schrift des ABRAHAM IBN ESRA bezügliche Bemerkung); vielleicht die Zeichnung des Instruments in Ms. München 386 f. 111. Hierher gehört ohne Zweifel n. II des von Hrn. RICCARDI beschriebenen Ms. (Biblioth. Mathem. 1893, p. 54), wo IBN ESRA's Astrolab wohl nach der Recension von 1148, dann die Anmerkung IMMANUEL's; die Worte: »figlio del *traduttore*» (für copista? im Hebräischen dasselbe Wort für beide) sind jedenfalls ein Missverständnis.[12]

5. Über *Quatember* (nicht »Cycles«), Ms. Berlin 224[6] (fehlt im Index S. 161) und Bodl. (Mich. 525, NEUB. 1483[4]).

C. 1. S. oben S. 84.

2. Ein astrologisches Fragment in Ms. Leyd. 43[2] habe ich im Catalog nur mit 2 Fragezeichen vermutungsweise dem IMMANUEL beigelegt.

3. Erklärung einer Stelle im Commentar des ABRAHAM IBN ESRA zu Exod. 33, 21 (so), Ms. Cambr. Catal. I p. 106; Florenz, Plut. II, Cod. 38[11]; Münch. 285[7]; Par. 825[8]. Der Verf. wird nur IMMANUEL genannt, und NEUB. sieht keinen besonderen Grund für den unseren. Ich habe aber im Magazin f. d. Wiss. d. Jud. III, 142 nachgewiesen, dass dieses Stück mitunter verbunden ist mit einer Erklärung von IBN ESRA's Comm. zu Kohelet 7, 27 ebenfalls mit dem blossen Namen IMMANUEL versehen, oder anonym, in 5 Mss. der Bodl. (in NEUBAUER's Index p. 937 s. v. IMMANUEL sind 2 in n. 221, auch im Catal., übergangen, und 2318 ist anonym; meine Conjectur ist dort angegeben, dennoch fehlt das Stück in der *Hist. Litt. de la France*), in Cambridge, Florenz (2 mal), Paris, ich füge hinzu Ms. R. N. Rabinowitz (Catal. 1884 n. 136 neben dem Commentar des MEIR [so lies für »SALOMO«?] SPIRA). Der mathematische und astrologische Inhalt lässt meine Conjectur kaum bezweifeln; den blossen Namen IMMANUEL werde ich noch weiter unten (S. 87) nachweisen.

4. S. oben S. 84.

5. Ob die Notiz über die 9 Cometen des PTOLEMÄUS in Ms. Paris 1054[5] unserem Autor angehöre, weil der Copist sie vor der Wage des Henoch schreiben sollte, lasse ich dahingestellt.

Zur Charakteristik IMMANUEL's dürfte hier noch bemerkt werden, dass derselbe in seiner Abschrift des EUKLID, Ms. Turin bei PASINUS N. 68, bei PEYRON N. 182, die Lehrsätze (»Sectiones«) als »Mischnijjot« bezeichnet (*Jewish Literature* p. 362 n. 89). Das Datum ist Dezember 1345, nicht 1344 wie NEUB. p. 693 angiebt.

IMMANUEL's Tabellen sind noch lange in Gebrauch geblieben und sein Name erscheint nicht bloss bei späteren jüdischen Autoren, wie MANOACH HÄHNDEL in der Vorrede zum Commentar über BECHAI's Herzenspflichten (1596), sondern auch bei christlichen; so z. B. habe ich (*Intorno a Io. de Lineriis;* Bullettino di bibliogr. d. sc. matem. **12**, 1879. 351) in dem, bei FAVARO (*Intorno alla vita* ecc. *di Prosdocimo de Beldomandis* p. 176 des Sonderabdrucks Z. 1) aus Ms. Campori n.

14 citirten »MANUELE Dottore ebreo« den unsrigen erkannt. Derselbe ist auch »EMANUEL *Ebraeus Abenesrae sectator*« bei PICO DE LA MIRANDOLA, *contra Astrologos* p. 450 (IX, 25, bei WOLF *Bibl. Hebr.* I p. 950). Auch in den Briefen an den berühmten PEIRESC ist von einer Handschrift der Tafeln im Besitze des SALOMON ESOBI (Azubi) die Rede; s. PH. TAMIZEY DE LARROQUE, *Les Correspondants de Peiresc,* IX, Paris 1885 (Abdruck aus Revue des Et. Juives).

57. Wie gewöhnlich, folgt auf eine bedeutende, fast epochemachende Persönlichkeit eine Reihe von Erscheinungen, die in unserer Übersicht mit einer oberflächlichen Notiznahme zu erledigen sind.

Hier muss ich zunächst einen alten Irrtum berichtigen und zugleich eine Ergänzung zu § 35 (Jahrg. 1897 S. 17) bieten. ISAK B. AHRON, Verf. eines Kalenderwerkes, ist in meinem Artikel »Jüdische Litteratur«, auch in der englischen Übersetzung, und dem dazu nachgetragenen Index (1893 p. 16) mit dem Datum 1386 versehen (WOLF, l. c. I, 645 n. 1153, DE ROSSI zu Cod. 167, 1191 und D. CASSEL, Index zu *Asarja de Rossi* ed. Wilna S. 153, geben kein Datum); BENJACOB, *Thes.* p. 429 n. 50 hat richtig 1268. ISAK ist also schwerlich der Verf. der kabbalistischen Abhandlung in Ms. München 112[41].

Vor 1369 starb JOSEF SCHALOM, dessen Erklärung einer geometrischen Stelle im Commentar des ABRAHAM IBN ESRA zu Exodus 3, 21 von SAMUEL ZARZAH (*Mekor Chajjim* f. 31 col. 1—3) mitgeteilt ist. Er ist wahrscheinlich der Polemiker gegen ALFONS (Abner) DI BURGOS, den DE ROSSI (Cod. 533, *Wörterb.* p. 153) und GRAETZ (*Gesch. d. Juden* VII, 512) für sonst unbekannt erklären.

1369 lebte in Arles BENEDICT AHIN (hebr. *Chajjim?*), Leibarzt der Königin, zugleich Mathematiker und Astrolog, nicht zu identificiren mit »Abin« (Hebr. Bibliogr. XVIII, 15; GROSS in Monatsschr. f. Gesch. u. Wiss. des Judenth. 1878 S. 193, 1879 S. 549, diese Citate sind nachzutragen in desselben *Gallia Judaica* p. 85).

Um 1370 lebte in Guadalaxara der Theologe und Mystiker SAMUEL MOTOT (so gewöhnlich ausgesprochener, aber zweifelhafter Namen); er war auch Astrologe und verwendete die Astrologie, nach der damals herrschenden Richtung, zur Erklärung von ABRAHAM IBN ESRA's Pentateuch-Commentar, z. B. zu Levit. 23, 22, wo einige technische Ausdrücke in arabischer Sprache gegeben, aber im Druck zum Teil corrumpirt sind, wie

Kiranât (Conjunctionen). Über SAMUEL s. *Die hebr. Übersetz.*, Index, S. 1065, insbesondere S. 287.

[1] Die Erwähnung IMMANUEL's bei BONCOMPAGNI, Atti dell' accad. pontif. **16**, 1864 p. 808, führte uns zu gegenseitigen Mitteilungen (1865/6, s. weiter unten), woraus ich einen besonderen Artikel compiliren wollte, kam aber nicht dazu. — Der Artikel von JUL. FÜRST, in seiner *Geschichte des Karäerthums*, III (1869), Anm. S. 3 n. 45, ist als wertloses Plagiat nicht berücksichtigt.

[2] In diesem Jahre bezeichnet ihn ISAK BEN TODROS als *Schofet Zedek* (d. h. wahrhaften Astrologen) ohne Eulogie für Verstorbene (Jubelschr. für ZUNZ, hebr. Abteil. S. 103, s. S. 111 u. die hier folg. Anm.). — Bei Gelegenheit frage ich: Wer ist der von ISAK (S. 105) erwähnte italienische Arzt FIORENZO(?), der über die Conjunction von Saturn und Mars im J. 65 (1365) der christl. Aera an die »Grossen des Landes» sich wendete?

[3] *Jewish. Lit.* p. 189 ist in der Note p. 360 berichtigt. Bei ISAK B. TODROS l. c. p. 119 ist also die Substituirung »ALBIRUNI» im Text falsch; correcter wäre אלבתאני, aber ISAK konnte den Namen AL-BATTANI's aus latein. Quellen mit ט wiedergeben. Unbegreiflich ist »contre ALBATÉNI» in *Hist. Litt. de la France* p. 346.

[4] S. meine Anzeige in Hebr. Bibliogr. n. XV, 26, dazu S. 39; *Intorno a Jo. de Lineriis* p. 9 des Sonderabdr. (aus Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **12,** 1879) und *Catal. der hebr. Handschr. in München* zu N. 343.

[5] Bei dieser Gelegenheit möchte ich fragen: Weiss Jemand Näheres über »SALOMONIS *Almanac, seu diarius astron. hebr.*» (Ms. St. Petri in Basel, bei MONTFAUCON p. 186, bei HEILBRONNER l. c. p. 347 § 31 n. 10)?

[6] Nicht 15945, wie bei I. PERLES (Monatsschr. f. Gesch. u. Wiss. d. Jud. 1878 S. 324), ohne genauere Angabe, so weit ich mich erinnere.

[7] Bei SERACH (NEUBAUER, *Aus d. Petersburger Bibliothek* S. 39) liest man: »Nicht ein Jeder besitzt das Buch Sechs Flügel von ELIA BASCHIATSCHI»; jedenfalls irgend ein Missverständnis. Bei JO. V. GUMPACH (*Über d. alt-jüd. Kalender*, Brüssel 1848 S. 119, heisst es, nach SELDEN, *de anno civili vet. hebr.*, in UGOLINI, *Thes.* XVII, 170): Sechs Flügel »*angeführt* von ELIA BASCHIATSCHI, welcher in der Berechnung nach ALBATANI und dem Geographen(!) IMMANUEL verfährt».

[8] Eine besondere Tabelle ist überschrieben: »Maass des Unterschiedes zwischen den Tagen und den Nächten; s. Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **20**, 1866, 340, 380, im Index nachzutragen.

[9] Über den anonym angeführten *Almanach* s. *Die hebr. Übersetzungen* S. 625.

[10] Hebr. *Nihugim,* oder *Mizadim,* arab. *Tasjirât,* s. Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **25**, 1871, 353.

[11] Ob die »Observationes pro dignoscenda stellae *longitudine*» in Ms. de Rossi 336[6], hinter ANGELO (Mord.) FINZI, noch hieher gehören?

[12] Ich benutze diese Gelegenheit zu einigen kurz angedeuteten Berichtigungen zur Beschreibung dieses Ms. durch Hinweisung auf mein: *Die hebr. Übersetzungen*, welche ich mit *St.* bezeichne. I, nato . . . XII, del. (St. p. 506), II, Verf. IBN SAFFÂR (St. 580): ib. »dal libro» del. (St. 537); IV »Zappicha», l. 'Safiha (St. p. XXX); BART. DELL' OROLOGIO (St. 626); V »Sfera» l. globo; »Hasmon», l. ABU'L-HASAN (St. 552); VI (p. 56) Mappamondo, l. globo (St. 553).

RECENSIONEN. — ANALYSES.

THE WORKS OF **Archimedes** EDITED IN MODERN NOTATION WITH INTRODUCTORY CHAPTERS BY **T. L. Heath.** Cambridge, Clay & Sons 1897. In-8°, CLXXXVI + (2) + 326 p.

Conformément à l'indication du titre, ce livre contient une traduction, en anglais et en notations modernes, des ouvrages d'ARCHIMEDES, et, de plus, une introduction biographique, bibliographique et historique. Les ouvrages d'ARCHIMEDES dont le texte grec nous est gardé, sont rangés dans l'ordre suivant: *De la sphère et du cylindre; De la mesure du cerle; Des conoïdes et des sphéroïdes; Des hélices; De l'équilibre des plans; L'arenaire; De la quadrature de la parabole.* Enfin vient le traité *de corps flottants,* dont il ne nous reste qu'une version latine, le livre des *lemmes,* qui nous a été conservé par les Arabes, et une transcription de l'épigramme sur *le problème des boeufs,* attribué à ARCHIMEDES avec ou sans raison.

Dans l'introduction, qui occupe près de 200 pages, M. HEATH donne des notices sur la vie d'ARCHIMEDES et des renseignements bibliographiques sur ses travaux; il a consacré aussi des chapitres particuliers à des études sur la relation d'ARCHIMEDES à ses devanciers, sur l'arithmétique d'ARCHIMEDES, sur les problèmes de directions (c. à. d. d'inscriptions entre deux lignes données d'une droite de longueur donnée dont le prolongement passe par un point donné), sur les équations cubiques, sur les anticipations du calcul intégral chez ARCHIMEDES, et sur la terminologie d'ARCHIMEDES. Le 4[e] chapitre contient un aperçu de l'aritmétique grecque, en particulier pour ce qui concerne l'extraction des racines carrées, et le 5[e] chapitre traite assez en détail des problèmes de directions, dont il y a un exemple déjà dans le fragment d'EUDEMUS sur la quadrature de lunules de HIPPOKRATES. En parlant de ce fragment, M. HEATH aurait pu citer aussi, dans la note de la page CIII, le mémoire de M. P. TANNERY: *Le fragment d'Eudème sur la quadrature des lunules* inséré aux Mémoires de l'académie des sciences de Bordeaux 5_2, 1883, p. 211—236. Dans le même chapitre M. HEATH signale (p. CXIX) que le mathématicien OMERIQUE semble avoir résolu en 1698, par une méthode propre à lui, un problème de directions traité par PAPPOS.

Sans doute le livre de M. HEATH pourra être très utile à l'étude universitaire de l'histoire des mathématiques, et par conséquent il faut savoir gré à l'auteur de l'avoir publié; en

effet il y offre aux étudiants un excellent moyen de se familiariser avec la forme antique de l'exposition mathématique.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1898: 2.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. Loria. Genova. 8°.
1898: 2—3.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
42 (1897): Supplement [= Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 8]. — **43** (1898): 2—3.

Beman, W. W., Further note on Euler's use of i to represent an imaginary.
New York, Americ. mathem. soc., 4_2, 1898, 551.

°**Berteu, A.**, Vita dell' abate Francesco Faà di Bruno. Torino [1897?]. 8°.
8°, 436 p. — [Analyse:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 94—98. (G. L.).

Cantor, M., Ermanno Schapira. Necrologio.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 106—109.

Curtze, M., Über eine Algorismus-Schrift des XII. Jahrhunderts.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 1—27.

Curtze, M., De inquisicione capacitatis figurarum. Anonyme Abhandlung aus dem fünfzehnten Jahrhundert.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 29—68.

Eneström, G., Sur un point de la querelle au sujet de l'invention du calcul infinitésimal.
Biblioth. Mathem. 1898, 50—52.

Eneström, G., Über die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen.
Internat. Mathematikerkongr., Verhandl. **1** (1897), 281—288. — Cf. Biblioth. Mathem. 1897, 65—72.

Eneström, G., Johan de Witt et la théorie des rentes viagères composées.
Archief voor de verzekeringswetenschap **3**, 1898, 263—272.

Fontès, M., Pierre Forcadel, lecteur du roy ès mathématiques. (Suite.)
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires 8_9, 1896, 361—382.

Gravelaar, N. L. W. A., Pitiscus' Trigonometria.
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief 3_2, 1898, 253—278.

Günther, S., Der Jakobstab als Hilfsmittel geographischer Ortsbestimmung.
Geographische Zeitschrift (Leipzig) 4, 1898, 157—167. — Notice historique.

°Häbler, Th., Über zwei Stellen in Platons Timäus und im Hauptwerke von Coppernicus. Grimma 1898.
4°. — [1 Mk.]

Hancock, H., The historical development of Abelian functions up to the time of Riemann.
British Association, Report **67** (Toronto 1898), 246—286.

Hawkes, H. E., Limitations of greek arithmetic.
New York, Americ. mathem. soc. 4_2. 1898, 530—535.

Hermite, Ch., Notice sur F. Brioschi.
Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **125**, 1897, 1139—1141. — [Traduit en italien, avec une liste des écrits de Brioschi:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 62—73. (G. L.)

Hurwitz, A., Über die Entwickelung der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen in neuerer Zeit.
Internat. Mathematikerkongr., Verhandl. **1** (1897), 91—112.

Loria, G., Apeiçu sur le développement historique de la théorie des courbes planes.
Internat. Mathematikerkongr., Verhandl. **1** (1897), 289—298.

°Mach, E., Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt. Dritte Auflage. Leipzig, Brockhaus 1897.
8°. — [Analyse:] The monist **8**, 1898, 318—319.

Rosenberger, F., Die erste Entwickelung der Elektrisirmaschine.
Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **8**, 1898, 69—88.

Rosenberger, F., Die ersten Beobachtungen über elektrischen Entladungen.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 89—112.

Schmidt, F., Lebensgeschichte des ungarischen Mathematikers Johann Bolyai de Bolya.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 133—146.

Schmidt, W., Zur Geschichte des Thermoskops.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**. 1898, 161—173.

Schmidt, W., Heron von Alexandria, Konrad Dasypodius und die Strassburger astronomische Münsteruhr.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 175—194 + 1 pl.

Schmidt, W., Heron von Alexandria im 17. Jahrhundert.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 195—214 + 2 pl.

Simon, M., Zur Geschichte und Philosophie der Differentialrechnung. Vortrag, gehalten auf der Naturforscher-Versammlung zu Frankfurt in der Section für math.-naturw. Unterricht.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 113—132.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1898, 33—40.

Vailati, G., Corso libero sulla storia della meccanica. Anno 1897—98.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 101—106. — Programme d'un cours professé à l'université de Torino.

Vailati, G., Metoda dedukcyjna, jako narzedzie badania.
Wiadmosci matematyczne **2**, 1898, 81—122. — Traduction par M. S. DICKSTEIN de l'écrit: »Il metodo deduttivo come strumento di ricerca» (cf. Biblioth. Mathem. 1898. p. 30). — [Analyse de l'original italien:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 54—55. (G. L.)

Valentin, G., Beitrag zur Bibliographie der Euler'schen Schriften.
Biblioth. Mathem. 1898, 41—49.

Vassilieff, A., Pafnutii Lvovitch Tchébycheff, et son oeuvre scientifique.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 33—45, 81—92.

Wertheim, G., Die Berechnung der irrationalen Quadratwurzeln und die Erfindung der Kettenbrüche.
Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. **8**, 1898, 147—160.

Wertheim, G., Ein zweites mathematisches Werk Emanuel Porto's.
Monatsschr. f. Gesch. und Wissensch. d. Judenth. **42**, 1898, 375—380.

Wertheim, G., Fermats Observatio zum Satze des Nikomachus.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 41—42.

Wilamowitz-Moellendorff, U. v., Ein Weihgeschenk des Eratosthenes.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachr. (Philol. Kl.) 1894, 15—35.

Zeuthen, H. G., Isaac Barrow et la méthode inverse des tangentes.
Internat. Mathematikerkongr., Verhandl. **1** (1897), 274—280.

Question 68 [sur un mathématicien »Josteglio» au 16e siècle].
Biblioth. Mathem. 1898, 64. (G. ENESTRÖM.)

Anfrage 69 [über einige typographische Eigenthümlichkeiten in gewissen Jahrgängen des Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.].
Biblioth. Mathem. 1898, 64. (M. STEINSCHNEIDER.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. LAMPE. Band 27 (1896). Berlin, Reimer 1898.
8°. — Les pages 1—40 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1896.

BROCARD, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897. 8°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 55—56. (G. L.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°.

Biblioth. Mathem. 1898, 53—61. (G. ENESTRÖM.) — Mathesis 8_2, 1898, 162—163. (P. M.) — [Analyse des cahiers III: 1—2:] The monist 7, 1897, 314—317.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]

Biblioth. Mathem. 1898, 61—63. — Zeitschr. für Mathem. 43. 1898; Hist. Abth. 78—80, 100—102.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

70. Dans la préface à son édition (Berlin 1796) de l'Algèbre de LÉONARD EULER, GRÜSON parle d'une édition antérieure qui aurait été imprimée à Lund, bien que le feuillet de titre en indiquât S:t Pétersbourg comme lieu d'impression, et ROGG (*Handbuch der mathematischen Literatur* I, Tübingen 1830, p. 494) indique expressément que cette édition a été imprimée à Lund en Suède. D'autre part, aucun ouvrage relatif à la bibliographie suédoise ne mentionne que l'algèbre d'EULER a été réimprimée en Suède, et, de plus, il semble *à priori* très invraisemblable qu'une telle réimpression eût eu lieu à Lund en Suède. Dans ces circonstances, comment peut-on expliquer l'indication de GRÜSON? (G. Eneström.)

Beantwortung der Anfrage 68. Der von EMANUEL PORTO erwähnte »Josteglio» ist nicht JOBST BÜRGI, sondern ein gewisser MELCHIOR JÖSTEL, von dem SCHEIBEL in seiner *Einleitung zur mathematischen Bücherkenntnis* (Breslau 1775—1781) II: 7, S. 19, folgendes mittheilt: »MELCHIOR JOESTEL, den LONGOMONTAN so sehr lobet, hat zu Wittenberg die Mathematik gelehrt. Ich kann aber von ihm eben so wenig mehrere Nachricht geben,* als ich weiss, ob folgender hieher gehöriger Aufsatz, den ich handschriftlich besitze, gedruckt sey: Melchior. Joestelii logistica προςθαφαίρεσις astronomica. In 4. 13 Seiten, ziemlich rein und deutlich geschrieben, mit sauber gezeichneten

---

* Am Ende eines Briefes von TYCHO BRAHE an MAGINI (28 Nov. 1598), welchen FAVARO in seinem Buche *Carteggio inedito die Ticone Brahe* etc. (Bologna 1886) veröffentlichte (s. S. 217—223) hat JÖSTEL einige Worte hinzugefügt; er nennt sich dort: »MELCHIOR JÖSTELIUS Dresdensis, Mathematicus professor Wittembergensis.» Vier Briefe von TYCHO BRAHE an JÖSTEL sind in der Universitätsbibliothek in Basel aufbewahrt (s. FAVARO, *Die alcuni nuovi materiali per lo studio del Carteggio di Ticone Brahe;* Atti dell' Istituto Veneto di scienze 7_6, 1889, 213—215). (G. E.)

Figuren. Am Ende stehet: Descripta haec sunt ex ipsius Joestelii Manuscripto Prid. Idus Aug. CIƆIƆCIX m. DRSP. Wittenbergæ.» — LONGOMONTAN gibt von ihm in seiner *Astronomia Danica* (Amstelodami 1622) p. 7 an, er habe die prosthaphäretische Methode besonders gut ausgebildet, und KEPLER sagt *(Astronomiae pars optica.* Opera, ed. FRISCH II (1859) p. 358, Problema XX): Audio clarissimo viro MELCHIORI JOESTELIO sub manibus esse egregium opus, quadringentorum problematum primi mobilis per prosthaphaereses nudas arcuum et chordarum: quod calculi genus TYCHONI inde a multis familiare, nec mediocriter a CLAVIO percultum, jam tandem a JOESTELIO perficitur.» — Der Herausgeber von KEPLERS Werken bemerkt hiezu pag. 439: MELCHIOR JOESTELIUS, Prof. math. Witebergensis, quamvis saepius KEPLERO adhortante, ut opus inceptum perficeret, nihil profecit.» Es scheint somit bei dem in SCHEIBE'S Besitz gekommenen handschriftlichen Traktat geblieben zu sein. Ob derselbe noch existiert, und wo er sich etwa befindet, weiss ich nicht anzugeben. (A. von Braunmühl.)

Antwort auf die Anfrage 69. Diese Anfrage bin ich im Stande, wenn auch nur theilweise, zu beantworten. Für Bd. VI kann ich keine Auskunft geben, wenn auch aus dem Generalregister im Bd. XX hervorgeht, dass jedenfalls keine neue Abhandlung eingeschoben wurde, wohl aber erschöpfen te für Bd. XII. Ursprünglich umfassten die Nummern »Settembre e Ottobre 1879» die Seiten 569—724 und wurden auch so ausgegeben. Da nun aber das Augustheft nicht in dem beschränkten Umfange ausgegeben ist, welcher diesen Seitenzahlen entspricht, so wurde ein vollständiger Umdruck vorgenommen. Es entsprechen sich Bogen 73 und 79; 74 und 80; 75 und 81; 76 und 82; 77 und 83; 78 und 84; 79 und 85; 80 und 86 des Septemberheftes, und Bogen 81 und 87; 82 und 88; 83 und 89; 84 und 90; 85 und 91; 86 und 92; 87 und 93, welche beide 5 Blätter haben; 88 und 94; 89 und 95; 90 und 96; 91 und 97, welche wieder je 5 Blätter besitzen, des Octoberheftes. Es sind jedoch bei dem Neudruck, freilich nur in den Anmerkungen, vielerlei Veränderungen vorsichgegangen. In dem Exemplare, welches STEINSCHNEIDER anführt, in welchem Bogen 81 mit p. *633* beginnt, ist das *alte* Octoberheft, bei welchem dieses zutrifft, an Stelle des Umdruckes eingebunden worden. Diese Seite 633 muss daher mit: »XII. Sur deux Problèmes de Fermat (1)» beginnen, was wohl zutreffen dürfte. Damit ist aber die Umänderung des XII. Bandes noch

nicht zu Ende. Es giebt auch zwei Ausgaben des Decemberheftes. Da dieses Heft auf der Rückseite des Titelblattes den Vermerk trug: »La publication du recueil intitulé Bullettino di bibliografia etc. se termine avec le tome XII. Avant la fin de l'année courante 1880 on publiera un cahier contenant les tables et le frontispice de ce tome XII», so hatte wohl Fürst BONCOMPAGNI Grund, eine von ihm verfasste Abhandlung noch in dieses Heft aufzunehmen. Nachdem dieser Grund fortgefallen war, und die Zeitschrift weiter geführt werden sollte, wurde das Heft zurückgezogen und durch ein weniger umfangreiches ersetzt. Zwischen S. 862 und 863 waren im ersten Drucke achtzehn Seiten mit einer Abhandlung: *Intorno ad un trattato di aritmetica del P. D. Smeraldo Borghetti Lucchese* eingeschoben, welche jetzt den Anfang des XIII. Bandes bilden. Es folgten dann, wie in dem Neudrucke, S. 880, *Giunte all' Articolo* etc. — S. 891, WIEDEMANN, *Materiali* etc. — S. 895, v. BEZOLD, *Materiali* etc. — S. 899, GERLAND, *Sulla storia* etc. — S. 904, MARRE, *Deux mathématiciens* etc. — S. 913—946, *Annunzi di recenti pubblicazioni.* Der Fascikel mit dem Namenverzeichniss ist jedoch nur in *einer* Ausgabe vorhanden (S. 947—984).

Aber auch dem »Tomo XV» ist ein Umdruck passiert: die Seiten 441—464 sind doppelt ausgegeben. Die Abhandlung RICCARDI's endet im Neudrucke schon auf S. 445, was durch compresseren Druck der Anmerkungen erreicht ist; dann erstreckt sich die Abhandlung BONCOMPAGNI's über LAPLACE von S. 446—463, und die im alten Drucke S. 463 und 464 einnehmenden *Atti di nascita e di morte di Pietro Simone Marchese di Laplace* sind auf Seite 464 in compresserem Drucke zusammengezogen. (M. Curtze.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 25 septembre 1898.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1898.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1898. STOCKHOLM. N° 4.

NEUE FOLGE. 12. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 12.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Abhandlung des Levi ben Gerson über Trigonometrie und den Jacobstab.

Von M. CURTZE in Thorn.

»*Leo de Balneolis Israhelita De Sinibus, chordis et arcubus, Item Instrumento Revelatore Secretorum*«, so heisst der Titel unserer Abhandlung im Codex Vindobonensis Palatinus 5277 (Philos. 68), in welchem dieselbe den 5. Platz einnimmt. Jedenfalls ist dieser Titel nicht ein Machwerk des LAMBECIUS, wie STEINSCHNEIDER in der Biblioth. Mathem. 1897, S. 111 (Anm. 12), zu verstehen giebt. sondern von dem Schreiber des ganzen Stückes herrührend. Er ist auch, wie aus dem Folgenden hervorgehen wird, vollständig gerechtfertigt. Ich theile zunächst das dem Ganzen vorausgeschickte Inhaltsverzeichnis, sowie die Dedicationsepistel und das einleitende Capitel mit, um, nachdem ich einige Bemerkungen daran geknüpft habe, in eine Analyse des weitern Werkes einzutreten.

Distinctio libri.

Primum caput. Primum capitulum continet epistolam ad dominum papam prædictum et prologum operis, in quibus expresse tanguntur quattuor causæ cum suis gradibus operis prælibati.

Secundum caput dividitur in quinque dictiones. In secundo capitulo stabiliuntur quædam principia, quæ sunt opportuna ad omnia hic intenta, et istud capitulum in quinque dictiones dividitur.

Prima dictio. In prima ponitur descriptio seu interpretatio quorundam vocabulorum, quibus utimur in hac arte.

Secunda dictio. In secunda ponitur quædam demonstratio geometrica ad scientiam chordarum et arcuum directiva.

Tertia dictio. In tertia docetur mediantibus dictis demonstrationibus super tabulas arcuum et chordarum.

Quarta dictio. In quarta ponuntur tabulæ et usus earum.

Quinta dictio. In quinta docetur per latera quædam scita et angulos quosdam scitos triangulorum scire in lateribus et angulis eorum residua.

Tertium capitulum. In tertio capitulo ponitur unum primum utile ad cognoscendum semidiametrum solis et lunæ per comparationem ad circulum, quem describit extra suam deferentem experientiæ tempore et quantitate radiorum ipsorum, quæ per fenestras domorum introeunt.

Quartum capitulum. In quarto inquiritur centrum visus et, quando per instrumentum simul duæ stellæ videntur, perfecte cognoscitur earum distantia.

Quintum caput. In quinto docetur prædicti instrumenti factura et usus ad notitiam dictæ distantiæ.

Sextum caput. In sexto cognoscitur certissime altitudo solis seu stellæ alterius cuiuscumque ad sciendum horas diei et noctis, et latitudinem stellæ cuiuslibet, supposita altitudinis meridianæ eiusdem notitia.

Septimum capitulum. In septimo docetur per istud instrumentum cognosci diameter circuli stellæ cuiusvis per comparationem ad circulum, quem extra suum deferentem describit.

Octavum capitulum. In octavo docetur per istud instrumentum distantia longitudinis solis et lunæ, et unde sciantur aliqualiter loca stellarum fixarum.

Nonum caput. In nono dantur aliqua documenta ad usum instrumenti prædicti, ne in ipso et eius usu aliquis error intercidat.

Iste tractatus fuit translatus de Hebræo in latinum Anno Christi 1342, pontificatus domini Clementis papæ sexti Anno primo.

Epistola auctoris.

Sanctissimo patri et domino, domino dilecto Clementi, perspicacitatis acumine, celeri intellectu, thesauro memoriæ et facundia eloquendi ab altissimo domino clementi multiplicibus meritis ac prædictis ad thronum summi pontificatus electo ex milibus, Leo Israhelita de Balneolis philosophantium verum christianitatis et totius fœlicitatis obtentum. Quoniam Sanctitas

Vestra in statu Suæ iuventutis cogitare incepit circa arcana et secreta cuiuscumque scientiæ, ideo DEUS, qui nostris desyderiis revelat mysteria, vult dictæ Sanctitatis maiestati omnis scientiæ quamcumque particulam clarere perfecte, propter quod mihi secretum astronomiæ scientiæ completum in *Baculo Jacob* exstitit revelatum, non in sapientia, quæ in me sit plus quam in cunctis viventibus, sed ut regi regum, patri et domino omnis eius fiat interpretatio manifesta. Nec mirum, quia, quamquam ex dictis possit evidenter concludi, Vestram Sanctitatem omni fulgure scientia, nihilominus DEUS aliquando aliquam scientiarum particulam parvulis quodammodo specialiter revelat ad solamen gaudiumque sapientum dominorum. Et licet prædictum secretum iamdiu fuit revelatum, ut apparebit inferius, et annotatum hebræis litteris, et quod aliis verbis sine debito ordine ex ore meo forte fuerit auretenus, scilicet partialiter, repræsentatum, nusquam tamen ordinate translatum fuerat in latinum, sed sic permansit occultum 21 diebus, donec venit, quasi similitudo hominis filii, religiosus vir frater PETRUS DE ALEXANDRIA ordinis fratrum heremitarum Sancti AUGUSTINI, qui ad propalandum secretum baculi prælibati tangit labia mea, et aperiens in eum locutus sum, et dixi ad eum, qui stabat coram me: Scribe! Et me sibi referente omnia verba mysterii huius conscripsit, quæ exordiuntur, ut sequitur.

Prologus operis.

Cum sapientis astronomi verba ad notitiam nostram pervenerunt, instrumenta fuerunt aliqua ad inducendum nos in Christianitatem et multorum accidentium, quæ cœlestibus corporibus inesse videntur, ut aliquod instrumentorum dictorum nos ducat in veritatem digitorum eclipsatorum solis vel lunæ, nec per aliquod eorum possumus cognoscere, si aliquis planeta concentrica non inducit nos ad eccentricitatis notitiam quantitatis. Et in speciali, quia antiqui philosophi non potuerunt venire ad portam, quæ nos duceret in veritatem eccentricitatis prædictæ, inter se controversiam non modicam habuerunt, quibusdam eorum eccentricitatem dicentibus, ut PTOLOMÆO et sequentibus eum, quibusdam non credentibus hoc naturaliter demonstrare, dicentibus eam non esse possibilem. Ego vero considerans dictam controversiam tam magnam inter philosophos antiquos nec non modernos, et inveniens diversitatem non modicam ab eo, quod erat conveniens ad sententiam PTOLOMÆI in digitis eclipsatis in luna tempore eclipsi lunaris, quæ fuit anno incarnationis Christi 1321, et in sole tempore eclipsis solaris

præcedentis inmediate differentiam lunarem, quarum quantitas fuit longe maior, quam esse debuisset secundum PTOLOMÆI doctrinam, commotus fui ad inquirendum instrumentum veridicum, quod nos duceret in veritatem omnium prædictorum, et DEUS sua gratia oculos meos apperuit ad inveniendum unum instrumentum levis facturæ, quod ducit facile et sine errore ad veram notitiam prædictorum et aliorum multorum magis desyderatorum scibilium circa cœlestia corpora. Et cum inveni per experientias multas cum instrumento prædicto eccentricitates orbium planetarum multum diversas ab eo, quod erat conveniens ad PTOLOMÆI scientiam, coactus necessario fui experientias multas accipere circa vera loca cuiuslibet planetarum, ut certitudo veritatis prædictorum locorum esset in via ad inveniendum dispositiones cœlorum et orbium omnium planetarum quæ correspondent omnibus, quæ apparent in eis ex eccentricitate, velocitate, retardatione, directione, retrogradatione et statione eorum, ad quorum omnium veritatem cum instrumento prædicto perveni DEO duce, et ideo merito instrumentum iam dictum *Revelatorem Secretorum* vocavi. Igitur DEO, qui veritatem istorum ipse sui gratia revelavit, ut possumus, gratiarum actionem debitam persolventes cum NEHEMIA propheta benedicamus nomini gloriosæ suæ excelso in omni benedictione et laude. Amen!

Aus dem soeben Mitgetheilten scheint mir hervorzugehen, dass manche Bemerkungen STEINSCHNEIDERS nicht richtig sind. Zunächst ist das Manuscript lat. Monac. 8089 mit dem Wiener bis auf unwesentliche Varianten vollständig übereinstimmend, und nennt ebenso wie letzteres die Vorrichtung an ersterer Stelle *Baculus Jakob*, an zweiter dann *Revelator Secretorum*, und wenn das Pariser Manuscrit latin 7293, wie STEINSCHNEIDER sagt, ohne Angabe des Übersetzers ist, so beruht das darauf, dass ihm das erste Blatt fehlt, und es erst mit den Worten des Prologus: »retardatione, directione», u. s. w. beginnt, wie mir durch gütige Mittheilung des Herrn P. TANNERY bekannt wurde. Es ist meiner Meinung nach zweifellos, dass auch dieses CLEMENS VI selbst gehörige Manuscript auf dem fehlenden Blatte das enthielt, was ich oben habe abdrucken lassen. Aus der Anwendung der beiden Namen *Baculus Jacob* und *Revelator Secretorum* und der Art und Weise, wie der erste gebraucht wird, dürfte aber zu schliessen erlaubt sein, dass unter *Baculus Jacob* ein schon bekanntes Instrument zu verstehen ist, welches LEO verbesserte, in neuer Weise benutzte, und ihm deshalb sowohl, als weil er seinen Fund als auf göttlicher Einwirkung entstanden ansah, den Namen *Revelator Secretorum* beilegte. Aus



der Dedikationsepistel sowohl, wie aus dem Prologus, glaube ich, geht aber auch weiter hervor, dass derjenige, welcher so schreiben konnte, nothwendigerweise Christ gewesen sein muss. Jemand der im Namen der ganzen Christenheit dem Pabste seinen Gruss entbeut, der in einem Gleichnisse den Menschensohn und dessen 21-tägiges Verborgensein herbeizieht, welcher von dem Jahre der Fleichwerdung Christi spricht, kann, als er so schrieb, nicht mehr Jude gewesen sein. Man wird mir entgegenhalten, dass PETRUS DE ALEXANDRIA diese Sachen hineingebracht habe: der Stil des Ganzen, sowohl des Dedicationsbriefes als des Prologus ist doch unter keinen Umständen der einer Originalabhandlung in lateinischer Sprache, sondern eine sehr gepresste Übersetzung des *mündlich* mitgetheilten hebräischen Urtextes, und die Dedication an den Pabst könnte gerade des Übertritts zum Christenthum halber geschehen sein. Auch in diesem Buche hat, wie man sieht, LEO gegen die Ptolemäische Theorie angekämpft, wie in dem mehrfach citierten Buche *Liber bellorum Dei*. Gerade deshalb vervollkommnete er ja den *Baculus Jacob*, um die Irrthümer des PTOLEMÄUS klar legen zu können, und es ist deshalb sicherlich nicht unrichtig, auch ihn unter die Vorgänger des COPPERNICUS einzureihen. Nebenbei bemerke ich noch, dass, wenn NEUBAUER, wie Herr STEINSCHNEIDER mittheilt, eine Arbeit LEO's über das 5. Postulat EUKLID's als Fragment eines Buches »Composition über die Wissenschaft der Algebra» bezeichnet, derselbe entweder von dem 5. Postulate oder von der Algebra keine Ahnung haben kann. Heterogenere Sachen lassen sich fast nicht in einen Topf zusammenwerfen. Viel eher ist anzunehmen, dass n° 2 STEINSCHNEIDERS ein Fragment von n° 1 bildet, speciell zu der Einleitung des Buches I EUKLID's. Es wäre wohl zu wünschen, dass dieser Commentar LEO's mit dem Commentare des AN-NAIRÎZÎ, wie er jetzt von BESTHORN und HEIBERG veröffentlicht wird, und den ich in der lateinischen Übersetzung des GHERARDO CREMONESE wieder aufgefunden habe, verglichen würde, um seine etwaige Abhängigkeit von diesem letztern, und damit von SIMPLIKIOS, GEMINOS und HERON festzustellen.

Ich gehe zu einer Analyse des Werkes LEO's über. Im **zweiten Capitel** giebt die *dictio prima* nur Erklärungen, und zwar von Grad, Minuten, Secunden, u. s. w., Zeichen des Thierkreises, Eintheilung des Kreisdurchmessers in 120 *gradus*, welche aber keineswegs mit den Winkelgraden identisch seien. Er erklärt ferner Bogen, Sehne, Sinus und Sagitta; den Ausdruck Sinus-versus kennt er nicht dafür. Die *dictio secunda* beginnt

mit der Bemerkung, dass die Sehne eines Bogens zugleich die Sehne des Bogens ist, welche ihn zur vollen Peripherie ergänzt, sie beweist dann folgende Sätze:

1. *Das Quadrat jeder Sehne eines Bogens, welcher kleiner ist als der Halbkreis, ist gleich dem Producte der Sagitta und des Durchmessers.* Wenn also die Sagitta bekannt sei, so sei auch die Sehne bekannt und umgekehrt; aus beiden aber kenne man auch den Sinus des Bogens und zwar in doppelter Weise. Das Quadrat desselben sei nämlich entweder gleich der Differenz der Quadrate der Sehne und der Sagitta, oder gleich dem Produkte der Sagitta in deren Ergänzung zum Durchmesser. Es folge weiter dass auch die Sehne des doppelten Bogens bekannt sei, als doppelter Sinus des einfachen Bogens, ebenso die Sehne des Bogens von $180^\circ - \alpha$.

2. *Sagitta plus cosinus ist gleich dem Radius,* d. h. in unserer Bezeichnung $\text{sinvers}\,\alpha + \cos\alpha = 1$. Ist also eine beider Grössen bekannt, so ist es auch die andere. Cosinus wird dabei als *sinus residui arcus 90 graduum* bezeichnet.

3. $\text{Sinvers}\,(90^\circ + \alpha) = 1 + \sin\alpha$.

4. $\text{Chord}^2\,(\alpha + \beta) = (\sin\alpha + \sin\beta)^2 + (\text{sinvers}\,\alpha - \text{sinvers}\,\beta)^2$;
$\text{chord}^2\,(\alpha - \beta) = (\sin\alpha - \sin\beta)^2 + (\text{sinvers}\,\alpha - \text{sinvers}\,\beta)^2$.

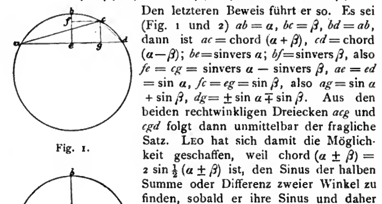


Fig. 1.

Den letzteren Beweis führt er so. Es sei (Fig. 1 und 2) $ab = \alpha$, $bc = \beta$, $bd = ab$, dann ist $ac = \text{chord}\,(\alpha + \beta)$, $cd = \text{chord}\,(\alpha - \beta)$; $be = \text{sinvers}\,\alpha$; $bf = \text{sinvers}\,\beta$, also $fe = cg = \text{sinvers}\,\alpha - \text{sinvers}\,\beta$, $ae = ed = \sin\alpha$, $fc = eg = \sin\beta$, also $ag = \sin\alpha + \sin\beta$, $dg = \pm\sin\alpha \mp \sin\beta$. Aus den beiden rechtwinkligen Dreiecken acg und cgd folgt dann unmittelbar der fragliche Satz. Leo hat sich damit die Möglichkeit geschaffen, weil $\text{chord}\,(\alpha \pm \beta) = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)$ ist, den Sinus der halben Summe oder Differenz zweier Winkel zu finden, sobald er ihre Sinus und daher auch die Sinus versus kennt.

5. $\text{Sinvers}\,\alpha = 1 - \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$. Hier ist $\sqrt{1 - \sin^2\alpha}$ nicht als *sinus residui arcus 90 graduum,* wie oben, bezeichnet, sondern als *distantia sinus a centro circuli.*

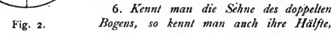


Fig. 2.

6. *Kennt man die Sehne des doppelten Bogens, so kennt man auch ihre Hälfte,*

d. h. den Sinus des einfachen Bogens, folglich, wie eben bewiesen, auch die Sagitta desselben, und daher auch nach 1 die Sehne des einfachen Bogens.

Die so gewonnenen Ergebnisse benutzt LEO nun in der *dictio tertia* um seine Sinustabelle zu konstruieren. Er berechnet sie von $15'$ zu $15'$. Man kennt nämlich $\sin 90^\circ$, also auch durch fortgesetztes Halbieren $\sin 45^\circ$, $\sin 22\frac{1}{2}^\circ$, $\sin 11\frac{1}{4}^\circ$, u. s. w.; ferner $\sin 30^\circ$ aus dem gleichseitigen Dreieck und $\sin 18^\circ$, also auch $\sin 2^\circ 15'$; aus $\sin 30^\circ$ und $\sin 18^\circ$ kennt man aber auch $\sin 24^\circ$ als Sinus der halben Summe, also auch $\sin 6^\circ$ und daher $\sin 8^\circ 15'$. Aus $\sin 30^\circ$ ebenso $\sin 3^\circ 45'$. Durch fortgesetzte Halbierung gelangt man so zu $\sin(15' + \frac{1}{128}^\circ)$ und zu $\sin(15' - \frac{1}{64}^\circ)$. Beide Sinus sind aber bis zu den Quinten genau den zugehörigen Bogen proportional, und nun findet man durch Proportionsrechnung $\sin 15' = 0^\circ\, 15'\, 42''\, 28'''\, 12''''\, 27^{\mathrm{v}}$; damit ist aber die weitere Berechnung gegeben.

In *dictio quarta* wird die *Tabula sinus* mitgetheilt und ihr Gebrauch zur Auffindung des Sinus und des Sinusversus aus dem Bogen und umgekehrt des Bogens aus jenen Functionen gelehrt. Ich füge Anfang und Ende der Sinustabelle hier ein.

Arcus		Arcus		Sinus			Arcus		Arcus		Sinus		
G	*M*	*G*	*M*	*G*	*M*	2ª	*G*	*M*	*G*	*M*	*G*	*M*	2ª
0	15	179	45	0	15	42	45	15	134	45	42	36	40
0	30	179	30	0	31	25	45	30	134	30	42	47	42
0	45	179	15	0	45	7	45	45	134	15	42	58	41
1	0	179	0	1	2	50	46	0	134	0	43	9	37
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
44	30	135	30	42	3	16	89	30	90	30	59	59	57
44	45	135	15	42	14	27	89	45	90	15	59	59	59
45	0	135	0	42	25	35	90	0	90	0	60	0	0

Die *dictio quinta* dieses Capitels endlich lehrt die Berechnung der Dreiecke aus Seiten und Winkeln. Diesen Abschnitt werde ich vollständig mittheilen, da er eine ganz selbständige Leistung darstellt. Er ist durchaus von einer ebenfalls vollständigen ebenen Trigonometrie verschieden, welche unter dem Titel *De tribus notis* sich in derselben Handschrift 5277[13], aber auch im Codex Basileensis F. II. 33 findet und eingestandenermassen auf GEBER fusst.

Dictio quinta.

DE SCIENTIA ANGULORUM ET LATERUM TRIANGULI RECTANGULI.

Cognitis duabus lineis trianguli unum angulum rectum habentibus cognoscitur reliqua linea et cognoscuntur reliqui anguli. (Fig. 3.)

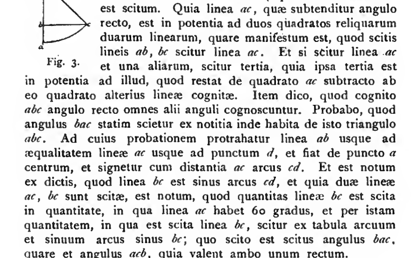


Fig. 3.

Sit *abc* triangulus habens angulum rectum, cuius duæ lineæ scitæ: dico, quod totum residuum est scitum. Quia linea *ac*, quæ subtenditur angulo recto, est in potentia ad duos quadratos reliquarum duarum linearum, quare manifestum est, quod scitis lineis *ab*, *bc* scitur linea *ac*. Et si scitur linea *ac* et una aliarum, scitur tertia, quia ipsa tertia est in potentia ad illud, quod restat de quadrato *ac* subtracto ab eo quadrato alterius lineæ cognitæ. Item dico, quod cognito *abc* angulo recto omnes alii anguli cognoscuntur. Probabo, quod angulus *bac* statim scietur ex notitia inde habita de isto triangulo *abc*. Ad cuius probationem protrahatur linea *ab* usque ad æqualitatem lineæ *ac* usque ad punctum *d*, et fiat de puncto *a* centrum, et signetur cum distantia *ac* arcus *cd*. Et est notum ex dictis, quod linea *bc* est sinus arcus *cd*, et quia duæ lineæ *ac*, *bc* sunt scitæ, est notum, quod quantitas lineæ *bc* est scita in quantitate, in qua linea *ac* habet 60 gradus, et per istam quantitatem, in qua est scita linea *bc*, scitur ex tabula arcuum et sinuum arcus sinus *bc*; quo scito est scitus angulus *bac*, quare et angulus *acb*, quia valent ambo unum rectum.

DE SCIENTIA ANGULORUM CUIUSLIBET TRIANGULI EX COGNITIONE CUNCTORUM LATERUM.

Cognitis tribus lineis cuiusvis trianguli omnes eius angulos cognoscuntur. (Fig. 4 und 5.)

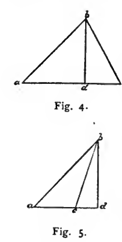


Fig. 4.

Fig. 5.

Ad cuius probationem sit *abc* prædictus triangulus, et protrahatur a puncto *b* perpendicularis linea *bd* super lineam *ac* positam infinitam. Quæ linea *bd* protracta in prima figura cadit intra triangulum, in secunda vero extra: dico, quod quantitas lineæ *cd* est nota. Quia, si subtrahatur quadratum lineæ *ab* de duabus quadratis linearum *ac*, *bc* in prima figura, aut quadrata linearum *ac*, *cb* de quadrato *ab* in secunda figura, et dividatur residuum per quantitatem duplatam lineæ *ac*, dico, quod divisionis quotiens erit æquale lineæ *cd* aut *dc*, sicut demonstrat EUCLIDES. Ex his est notum, quod quantitas lineæ *dc* est scita, et linea *bc* est scita ex primo supposito, ergo linea *bd* est scita trianguli

bcd habentis angulum unum rectum, et per consequens omnes eius anguli sunt sciti uterque ex præcedenti propositione. Et hic scimus in prima figura *bca* et unam partem anguli *cba*, quæ pars est angulus *cbd*. In secunda figura scimus angulum *bca* per angulum *bcd*, qui est scitus, quia angulus *bca* est complementum duorum rectorum super angulum *bcd*, qui est scitus. Item, quia lineæ *ac*, *cd* sunt scitæ, est linea *ad* scita, et ex hoc clarum est, quod omnes anguli trianguli *bda* habentis unum angulum rectum, sunt sciti, quia lineæ eius sunt scitæ: ergo quantitas < anguli > *bac* in utraque figura est scita, et scietur angulus *abc*, qui remanet de triangulo, quia anguli *cbd* et *dba* sunt sciti. Unde scitur, quod angulus *abc* in utraque figura est scitus. Ergo est notum, quod cognitis omnibus lineis trianguli *abc* omnes eius anguli cognoscuntur, quod volebam probare.

Ex cognitione duorum laterum et anguli uni lateri oppositi reliqua cognoscuntur.

Cognitis duabus lineis alicuius trianguli et uno angulo eius, cui sit altera dictarum linearum subtensa, reliqua linea et reliqui anguli cognoscuntur. (Fig. 6.)

Sit enim *abc* triangulus, cuius duæ lineæ *ab* et *bc* sunt scitæ, et angulus *bac* sit scitus: dico, quod linea *ac* et anguli, qui remanent, sunt sciti. Ad cuius probationem fiat unus circulus, qui tangat quamlibet angulum trianguli *abc*, qui circulus etiam vocetur *abc*, et ponatur, quod diameter circuli sit linea *ad*. Quia angulus *bac* est scitus et est iuxta circumferentiam circuli, et sunt ibi duo anguli recti 360 gradus, ergo

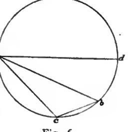


Fig. 6.

erit scitus arcus *bc*, et inde sciemus ex tabulis arcuum et sinuum chordam arcus prædicti in quantitate, in qua linea *ad* est 120 gradus. Unde scitur ex hoc, quod proportio lineæ *cb* ad lineam *ad* est scita. Et quia proportio lineæ *bc* ad lineam *ab* est scita ex primo supposito, sequitur, quod proportio lineæ *ab* ad lineam *ad* est scita. Ex hoc sequitur, quod scitur quantitas lineæ *ab* in quantitate, in qua linea *ad* est 120 gradus, et ex hoc habemus scientiam arcus *acb* per tabulas arcuum et sinuum. Et quia duo arcus, scilicet *bc* et *acb* sunt sciti, scitus est arcus, qui remanet, qui est arcus *ac*, et inde scimus angulum *abc*; quo scito, et ex primo supposito scito angulo *bac*, scitur tertius angulus, scilicet *acb*. Et inde ex dictis habebimus scientiam

lineæ *ac*, unde manifestum est, quod duabus cognitis lineis trianguli *abc*, scilicet *ab* et *bc*, et cognito eius angulo, scilicet *bac*, est scita linea *ac* et < anguli > reliqui, quod volebam probare.

Sequitur ex dictis vel demonstratis ex demonstratione prædicta, quod, si diameter circuli poneretur 60 gradus, et circumferentia 180 gradus; non oporteret computare chordas arcuum in tabulis arcuum et sinuum nisi in quantitate, in qua computantur sinus, qui sinus est medietas chordæ arcus diametri. Unde sequitur, quod proportio sinus arcus ad medietatem diametri est talis, qualis est proportio chordæ alicuius arcus ad diametrum. Ideo ego elegi, quod in locis, in quibus utar demonstratione, inter verba mea sic dictum corollarium accipiatur, quia brevior et magis lucida ex hoc erit. Ideo ex isto loco hoc dixi, ne lector turbetur in istis locis, in quibus utar hoc modo legendi, sic 30 pro 60 et sic uno pro duobus utendo.

Ex isto corollario sequitur, quod *omnium triangulorum rectilineorum talem proportionem una linea habet ad aliam, qualem proportionem unus sinus angulorum, quibus dictæ lineæ sunt subtensæ, habet ad alium.* Ex isto corollario sequitur, quod, *si anguli unius trianguli rectilinei sunt sciti, et si est scita quantitas unius lineæ uni angulo subtensæ, quantitates aliarum linearum etiam sunt scitæ,* quia, si proportio lineæ scitæ ad aliam lineam est scita, ipsa alia linea est scita.

Ex cognitione duorum laterum et anguli ab eis contenti scire reliqua.

Scitis duabus lineis unius trianguli et scito angulo eius consurgente ex coniunctione earum ad invicem reliqua linea et reliqui anguli cognoscuntur. (Siehe Fig. 5 und 6.)

Sit enim *abc* triangulus, cuius lineæ *bc*, *ca* sunt scitæ, et angulus *bca* sit etiam scitus: dico, quod linea *ba* erit scita, et reliqui anguli erunt sciti. Quia angulus *bca* aut est rectus vel acutus vel obtusus. Si rectus, patet conclusio ex dictis superius, si vero acutus, ut in prima figura, vel obtusus, ut in secunda, dico, quod linea *ba* est scita. Ad cuius probationem a puncto *b* super lineam *ca* positam infinitam linea perpendiculariter protrahatur, et quotiens sit, manifestum est, quod angulus *bcd* est scitus, qui est angulus *bca*, qui scitur, ut in prima figura, vel est complementum duorum rectorum super angulum *bca*, qui est scitus, ut in secunda, et sic remanet *dbc* scitus, qui est complementum unius recti super angulum *bcd*. Sequitur, quod omnes anguli trianguli *bcd* sunt sciti, et linea *bc* est scita ex primo supposito: sequitur ergo, quod reliquæ sunt scitæ. Se-

quitur etiam, quod duæ lineæ *bd*, *da*, sunt scitæ in utraque figura, et ex eis scimus quantitatem lineæ *ab* trianguli *adb*, qui habet unum angulum rectum. Sequitur, quod omnes anguli trianguli *adb* sunt sciti, ergo sequitur, quod scitur angulus *bad* vel *bac*, quod idem est, et ideo, cum angulus *bca* est scitus, ergo angulus *abc*, qui est residuum trium *a*, *b*, *c* est scitus, quia est complementum duorum rectorum super duos angulos *bac*, *bca*, qui sunt sciti; et hoc est, quod volebam probare.

Dass in Obigem eine nette und vollständige ebene Trigonometrie enthalten ist, dürfte einleuchten. Sie weicht in ihrer Darstellung vollständig ab von derjenigen, welche GEBER und ihm folgend jener andere anonyme Verfasser einer ebenen Trigonometrie einschlägt, die ich oben erwähnte. Letzterer hat 25 Unterfälle, welche er alle einzeln behandelt. LEO's Beweis des jetzt Sinussatz genannten Formel ist klar, und er zieht aus ihm alle Folgerungen, welche wir heute noch mit ihm beweisen. Auch von der Behandlung desselben Gegenstandes durch NASÎR-ED-DÎN ist er unabhängig: wir haben also eine ganz selbständige Leistung vor uns.

Das **dritte Capitel** enthält das Princip der *Camera obscura* deutlich dargelegt und für die Beobachtung der Sonnen- und Mondfinsternisse praktisch benutzt. Es wird die Theorie auch geometrisch bewiesen. Ich gehe hier auf dieses Capitel nicht weiter ein, sondern behalte mir die Verwerthung desselben für einen andern Ort und andere Gelegenheit vor. Nur soviel möchte ich feststellen, dass LEVI BEN GERSON, soweit bis jetzt bekannt, der erste ist, welcher von dieser Vorrichtung Gebrauch macht. Was bisher über die Vorgeschichte der Dunkelkammer bekannt war, findet man bei LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques en Italie,* T. IV, note III aufgeführt.

Das **vierte Capitel** handelt von dem »*centrum visus*«. Da der *Baculus Jacob* an das Auge gelegt werden soll, um zunächst die Entfernung zweier Sterne am Himmel direkt zu messen, dabei aber nothwendig ein Fehler der Beobachtung eintreten würde, wenn nicht darauf Rücksicht genommen würde, dass die Sehstrahlen nicht von der Oberfläche des Auges ausgehen, sondern von einem Punkte im Innern des Auges hinter der Linse herkommen, wie LEO durch Experimente nachweist, so hat er, wie er sagt, »*per multas experientias*« gefunden, dass die *visiva potentia* des Auges im Glaskörper *(humiditas congelata)* sich befinde. Um dieses auch geometrisch nachzuweisen, giebt er zu diesem Zwecke die vorläufige Beschreibung des Instrumentes, welche S. GÜNTHER in der Biblioth. Mathem. 1890, S. 76—77 hat abdrucken

lassen. Ich wiederhole hier diese Beschreibung, indem ich einige Zeilen früher beginne, und füge den Beweis hinzu, welchen Leo für seine Behauptung vorbringt. Es wird sich, glaube ich, dabei ergeben, dass Günther Leo missverstanden hat, und seine Zeichnung des *Secretorum revelator* nicht ganz richtig ist.

»Possum etiam geometrice demonstrare in hoc locum, in quo oculi centrum visus existat, cum instrumento, quod inveni ad experientias locorum planetarum in quovis tempore capiendas. Ideo in hoc loco declarabo de opere instrumenti prædicti, quantum est necessarium pro ista demonstratione habenda. Fiat igitur unus baculus cum superficiebus planis et rectis; in uno capite illius ponatur una tabula, quæ aliqualiter sit cornuta. Eius alterutrum cornu experientiæ tempore sume, alterum in oculum collocato; et fiant multæ tabellæ diversorum quantitatum perforatæ in medio superficies rectas habentes, per quarum foramina intrare possit baculus antedictus, et sit altitudo earum super baculum aliquantulum depressior altitudine oculi, et duæ earum simul ponantur in baculo, una alteri inæqualis ita, quod minor sit propinquior oculo, et ambæ super baculum faciant angulos rectos et sint parallelæ. Et lineæ ab centro oculi procedentes tangant utramque extremitatem utriusque tabellæ et terminentur usque ad cœlum. Hoc autem facto in certitudine nobis possibili sciemus faciliter locum, in quo centrum visus existit. Quia dictæ tabulæ sunt parallelæ et faciunt angulos rectos cum baculo, et lineæ parallelæ intersecant trianguli lineas in tali proportione, qualem parallela una habet ad aliam; et in tali proportione intersecarent omnes lineæ parallelas, quæ essent ab angulo trianguli usque ad lineam ei subtensam vel basim ... Verbi gratia (Fig. 7) sit *ab* linea recta in longitudine superficiei baculi experientiarum, quæ ab oculo ad caput baculi procedit, et ex parte parallelæ intersecant lineam *ab* suppositam, et sint lineæ *cd* et *ef*, quæ linea *cd* est maior linea *ef*, quia linea *ef* est propinquior oculo. Et sint

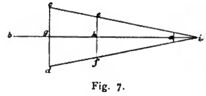


Fig. 7.

sic ordinatæ, quod linea *ef* totaliter et punctualiter occultet lineam *cd* recto oculi < obtentu >; et linea *cd* intersecet lineam *ab* in puncto *g*, et linea *ef* intersecet eam in puncto *h* et protrahantur lineæ *ce* et *df*. Et quia duæ lineæ rectæ *cd* et *ef* sunt visæ ab oculo eiusdem anguli, clarum est, quod, si dictæ lineæ *ce* et *df* protrahantur, in centro visus concurrent, et ponatur,

quod concurrant in puncto *i*, et signetur linea *ai*. Manifestum est, quod linea *bai* est una linea recta, quia supposui centrum visus in rectitudine lineæ *ba*. Item quia linea *cg* est æqualis lineæ *gd* et linea *he* est æqualis lineæ *hf*, et linea *gh* est communis ambobus quadrangulis, et angulus *cgh* est æqualis angulo *dgh*, et angulus *ghe* est æqualis angulo *ghf*, manifestum est, quod, si figura *dh* superponeretur figuræ *ch* semper omnia tanguntur, ac si una esset figura. Punctus *d* caderet super punctum *c*, et punctus *f* super punctum *e*, quare manifestum est, quod angulus *gdf* æqualis est angulo *gce*. Unde sequitur, quod triangulus *icd* habet crura æqualia, quia duo eius anguli iuxta basim sunt æquales. Quare manifestum est, quod linea, quæ venit a puncto *i* ad punctum *g*, qui dividit lineam *gc*, intersecat lineam *cd* ad angulos rectos. Sed quia linea *ag* intersecat etiam lineam *cd* ad angulos rectos, sequitur, quod linea producta a puncto *i* ad punctum *g* transeat per punctum *a*; unde sequitur, quod linea *iag* est una linea recta. Et quia triangulus *cdi* habet infra se lineam *ef* parallelam lineæ *cd*, quæ est basis anguli dicti trianguli, manifestum est, quod, qualem proportionem habet linea *ei* ad lineam *ic*, talem habet linea *fe* ad lineam *cd*. Et isto modo probatur, quod, qualem habet proportionem linea *eh* ad lineam *cg*, talem habet *ih* ad lineam *ig*. Et cum commutatur proportio et dividitur, manifestum est, quod proportio, quam habet *cg* ad lineam *eh* est talis, qualem habet differentia lineæ *cg* super lineam *eh* ad lineam *gh*, quæ est differentia, quam habet *ig* super lineam *ih*. Sed differentia, quam habet linea *cg* super lineam *eh* est scita, etiam quantitas lineæ *gh* est scita, nec non et quantitas lineæ *eh* est scita: remanet ergo quantitas lineæ *ih* scita, quia proportio quantitatis lineæ *eh*, quæ est scita, ad lineam *ih* est scita. Et cum profunde cum maximo labore quæsivi veritatem, inveni punctum *i* in isto verbi gratia in centro visus, quod est in centro humiditatis congelatæ. Et ista inquisitio fuit necessaria et valde, quia sine ea non possunt inveniri anguli experientiæ veritatis sine errore, quando respiciuntur cum isto instrumento corpora radiosa, et vellet quis scire arcum distantiæ inter unum et reliquum. Quia, si poneretur centrum visus infra spatium, quod continetur inter *ia*, iudicaretur arcus distantiæ unius ad alterum maior, quam esset, quia angulus experientiæ esset maior, et per oppositum iudicaretur brevior, si dictum centrum poneretur ultra punctum *i*.»

Nun endlich giebt Leo im **fünften Capitel** eine detaillirte Beschreibung seines Instrumentes und die Art der Benutzung desselben zur Bestimmung der Distanz zweier Sterne. Nach

dieser Beschreibung ist der Stab rund und nur auf *einer* Seite eine vollständige ebene Fläche vorhanden. Die *tabula cornuta*, es ist überhaupt nur *eine* solche vorhanden, ist an dem Ende des Stabes befestigt, welches an das Auge gelegt werden soll. Sie ist an den Verlängerungen *(cornibus)* abgerundet, damit sie in dem innern Winkel des Auges gelegt werden kann, und dient nur dazu die Lage des Instrumentes in Betreff des Auges sicher zu stellen. Dann, sagt unser Verfasser, liegt das *centrum visus* hinter dieser *tabula* um den 20[ten] Theil einer Palme im Innern des Auges, wie er »*per experientias multas cum maxima diligentia et labore*» gefunden habe. Der Stab soll vier Palmen lang sein und in solche eingetheilt. Wegen des um den 20[ten] Theil einer Palme zurücktretenden *centrum visus* muss jedoch die erste Palme um ebensoviel kürzer gemacht werden. Diese kürzere Palme und die nächstfolgende sind nicht weiter einzutheilen, dagegen sind die folgenden durch Querlinien in je 18 Theile, er nennt sie *gradus*, zu theilen. Jeder *gradus* wird auf der einen Seite der ebenen Fläche des Baculus in 12, auf der andern in 6 gleiche Theile getheilt. Darauf zieht er vom Anfange des ersten Theiles der Seite, welche sechs Compartimente enthält, nach dem Anfangspunkte des zweiten Theiles der 12-theiligen Scala, von da wieder nach dem Anfange des zweiten Theiles der 6-theiligen Scala, und dann von dort aus nach dem des 4. Theiles der andern Seite, von dort wieder nach dem 3. Theile der ersten Seite und von da nach dem 6. Theile der zweiten gerade Linien, und so fährt er fort bis zum Ende des Stabes. Dann ist klar, dass jede Transversallinie den 12. Theil eines Grades fasse. Um aber Minuten sicher erkennen zu können, theilt er nach der ganzen Länge des Stabes noch die Breite desselben durch gerade Linien in 5 gleiche Theile, dann sei jeder Theil einer beliebigen Transversallinie gleich einer Minute; in der beistehenden Zeichnung (Fig. 8) gebe ich die Eintheilung zweier *gradus* in Minuten wieder, und bemerke, dass damit das Princip des verjüngten Masstabes vollständig ausgesprochen und praktisch verwendet ist.

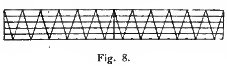


Fig. 8.

Die auf den Stab aufschiebbaren, mit runder Öffnung versehenen Tafeln, damit sie um denselben gedreht werden können, sollen sechs sein. Die Länge derselben wird zu 24 gradus, 16, 12, 8, 4 bestimmt, nur die sechste soll von der einen Seite 2,

von der andern nur 1 *gradus* sein. Die Dicke jeder Tafel soll $\frac{1}{3}$ eines Grades betragen, die Höhe aber soll gleich der Entfernung des *centrum visus* von dem Ende des Stabes sein, nur bei der sechsten soll dieselbe auf der einen Seite $\frac{1}{2}$, auf der andern $\frac{1}{4}$ Grad betragen. Der Stab dürfte also beistehende Gestalt gehabt haben (Fig. 9).

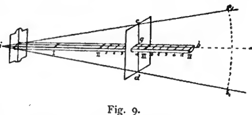


Fig. 9.

Ich habe nur eine *Tabula* ausser der *cornuta* gezeichnet, weil aus dem Folgenden hervorgehen wird, dass Levi nicht, wie Günther glaubte, zwei solche *Tabulæ* benutzte. Die *cornuta* ist ja für die eigentliche Beobachtung nicht mitzurechnen, da sie nur die genaue Anlage des Instrumentes an das Auge bewerkstelligen soll. Die Berechnung des Bogens $s_1 s_2$ erfolgt, wie Günther angegeben, durch die Formel

$$\text{chord}\, s_1 s_2 = \frac{cd}{\sqrt{cg^2 + gi^2}}\,.$$

Leo nennt dabei $\sqrt{cg^2 + gi^2}$ *semidiameter æquata* und chord $s_1 s_2$ die *chorda æquata*. Sind beide Sterne in der Ekliptik, so ist die gefundene Distanz die *longitudo in zodiaco*, liegen beide Sterne dagegen im Thierkreise, so ist die gefundene Distanz die Breite der Sterne. Liegt ein Stern auf der Ekliptik, der andere nicht, so ist die Distanz die Breite des zweiten Sternes; sind beide ausserhalb der Ekliptik, aber auf derselben Seite derselben, so ist, wenn die Breite des näheren Sternes bekannt ist, die Summe aus Distanz und bekannter Breite die Breite des zweiten Sternes, bei Kenntnis der Breite des weiteren Sternes, die Differenz zwischen Breite und Distanz; liegen die Sterne auf verschiedenen Seiten der Ekliptik, so ist die bekannte Breite von der Distanz zu subtrahieren. Er zeigt dann noch in diesem Capitel, wie bei bekannter Breite aus dieser und der gefundenen Distanz die Länge der Sterne gefunden werden kann.

Im **sechsten Capitel** lehrt er die Meridianhöhe der Sterne, der Sonne und des Mondes finden, die Stunde bestimmen und aus der bekannten Meridianhöhe die Breite des Sternes. Hierzu erhält sein *Baculus* eine neue Einrichtung, er erhält ein Stativ, so dass seine beiden Endflächen horizontal stehen, was durch

ein Bleiloth sicher gestellt wird, und auf die obere Endfläche wird eine möglichst dünne kupferne *Tabula,* welche an dem Stabe ein feines Loch hat, aufgeschoben; ebenso andere Tafeln, alle mit ähnlichen Löchern versehen, und nun müssen diese so lange verschoben werden, bis der Strahl des beobachteten Sternes durch beide Löcher in das beobachtende Auge gelangt. Dann liefert eine ähnliche Rechnung wie oben das Gewünschte.

Capitel sieben und **acht** bringen, immer unter neuen Einrichtungen des Stabes, welcher dadurch zu einem sehr complicierten Instrumente wird, weitere Anwendungen desselben zu dem verschiedensten Gebrauche, so dass LEO fast alle astronomischen Beobachtungen mit demselben auszuführen im Stande ist. Hier des weitern mich darauf einzulassen, würde mich zu weit führen. Ich will also nur noch kurz über das **neunte Capitel** referiren, welches die nothwendigen Cautelen bei der Beobachtung nochmals zusammenstellt. Erstens soll man bei nächtlichen Beobachtungen hinter den Kopf ein Licht stellen, damit man die Enden der Mittellinie der aufgesteckten Tafeln genau sehen kann. Man solle zweitens nicht bei nebligen Wetter beobachten, da dadurch die Beobachtung mit vielen Fehlern behaftet werde. Man solle ferner die zu messende Distanz nicht merklich grösser als 30 oder 40 Grade nehmen, da das Auge einen grösseren Winkelabstand nicht leicht übersehen könne. Ist die Breite der Sterne nicht genau bekannt, so darf der Abstand nicht kleiner als 20 Grade genommen werden, *quia in parva distantia parvus error ducit ad magnum et in magna magnus ducit ad parvum.*

Note historique sur une proposition analogue au théorème de Pythagoras.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans une petite note: *Ein stereometrisches Analogon zum Pythagoreischen Lehrsatz,* insérée à la Zeitschrift für Mathematik und Physik **38**, 1893, 383—384, M. O. Beau a indiqué et démontré le théorème suivant qu'il semble avoir supposé nouveau:

Dans toute pyramide triangulaire où trois faces sont perpendiculaires entre elles, le carré de la quatrième face est égal à la somme des carrés des trois premières.

Cette note a donné lieu à trois petites remarques insérées dans le même journal (**39**, 1894, 64, 192) par MM. Kloss, Pützer et K. Fink, qui ont fait observer que le théorème a été connu depuis longtemps; M. Fink l'a retrouvé déjà dans l'ouvrage de Carnot: *De la corrélation des figures de géométrie* (Paris 1801, p. 170).

Cependant, à cause du caractère élémentaire et de la simplicité de ce théorème, il est *à priori* très probable qu'il a été connu déjà au 18e siècle, et en effet on le trouve dans deux mémoires publiés environ 20 ans avant l'ouvrage cité de Carnot. L'auteur du premier mémoire, inséré au t. **9** des Mémoires de mathématiques et de physique présentés à l'académie des sciences par divers savants (Paris 1780), p. 593—642, est Tinseau, et le titre en est: *Solution de quelques problèmes relatifs à la théorie des surfaces courbes et des courbes à double courbure.* Ici, le théorème est indiqué à la page 612 sous la forme suivante plus générale:

Le quarré d'une surface quelconque plane, rapportée à trois plans coordonnés, est égal à la somme des quarrés de ses projections sur ces trois plans.

On y voit aussi que Tinseau regardait ce théorème comme parfaitement nouveau, car il l'appelle »théorème auquel on n'avait point pensé jusqu'ici». Mais quelques ans plus tard, De Gua, dans son mémoire: *Propositions neuves et non moins utiles que curieuses sur le tétraèdre, ou essai de tétraédrométrie* (Histoire de l'académie des sciences avec les mémoires de mathématiques et de physique, 1783 [Paris 1786]; Mémoires p. 363—401) revendiquait pour lui-même la dé-

couverte du théorème sur la pyramide triangulaire, qu'il énonce ainsi à la page 375:

Dans tout tétraèdre à un angle solide droit, la somme des carrés des trois nombres propres à exprimer les aires des trois faces triangulaires qui comprennent l'angle solide droit, et qu'on peut nommer latérales, est toujours égal au carré du nombre par lequel doit être exprimé l'aire de la face opposée à l'angle solide droit et qu'on peut nommer hypothénusale.

De Gua mentionne qu'il avait trouvé ce théorème déjà plus de 20 ans plus tôt, et qu'il en avait consigné alors la démonstration dans les régistres de l'académie des sciences de Paris. Il s'en suit que la découverte doit avoir été faite vers 1760.

De Gua indique aussi à la page 378 ce théorème plus général:

Dans un tétraèdre quelconque, la différence de la somme des carrés des trois faces situés autour d'un même angle solide, au carré de la face opposée à ce même angle solide, est toujours égale à la moitié du produit du parallélépipède formé sur les trois côtés situés autour de l'angle solide, par la somme des trois produits qu'on trouve en multipliant chacun de ces trois mêmes côtés, par la différence du cosinus de l'angle plan, qui, appartenant à l'angle solide, sera opposé à ce côté, au produit des cosinus des deux autres angles-plans appartenant au même angle solide, lesquels comprendront entre eux ce même côté.

Bien que De Gua et Tinseau soient convaincus tous deux d'avoir découvert ainsi un théorème nouveau, il est très possible que la proposition sur le tétraèdre rectangulaire ait été signalée aussi par quelque géomètre antérieur, et le but principal de ce petit article est de provoquer des recherches ultérieures sur ce point.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

A. Rebière. LES SAVANTS MODERNES, LEUR VIE ET LEURS TRAVAUX. D'APRÈS LES DOCUMENTS ACADÉMIQUES, CHOISIS ET ABRÉGÉS. Paris, Nony & Cie 1899. In-8°, VIII + 455 p.

Le titre de cet ouvrage n'est pas parfaitement exact; il aurait valu mieux mettre sur le feuillet de titre: »Les membres les plus illustres *de l'académie des sciences de Paris*», et effectivement cette restriction a été indiquée dans la préface, où l'auteur dit qu'il a réuni dans ce livre les savants modernes les plus illustres, français ou étrangers, parmi les académiciens morts (comparez aussi la 2e note à la page 47).

Après quelques mots sur la science antique et sur les mathématiciens modernes antérieurs à la fondation de l'académie des sciences de Paris, l'auteur résume l'histoire de cette académie, et ensuite il range les savants chronologiquement, dans trois chapitres, embrassant respectivement les mathématiciens et les astronomes, les physiciens et les chimistes, les naturalistes; pour chaque savant il y a quelques brefs renseignements biographiques et des notices plus ou moins étendues, extraites pour la plupart des éloges académiques; ordinairement l'auteur a annexé aussi le portrait du savant.

Dans cette courte analyse nous nous restreindrons au premier chapitre (p. 45—182). D'après l'auteur, les mathématiciens et les astronomes les plus illustres parmi les académiciens morts sont: J.-D. CASSINI, CH. HUYGENS, I. NEWTON, G. W. LEIBNIZ, JACQUES, JEAN et DANIEL BERNOULLI, L. EULER, A. CLAIRAUT, J. D'ALEMBERT, J.-L. LAGRANGE, W. HERSCHEL, G. MONGE, P.-S. LAPLACE, J. DELAMBRE, A. LEGENDRE, L. CARNOT, J. FOURIER, C. F. GAUSS, V. PONCELET, A. CAUCHY, M. CHASLES, U. LE VERRIER.

Sans doute il est très difficile de décider quels ont été les savants les plus éminents, et on ne doit pas en vouloir à M. REBIÈRE parce que, dans son livre, les français sont en majorité absolue, mais néanmoins il semble un peu étrange qu'il ait découvert parmi les académiciens les plus illustres du 19e siècle seulement un mathématicien étranger (GAUSS) et un astronome étranger (HERSCHEL); heureusement pour les mathématiques, l'Allemagne et l'Angleterre ont eu, parmi les académiciens morts dans le cours de notre siècle, d'autres représentants célèbres, dont les mérites scientifiques égalent au moins ceux de PONCELET et de LE VERRIER.

En résumant les biographies des savants M. Rebière a essayé aussi de caractériser par quelques mots leur action scientifique, mais il nous semble qu'il n'a pas toujours bien réussi; ainsi p. ex. la caractéristique suivante relative à Euler (p. 84) nous paraît trop incomplète: »Elève de Bernoulli, il appliqua l'analyse à la mécanique; il classa et étudia les fonctions. On loue sa simplicité, sa clarté et sa fécondité.»

Les extraits contenus dans le premier chapitre, sont tirés d'une trentaine d'auteurs, parmi lesquels il convient de signaler en premier lieu Bertrand, Arago, Fontenelle et Condorcet; parfois on y trouve des passages un peu inexacts au point de vue historique, p. ex. celui par De Fouchy rapporté à la page 78: »M. [Jean] Bernoulli résolut le problème [isopérimétrique]; mais pour faire voir combien il était supérieur à la difficulté par laquelle on [c. à. d. Jacques Bernoulli] avait voulu l'embarrasser, il ne le résolut qu'après l'avoir rendu beaucoup plus difficile.» On sait que la solution dont il s'agit était fautive, d'où il suit que Jean Bernoulli n'était guère »supérieur à la difficulté par laquelle on avait voulu l'embarrasser».

Nonobstant les quelques petites imperfections auxquelles nous nous sommes permis de faire allusion, nous jugeons le nouveau livre de M. Rebière très utile, et nous espérons que le besoin d'une seconde édition lui donnera bientôt occasion de les écarter; en même temps il pourrait prendre en considération s'il ne serait pas convenable de comprendre parmi les savants modernes aussi quelques-uns qui n'ont pas été membres de l'académie des sciences de Paris, p. ex. N. H. Abel.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. Eneström. Stockholm. 8°.
1898: 3.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. Cantor. Leipzig. 8°.
43 (1898): 4—5.

Braunmühl, A. von, Zur Geschichte des sphärischen Polardreieckes.
Biblioth. Mathem. 1898, 65—72.

Curtze, M., Ein »Tractatus de Abaco« aus der Wende des XII. und XIII. Jahrhunderts. Nach Codex Vindobonensis Palatinus 901, f. 87—96 herausgegeben.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898, 122—138.

Curtze, M., Eine Studienreise unternommen August bis Oktober 1896. Vortrag, gehalten im Coppernicus-Verein für Wissenschaft und Kunst zu Thorn am 11. Januar 1897.
Altpreussische Monatsschrift (Königsberg) **35**, 1898, 435—455. — Sur les manuscrits mathématiques découverts par M. CURTZE dans des bibliothèques allemandes et autrichiennes.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume VII. Firenze 1897.
4°, (6) + 754 + (1) p. — Edition publiée sous la direction de M. A. FAVARO.

Goodspeed, E. J., The Ayer Papyrus: a mathematical fragment.
Americ. journ. of philology **19**, 1898, 25—39 + 1 pl.

Huygens, Chr., Oeuvres complètes publiées par la société hollandaise des sciences. Tome septième. Correspondance 1670—1675. La Haye, Nijhoff 1897.
4°, (6) + 624 + (1) p. + portr. + 2 pl. — [Analyse:] Bullet. d. sc. mathém. **22**$_2$, 1898, 65—77. (J. BERTRAND.)

Maupin, G., Note sur le problème d'Adrianus Romanus.
Revue de mathém. spéc. **9**, 1898, 3—5.

Noether, M., Francesco Brioschi.
Mathem. Ann. **50**, 1898, 477—491.

Pringsheim, A., Über die ersten Beweise der Irrationalität von e und π.
München, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1898, 325—337.

Rebière, A., Les savants modernes, leur vie et leurs travaux. D'après les documents académiques, choisis et abrégés. Paris, Nony 1899.
8°, VIII + 455 p.

Salih Zéky, Notation algébrique chez les Orientaux.
Journal asiatique 1898. 20 p.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1898, 79—89.

Suter, H., Über zwei arabische mathematische Manuskripte der Berliner kgl. Bibliothek.
Biblioth. Mathem. 1898, 73—78.

Question 70 [sur une édition de l'Algèbre d'EULER].
Biblioth. Mathem. 1898, 94. (G. ENESTRÖM.)

Beantwortung der Anfrage 68 [über einen Mathematiker Namens »Josteglio«].
Biblioth. Mathem. 1898, 94—95. (A. VON BRAUNMÜHL.)

Antwort auf die Anfrage 69 [über einige typographische Eigenthümlichkeiten in gewissen Jahrgängen des Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.].
Biblioth. Mathem. 1898, 95—96. (M. CURTZE.)

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. Achtes Heft. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Zeitschr. für mathem. und naturv. Unterr. **29**, 1898, 431—433. (G. WERTHEIM.)

BROCARD, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{22}_2$, 1898, 165—167. (P. TANNERY.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{22}_2$, 1898, 197—200. (P. TANNERY.)

EUKLIDS Elementer I—II. Oversat af THYRA EIBE. Med en Indledning af H. G. ZEUTHEN. Köbenhavn, Hegel 1897. 8°.
Berliner philolog. Wochenschr. **18**, 1898, 833—836. (F. HULTSCH.)

GRAF, J. H., Niklaus Blauner, der erste Professor der Mathematik an der bernischen Akademie. Bern 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 51. (CANTOR.)

GÜNTHER, P., Les recherches de Gauss dans la théorie des fonctions elliptiques. Traduit par L. LAUGEL. (Journal de mathém. $\mathbf{3}_5$, 1897.)
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 74—76.

HEATH, T. L., The works of Archimedes edited in modern notation with introductory chapters. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Biblioth. Mathem. 1898, 90—91. (G. ENESTRÖM.)

LORIA, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°.
Mathesis $\mathbf{8}_2$, 1898, 196—197. (P. M.)

MEYER, FR., Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs. Traduction annotée par H. FEHR. (Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{18}_2$—$\mathbf{20}_2$.)
Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 122. (G. T.)

OBENRAUCH, F. J., Geschichte der darstellenden und projectiven Geometrie, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Oesterreich. Brunn 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 151—152. (CANTOR.)

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. 2.—15. Lieferung. Leipzig, Barth 1896—1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 98—99. (CANTOR.)

STÄCKEL, P., und ENGEL, F., Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der Nicht-Euklidischen Geometrie. Leipzig 1895. 8°.
The monist **7**, 1897, 100—106.

STURM, A., Das delische Problem. (Schluss.) Linz 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 99. (CANTOR.)

WESSEL, C., Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. VALENTINER et T. N. THIELE par l'académie royale des sciences et des lettres de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'académie le 10 mars 1797. Copenhague, Höst 1897. 4°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898, Hist. Abth. 51—52. (CANTOR.) — Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 128. (G. T.)

VILLICUS, F., Die Geschichte der Rechenkunst vom Altertume bis zum XVIII. Jahrhundert. Dritte vermehrte Auflage. Wien, Gerolds Sohn 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 48—49. (CANTOR.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1897. Erste Hälfte: 1. Januar bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 103—120.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1898, 91—94. — Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 173—176.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

71. Il semble établi que le mathématicien ANTOINE PARENT a le premier publié (1705) un ouvrage où a été signalée l'équation d'une surface courbe, rapportée à trois axes perpendiculaires entre eux (cf. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* III, Leipzig 1898, p. 401). D'autre part, il est possible que JEAN BERNOULLI se soit servi déjà en 1698 d'une équation entre trois coordonnées pour représenter une surface ou une courbe dans l'espace (cf. CANTOR, l. c. p. 235, 401—402).

Mais s'il est permis d'ajouter foi à une indication de M. P. A. Berenguer dans la note *Un geómetra español del siglo XVII* (El progreso matem. 5, 1895, p. 121), le géomètre espagnol A. H. Omerique (né en 1634) aurait eu déjà avant 1698 la même idée, et il l'aurait réalisée dans un traité inédit et actuellement perdu: *De problematibus solidis.*

Est-ce que cette indication est exacte et, en cas affirmatif, comment peut-on le prouver? (G. Eneström.)

72. Frenicle de Bessy a publié en 1657 à Paris un petit écrit: *Solutio duorum problematum circa numeros cubos et quadratos, quae tanquam insolubilia universis Europae mathematicis a clarissimo viro D. Fermat sunt proposita,* qui semble être aujourd'hui extrêmement rare; en 1889 il était parfaitement inconnu aux savants éditeurs des *Oeuvres de* Huygens (voir T. II, p. 460) et les éditeurs des *Oeuvres de* Fermat l'appellent »introuvable» (T. II, p. 434) ou »perdu» (T. III, p. 604).

Est-ce qu'un exemplaire de cet écrit existe actuellement dans quelque bibliothèque publique? (G. Eneström.)

Beantwortung der Anfrage 61. Die älteste Münze mit arabischen Ziffern dürfte eine 1458 geprägte Silbermünze von Grösse eines halben Groschens sein. Dieselbe ist abgebildet in Fr. Pichlers *Repertorium der steierischen Münzkunde,* III (Grätz 1875). (G. Wertheim.)

Réponse à la question 70. M. Elof Tegnér, directeur de la bibliothèque de l'université de Lund, a bien voulu m'avertir que cette bibliothèque possède un exemplaire d'une édition de l'ouvrage d'Euler: *Vollständige Anleitung zur Algebra,* dont le feuillet de titre contient l'indication suivante: »Lund 1771. Auf Kosten C. F. Schjermann, und in Commission bey Rothens Erben und Proft, Buchhändlern in Copenhagen». Il paraît donc que l'Algèbre d'Euler a été réimprimée à Lund en Suède, et il serait très intéressant d'apprendre pour quelle raison cette réimpression a eu lieu. D'autre part, comme Grüson dans l'introduction à son édition de cet ouvrage fait observer que »die zu Lund herausgekommene und ebenfalls unter dem Druckort St. Petersburg erschienene Ausgabe ist ein blosser Nachdruck», on pourrait en conclure que quelques exemplaires de l'édition de 1771 portent St. Pétersbourg comme lieu d'impression sur le feuillet de titre. (G. Eneström.)

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 1 décembre 1898.

Index.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON / PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899.

NEUE FOLGE 13. / NOUVELLE SÉRIE 13.

STOCKHOLM
G. ENESTRÖM.
DRAKEGATAN 43.

BERLIN
MAYER & MÜLLER.
PRINZ LOUIS-FERDINANDSTR. 2.

PARIS
A. HERMANN.
RUE DE LA SORBONNE 8.

CENTRAL-TRYCKERIET, STOCKHOLM, 1899.

Inhalt. — Table des matières.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899. STOCKHOLM. N° 1.

NEUE FOLGE. 13. Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. NOUVELLE SÉRIE. 13.

BERLIN. MAYER & MÜLLER, Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. PARIS. A. HERMANN, Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

58. SALOMO DAVIN, wahrscheinlich soviel als »Salomo ben David», aus Rodez, oder Rhodez, in Südfrankreich, war ein Schüler des IMMANUEL BEN JAKOB (oben § 53), der 1373, wahrscheinlich noch 1377, Schüler fand; wir wissen aber nicht, dass SALOMO jener letzten Periode angehörte und in welchem Alter, sondern nur, dass er eine Schrift nicht vor 1369 beendete. Hiernach liegt kein besonderer Grund vor, ihn ans Ende des XIV. Jahrhunderts, oder gar ins XV. zu versetzen.[1] Über seine persönlichen Verhältnisse ist sonst Nichts bekannt.

1) Er übersetzte das im Mittelalter vielfach studierte und bearbeitete astrologische Werk des Arabers ALI IBN ABI' L-RIDJAL (vulgo ABEN RAGEL, um 1010—1020) aus der lateinischen, nachmals gedruckten Übersetzung ins Hebräische; Mss. davon finden sich in der Bodl., der Pariser und der Wiener Bibliothek.

In der Vorrede — woraus das Wesentliche mitgetheilt wird im Wiener Catalog (S. 184 n. 187), uncorrect, besser aus Ms. Par. 1067 in der *Hist. litt. de la France* **31** p. 419 — erzählt der Übersetzer, der die Astrologie für eine wichtige, auf Analogie gegründete Wissenschaft erklärt, dass er das vorzügliche Buch wegen seiner Seltenheit lange, aber vergeblich gesucht habe; sein Exemplar sei voll von Irrtümern und Lücken, sei es in Folge der zweifachen Übersetzungen (aus dem Spanischen ins Lateinische), oder durch besondere Copistenfehler. Er hat

am Rande das Falsche zu berichtigen, das Dunkle zu beleuchten gesucht.

2) Er übersetzte die astronomischen Tafeln, welche man als »Pariser» bezeichnet (der Pariser Catalog macht daraus einen unerfindlichen Autor *Phaouris!*), das ist eine Bearbeitung der Alphonsinischen für den Horizont von Paris, Avignon etc., über welche ich, ausser den hebräischen Quellen, bisher keine Auskunft betreffs des Bearbeiters und seiner Zeit habe finden können; vielleicht ist ein Leser der Biblioth. Mathem. in der Lage, Näheres darüber mitzuteilen. Die hebräische Übersetzung findet sich vollständig in Ms. München 343[11], meine Vermutung der Identität eines »Fragments» in Ms. Paris 1044[11] wird in der *Hist. litt. de la France* bestätigt, jedoch ohne Angabe des Umfanges! Das Pariser Fragment enthält, nach dem Catalog (p. 191), eine »Explication des tables de Phaouris pour les septs planètes» auf fol. 169—171 (oder auch 172) also 3—4 Blätter! Die *radix* der hebräischen Übersetzung ist der 1. Januar 1369; in der auf die Tafeln folgenden Anweisung für die frühere Zeit (Ms. München f. 106) findet sich als Beispiel 17. Febr. 1348, also kann das Original auch eine frühere *radix* angenommen haben. Der Übersetzer hat auch hier Zusätze notirt, welche vom Übersetzer der Alphonsinischen Tafeln und von einem Schüler desselben, FARISSOL BOTAREL, — welcher SALOMO's Übersetzung der Pariser, nach der Breite von Avignon mit einem Commentar begleitete (1465), — scharf getadelt werden. Im Münchener Ms. 343 f. 154 folgt auf die Tafeln eine Ergänzung über die 5 Planeten von unserem SALOMO.

SALOMO bezeichnet sich mit einer abbrevirten Formel, die auch in Randnoten zu Copien anderer astronomischen Schriften auf ihn zurückzuführen sein dürfte und hier nicht weiter zu verfolgen ist.

59. Ich setze schon hierher einen Astronomen, der jedenfalls bis gegen Ende des Jahrhunderts thätig war. ISAK ALCHADIB hat bisher nicht das verdiente Interesse der Forscher auf dem Gebiete der jüdischen Literatur gefunden, die nur obenhin oder gelegentlich seiner erwähnen. Vor nahe an 20 Jahren versprach ich (Hebr. Bibliogr. XIX, 94), diese Lücke durch einen besonderen Artikel auszufüllen; aus dem dafür gesammelten Material werde ich hier die Hauptpunkte in der nötigen Kürze besprechen.[2]

ISAK BEN SALOMO B. ZADDIK (der Wiener Catalog setzt unbegreiflicher Weise: »Isak» für Zaddik) führt den arabischen Beinamen, wahrscheinlich durch vorgesetztes *ibn* schon Familien-

namen, den ich nach der vorherrschenden älteren Weise für hebräische Namen IBN ALCHADIB umschreibe, nach der gewöhnlichen Weise für arabische: IBN AL-ʿHADIB; ein Akrostichon in Ms. München 246[19] und andere Mss. geben AL-AʿHDAB, beides im Arabischen »der Bucklige» bedeutend.[3] Er nennt sich »der Spanier» und lebte wohl nur in Sicilien.

Die Zeit, in welcher ISAK literarisch thätig war, lässt sich leider selbst aus den vorhandenen Manuscripten seines Hauptwerkes, wie wir sehen werden, nicht genau begrenzen. ZUNZ (*Zur Geschichte* 423), der die Spuren der Familie »Alchadev» (so) bis in den Anfang des XIV. Jahrhunderts verfolgt, lässt unsern ISAK um 1370—1380 in Castilien thätig sein. Die Gründe dafür liegen in seinen Quellen, nämlich in einem Briefe an SAMUEL IBN ZARZAH, worin die Schriften des letzteren erwähnt sind, also nicht vor 1368. ISAK BEN SCHESCHET (Gutachten n. 240) schreibt an JEHUDA BEN ASCHER (der im Hochsommer 1391 den Märtyrertod erlitt): »Ich besitze 3 Hefte (*Kondresim*) eines Commentars über AVICENNA, welche dein Schüler R. ISAK BEN ALCHADIB hier gelassen hat.» — Darf man daraus schliessen, dass unser ISAK sich auch mit der medicinischen Wissenschaft, wenigstens theoretisch, beschäftigt habe? Offenbar ist von dem Kanon des AVICENNA die Rede, der vielfach hebräisch commentirt ist. In Syracus war ISAK 1396, vielleicht noch 1426 in Palermo, s. unten n. 6.

Nach Catalog Paris 1047[12] hätte ein gleichnamiger Sohn die Tafeln ISAK's erklärt. Diese Gleichnamigkeit kommt bei jüdischen Söhnen nur vor, wenn sie nach dem Tode des Vaters geboren sind, und ISAK ist jedenfalls nicht jung gestorben; ich vermute aber irgend ein Missverständnis des Catalogisten. In Ms. Brit. Mus. Or. 2806 heisst der erklärende Sohn JAKOB, der also ebenfalls unsicher ist. Der Wiener Catalog lässt ISAK selbst in Tunis die Schrift (n. 1) verfassen, worin jedoch nur von einem arabischen, daselbst geltenden Autor die Rede ist.

Da eine chronologische Ordnung der Schriften ISAK's noch unausführbar scheint, so folgt eine Aufzählung nach verschiedenen anderen Gesichtspunkten.

60. 1) *Orach selula* (geebneter Weg), astronomische Tafeln, im Allgemeinen den in Tunis gebräuchlichen des IBN AL-RAKKÂM folgend, doch mit Hinzufügung von 4 Tafeln nach AL-BATTANI und einer nach IBN AL-KAMMÂD. Dazu gehören sogenannte *Canones*, welche in Ms. München in 9 Capitel (»Pforten») zerfallen (Inhalt im *Catalog* II. Aufl. 1895, S. 190). Wir kennen wohl bisher kein vorn nicht gekürztes Exemplar, weil man in

den spätern Abschriften die Tabellen über die inzwischen verflossenen Jahre weggelassen haben dürfte. LUZZATTO giebt zu Ms. Almanzi 30 für den Umfang der Tafeln die 19-jährigen Cyklen 273—280, also die Jahre der Welt 5179 bis 5320, woraus LUZZATTO folgerte, dass der Verf. 1408 [vielmehr 1418] die Tafeln anlegte. Andere Mss. fangen erst mit dem 274. oder 275. Cyklus an; von anderen, z. B. 3 Parisern, lässt sich aus dem Catalog über Datum und Umfang gar nichts ersehen. Wenn man eine Vermutung aussprechen darf, so wäre es die, dass die Tafeln runde 10 Cyklen, also 271—280 umfassten; dann begannen sie mit dem Jahre 5141 = 1381. Ms. Vatican 379[1] ist im Juni 1482 in Syracus copirt, wo ISAK ein Jahrhundert früher lebte. Die Vorrede beginnt mit einer tadelnden Kritik seiner selbstgefälligen Vorgänger IMMANUEL BEN JAKOB und JAKOB POEL (s. oben § 35 u. § 53).

Das unedirte Werk ist in nicht wenigen Mss. vorhanden, worunter einige in älteren Catalogen nicht erkannt, oder nicht richtig beschrieben sind; vielleicht gehören hierher einige Fragmente; die sicher erkannten (genauer angegeben in: *Die hebr. Übersetz.* S. 550) finden sich im Brit. Mus. Add. 26921, früher Almanzi 30, Or. 2806, (nach MARGOLIOUTH, *A list* etc. p. 75, mit einer Einleitung von seinem (?) Sohne JAKOB, bisher unbekannt), (vielleicht ein Fragm. in Jews College, London), Florenz (Fragm.), München, Paris (3), Parma (2 und ein Fragm.), Vatican (2; BARTOLOCCI giebt den Titel ungenau an), Wien; wohin Ms. Carmoly und Horowitz gekommen sind, weiss ich nicht. Ms. Oppenheim, bei WOLF III n. 1140, hat schon ZUNZ (*Zur Geschichte* S. 236) als unauffindbar bezeichnet; dagegen ist in der Bodl. (Catal. NEUBAUER 2077) ein Ms., welches früher mit dem gedruckten Buche in Michael's Catal. n. 1827 zusammengebunden, daher mir entgangen war.

Die sachliche Bedeutung dieses, zu seiner Zeit derartig verbreiteten Buches, wird erst bei genauerer Untersuchung guter Mss. sich ergeben.

2) *Keli Chemda* (Kostbares Gefäss = Instrument, vergl. II Chron. 23, 27), über eine Art von Astrolab, oder Tafel, welche der Verf. 1396 in Syracus erfunden, und für besser erklärt als die *'Safi'ha* des ZARKALI und andere damals übliche Instrumente. Da ich diese Schrift nicht aus Autopsie kenne, und die Cataloge allerlei bedenkliche Angaben machen, so wird es hier bequem sein, zuerst die Mss. anzugeben, auf deren Verzeichnung mit dem betreffenden Buchstaben (*a, b, c* etc.) dann verwiesen werden kann.

a) Ein Ms. in Privatbesitz in Meseritz, welches in der hebräischen Zeitung Hamagid 1864, S. 270 (so), behufs einer Anfrage ungenügend beschrieben, von mir in der Hebr. Bibliogr. desselben Jahres (VII, 112) besprochen ist; nach einer Notiz, deren Quelle ich nicht mehr auffinden kann, war es 1887 in den Händen des Buchhändlers Lipschütz (in Krakau); wohin es gekommen sei, ist mir unbekannt.

b) Mss. Paris 1031[11], 1051[8], 1065[4], 1081[4]; der Catalog giebt unter 1031 an,[3] dass das Schriftchen in 2 Abhandlungen (*Iggarot*) von 4 und 16 Kapiteln zerfalle, denen einige Verse, mit dem Titel beginnend, vorangehen. Solche Reime, worin selbst eine strengwissenschaftliche Schrift herausgestrichen wird, waren schon Jahrhunderte vor Isak Mode geworden. Den eigentlichen Anfang der Schrift erfahren wir nicht.

c) Das Bodl. Ms. Opp. Add. 4° 175 f. 37—42 wird in Neubauer's Catal. n. 2582[5] mit 3 Zeilen abgefertigt, worin »verfasst in Syracus«, das Jahr 5196 = 1436, und das Citat Hebr. Bibliogr. VII p. 28 (für 112) zu berichtigen sind. Dasselbe Ms. ist in Catalog Rabinowitz (1884) n. 106 aufgeführt, und dort sind als erste Stücke Schriften von Costa ben Luca und Jakob ben Machir verzeichnet, welche also vor dem Verkauf an die Bodleiana abgetrennt worden, und anderswo sich finden werden. Catalog Rabinowitz giebt zu unserer Schrift das Datum 109 = 1349, wahrscheinlich Druckfehler.

d) Ms. Brit. Mus. Or. 2806 (Margoliouth, *List*, p. 75), Titel wie in Ms. Turin 9 bei Pasinus (der aber unser Fragment übersehen hat), n. 52 bei B. Peyron (p. 53) f. 165[b]—78, wo von der 1. Abhandlung nur 3 Pforten vorhanden sind, beginnt mit der Äquation der 7 Planeten, also ohne Verse und Vorwort. Meine Emendation im Titel (Hebr. Bibliogr. XXI, 28) ist unnötig, da das Wort *Iggarot* überhaupt nicht vom Verfasser herrührt; über den Umfang von Ms. Br. Mus. ist noch Nichts bekannt.

Peyron meint, dieses Werkchen sei auch in Ms. Vatican 379 enthalten, ohne einen Bestandtheil genauer anzugeben; Assemani hat dieses wertvolle mathematische Ms. so uncorrect beschrieben, dass man ohne Autopsie nur mit nötigem Vorbehalt sich darüber äussern sollte. Das 1. Stück dieses Ms. enthält, nach Assemani, unsere Tabellen (oben 1); das 2. Stück f. 25—41 enthält eine anonyme Abhandlung über das Astrolab in 6 und 36 Kapiteln; offenbar identisch sind: Ms. Almanzi 96, IV (jetzt im Brit. Mus. Add. 26984; Margoliouth, *List*, p. 74, fasst die ersten 4 Stücke zusammen), Ms. Paris 1069[5,4]

Ms. Schönblum 129 (dasselbe Ms. in Catal. Schönblum 1884, n. 69), mit einer Abweichung am Ende (s. Hebr. Bibliogr. VII, 112). ASSEMANI bemerkt zu Ms. 379[2]: »Consequitur descriptio graduum latitudines ejusdem civitatis Hierosolymae, quam author ex libro *Instrumentum desiderii* R. ISAACI ALCHADEB, de quo mox infra, se excerpsisse fatetur.« Als 5. Stück bezeichnet ASSEMANI *Keli Chemda* aber nur in 4 Teilen (also nur I. Abh.), mit der Bemerkung, das BARTOLOCCI dasselbe Buch an 3 Stellen aufführe (III, p. 890 n. 923, p. 920 n. 1006, p. 925 n. 1022).

3) Abhandlung über das mittlere Instrument (*Keli ha-memuzza*) zur Beobachtung der Sterne; wovon nur Ms. München 246[9] f. 67[b]—78 bekannt ist. Der Verfasser hat auf Verlangen eines Freundes (eine Redensart, die man nicht immer ernst nehmen darf) ein Instrument erfunden, welches die Mitte innehält zwischen Astrolab und Quadranten, so dass die Anfertigung leichter als die des ersten, der Gebrauch leichter als der des letzteren sei. Die Darstellung zerfällt auch hier in zwei kleine Abhandlungen, deren erste in 26 Kapitel (»Pforten«) zerfällt. Das Instrument ist für 36° (nördl.) Breite eingerichtet — Syragossa liegt unter dem 37°; die hebräischen Buchstaben für 6 und 7 sind einander sehr ähnlich, auch ist 37 eine weniger bequeme Zahl für Umrechnungen; jedenfalls wird also Sicilien als Aufenthalt des Verfassers naheliegen.

4) *Leschon ha-Sahab* (goldene Zunge, vergl. Josua 7, 21) über biblische Maasse und Gewichte, scheint verloren gegangen. Das in Venedig gedruckte Buch desselben Titels ist irrtümlich für jenes gehalten worden.

5) *Luchot* (Tafeln, astronomische), angeblich verfasst in Palermo im Monat Kislew 5127 (Winter 1426); die Vorrede dazu fand ich am Rande des Ms., welches mir der Antiquar Schönblum 1869 (n. 12) vorlegte (vgl. Hebr. Bibliogr. XVI, 109), später Ms. Halberstam 188 (Catal. p. 26, Nachtr. p. 146). Das Datum ist auffällig, aber nicht unmöglich, da es eine literarische Thätigkeit von etwa 50—60 Jahren voraussetzt, wenn wir den Anfang derselben bald nach 1370 (Brief an ZARZA) annehmen. Da ich über Inhalt und Umfang dieser Tafeln nichts Näheres weiss, so ist jede Vermutung über das Verhältnis derselben zu unserer n. 1 haltlos.

6) Ich fasse hier allerlei Einzelheiten zusammen, welche teilweise unsicher sind, ohne strenge Ordnung.

a) Noten zu JAKOB B. MACHIR's Werk über das Astrolab, Ms. Bodl. (Reggio 46[3], NEUBAUER 2021[3], im Index p. 938 fehlt

»Notes«). Diese Noten sind wohl verschieden von den exegetischen hinter demselben Werke in Ms. München 246 f. 20.

b) Noten zu den Tafeln des Isak Israeli in Ms. Bodl. Uri 436 (Neubauer 2044), vielleicht v. J. 1505, können aus unserer n. 1 oder n. 5 excerpirt sein.

c) Die Erklärung einer Stelle in Maimonides' Gesetzbuch, Abschnitt über Neumond V, 11, ist einem anonymen Commentator (in Ms. Jew. Coll. 138^4 f. 54) mündlich mitgeteilt worden von »Salomo Zaddik« (so), wofür Neubauer »Isak ben Salomo ben Zaddik« also unseren Alchadib emendiren möchte.

d) Ms. München 246^8 f. 65 *metaphysische* Definitionen, von einem Schüler entweder nach mündlicher Mitteilung gesammelt, oder aus einem unbestimmten Werke excerpirt; sie beweisen die philosophische Bildung, vielleicht auch eine solche Lehrthätigkeit des Astronomen.

e) Im Verzeichnis von gekauften Handschriften, in Ms. München 372, (mitgeteilt in Hebr. Bibliogr. XV, 14) ist zuletzt (n. 24) ein »Buch von Alchadeb« mit dem Preise von 30 Aspern eingetragen; Näheres wird wohl nicht zu ermitteln sein.

f) Eine Constellation, berechnet in Syracus im Monat Nisan (Frühling) 1396, in Ms. Bodl. (Reggio 46 f. 14^b, vgl. oben a) ist als anonym angegeben bei Neubauer 2021^3, mit Übergehung meiner Vermutung, dass sie von Alchadib herrühre (Hebr. Bibliogr. VII, 112).

g) Alchadib war ein nicht talentloser Epigrammatiker und Satyriker; Reste seiner Laune haben sich zerstreut erhalten; [5] hier sei nur die Ergänzung des Vorgedichts zum Commentar des al-Fergani von Moses Chandali als einziger Anhaltspunkt für die Zeit des letzteren hervorgehoben; aus dem einzigen bekannten Ms. München 246^{14}, geht allerdings nicht hervor, ob Chandali ein Zeitgenosse Isak's war. Über den erwähnten Commentar ist etwas mehr in meinem *Die hebr. Übersetz.* S. 556 zu finden.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass man unserem Isak aus Confusion die Astronomie des Profiat Duran (1395, s. unten unter 1391) beigelegt hat. Eben so irrig ist die Angabe (deren Quelle ich nicht notirt habe), dass Isak ein Buch von ibn Heitham und ein astronomisches Werk des Avicenna in 16 Kapp. (offenbar *de coelo et mundo!*) übersetzt habe.

---

61. Aus jener Zeit haben sich Tabellen in verschiedenen Handschriften erhalten, von denen aus den Catalogen nicht zu ersehen ist, ob sie etwa Fragmente älterer astronomischer

Schriften sind, z. B. über die Jahre 1370—89 (im *Divan* des ABRAHAM BEDARSCHI, der wohl Anf. des XIV. Jahrh. compilirt ist; s. LUZZATTO zu BEDARSCHI's Synonymik, ed. Amsterd. 1865 S. 4). Die Tafeln über J. 1371—89 von ISAK, Sohn JECHIEL's HA-LEVI, des Märtyrers (Ms. Reggio 49 f. 84, übergangen in NEUBAUER's *Catal. Bodl.* n. 901[2]), sind nur ein Fragment (der 271. Cyclus) des Bodl. Ms. NEUBAUER 2407, bis zum 283. Cyclus (1567, fehlt bei BENJACOB, *Thesaurus* p. 258, s. Il Mosé, Corfu, 1879 p. 456, mehr anderswo unter dem Jahre 1557). Kalendertabellen über die Jahre 1371—1427, Ms. Paris 621. — Über die astrologische Bedeutung einer Mondfinsternis im Monat Marcheschwan 5132 (November 1371) in Ms. Bodl. (Opp. 1666 qu. f. 64, bei NEUBAUER n. 2079[5e]).

Im Jahre 1374 verfasste MENACHEM IBN SERACH BEN AHRON (gest. in Toledo 1385) seine ethisch-asketische Compilation *Zeda la-Derech* (Wegzehrung), gedruckt in Ferrara 1554 und Sabionetta s. a (1567/8), in 4°. Das Buch ist in V Tractate geteilt, diese in Summen (*Kelalim*), diese in Kapitel; IV, 2 handelt in 12 Kapiteln von der Neumondsberechnung (Intercalation). MENACHEM zählt sich nicht zu denjenigen, welche in die Mysterien eingedrungen sind, die seit dem XIII. Jahrh. sich für »Tradition» (*Kabbala*) ausgeben (IV, 4 Anf.), aber er hält nach dem Muster seiner Vorgänger die jüdische Zeitrechnung mit Einschluss des (METON'schen) Cyklus von 19 Jahren und der 1080 Stundenteile,[6] für eine, die jüdische Nation auszeichnende Theorie, wie er auch sonst einen positiven Standpunkt gegenüber der philosophischen Speculation einnimmt. Die Tabellen welche (in Kap. 10) zu Ende der 2. Summa versprochen werden, fehlen in den mir bekannten Exemplaren der 1. Ausgabe. Die 2. Ausg. enthält am Ende des Bandes ein Blatt in folio mit den Tabellen bis zum Ende des 267. Cyklus (5055=1295).[7]

[1] NEUBAUER-RENAN, *Hist. Litt. de la France*, t. **31**, p. 765; GROSS, *Gallia Jud.*, p. 626; STEINSCHNEIDER, *Die hebr. Übersetz.*, S. 579, 647 über alle folg. Specialitäten.

[2] Quellen: WOLF, I, III, n. 1160=1263=1272; DE ROSSI, Wörterbuch (deutch von HAMBERGER) S. 35; STEINSCHNEIDER, *Catal. Bodl.* p. 1086, Hebr. Bibliogr. VII, 112 (übersehen bei GEIGER, Jüd. Zeitschr. IV, 273), Zeitschr. d. deutschen morgenl. Gesellsch. **18**, 1864, 217; **25**, 1871, 398; *Die hebr. Übersetz.* S. 550, vgl. 538, 556, 560, 593.

[3] Der Umfang der Schrift ist unter dieser n., wie unter 1051,

nicht angegeben, weil sie am Ende des Bandes steht, obwohl auch der Umfang der ganzen Bände nirgends mitgeteilt ist. In n. 1065 nimmt unsere Schrift f. 61—70 in kleinem Format ein.

[4] Vgl. oben S. 3. Dieses Ms. ist in Syracus geschrieben (1491) von ISAK, genauer ISAK BEN ELIA in Ms. Brit. Mus. Or. 2806.

[5] Darüber genügen hier folg. Citate, ohne Eingehen auf den Inhalt: DUKES, Lit.-bl. d. Orient VII, 676; CARMOLY (unzuverlässig), daselbst I, 810, XI, 255 (270), in KOBAK's Jeschurun III, 52, 54, in FÜNN's ha-Karmel, Beiblatt VI, 1866 S. 85; eine Satyre in der Sammlung *Schirim* (Constantinopel 1545); *an ihn* gerichtet ist nach NEUBAUER 2417[3] ein Gedicht, im Index p. 938 *von* ihm, wie in Catal. Fischl n. 34 E.

[6] 1080 = 15 × 72; daher der, schon in älteren Schriften, vorkommende technische Ausdruck עבין מורין für die Angaben über diese Teile; — die Literatur über letztere in allgemeinen Quellen hat BONCOMPAGNI in den Atti dell' Accademia Pontif. dei Nuovi Lincei **16**, 1862—1863 (siehe Biblioth. Mathem. 1893, S. 71), zusammengestellt.

[7] Über MENACHEM s. *Catal. Bodl.* p. 1740; WIENER zu JOSEF KOHEN, p. 184; GRAETZ, *Gesch. d. Juden* VIII, 50; KAYSERLING, *Gesch. d. Juden in Spanien* u. s. w. I, 84.

Un trattato sulle curve piane algebriche, pubblicato senza nome d'autore.

Di GINO LORIA a Genova.

Della biblioteca di MICHELE CHASLES faceva parte un bel volumetto in 12° di pag. XXIV + 191 intitolato: *Traité des courbes algébriques.* A Paris, Chez Charles-Antoine Jombert. M. DCC. LVI; il quale — dopo varie vicende, che io non conosco e che d'altronde poco interessano — trovasi attualmente nelle mie mani. Il libro non reca il nome d'autore ed è preceduto dal seguente »Extrait des Régistres de l'Académie Royale des Sciences du 11 Juin 1755»: »Messieurs CLAIRAULT et D'ALEMBERT qui avoient été nommés pour examiner un Ouvrage intitulé: *Traité des Courbes Algébriques,* par ***, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé que ce Traité avoit l'avantage de renfermer dans un assez petit volume, et d'expliquer avec beaucoup de simplicité et de netteté, les principales affections des courbes algébriques, considérées en général, et qu'il y avoit lieu de croire qu'il pouvait être fort utile à ceux qui désireront de s'instruire de cette partie de la Géométrie.» Nel recente Catalogo N. 60 della Libreria Hermann di Parigi il titolo dell'opera in questione è accompagnato dall'avvertenza: »ouvrage anonyme attribué à GUA DE MALVES.» Ora tale attribuzione — sulla quale nascono dei dubbî rilevando delle considerevoli discrepanze tra la nomenclatura ivi usata e quella che vedesi adoperata nell' *Usage de l'analyse de Descartes* del DE GUA[1] — è dimostrata falsa da una dichiarazione che si legge nell' Histoire de l'Académie des sciences de Paris, 1756, p. 79 (su cui attirò la mia attenzione il mio dotto amico G. ENESTRÖM) ed alla quale si uniformò il MONTUCLA (*Histoire des mathématiques,* T. III, 2ª ed. p. 71), attribuendo quel lavoro a DIONIS DU SÉJOUR e GOUDIN. Essa venne accettata cosl incondizionatamente da CHASLES (*Aperçu historique,* 2ª ed., p. 153), POGGENDORFF (*Handwörterbuch,* T. I, p. 574) e M. CANTOR (*Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* T. III, p. 816), che essi nemmeno avvertirono essere quell'opera *anonima.* Inoltre non rilevarono in essa quelle doti che ci sembrano sufficienti ad assicurarle un posto non infimo nella storia delle curve piane, quantunque sia posteriore di otto anni all' *Introductio* di EULERO e di sei alla *Introduction* di CRAMER: a dimostrare ciò valgano le osservazioni seguenti.

L'anonimo *Traité des courbes algébriques* comprende otto capitoli, preceduti da una »Introduction» che altri due ne abbraccia.

Di questi il I ha per iscopo di determinare ciò che muta e ciò che si conserva nell' equazione di una curva piana riferita a coordinate ortogonali quando si cambi l'origine tenendo fissa la direzione degli assi, oppure quando si muti la direzione degli assi lasciando immobile l'origine; fra le illustrazioni tratte dall' ispezione delle equazioni risultati, notiamo questa: Una curva tale che segandola con una sistema di rette parallele non si ottenga nessun punto della curva è un gruppo di rette parallele. Più umile è il soggetto trattato in principio del II Cap. (intitolato »de quelques propositions que nous supposons connues») ov' è determinato l'angolo formato coll' asse delle ascisse di una retta di data equazione, e del risultato sono esposte alcune applicazioni su cui dispensiamo dall' insistere.

Il I Cap. del *Traité* tratta »des centres»; definito un tale punto come centro di simmetria della curva, l'autore insegna a determinarlo coll' ausilio di una conveniente traslazione di assi e nota come le curve di ordine superiore al secondo siano di regola sfornite di centro. Il Cap. II è dedicato ai diametri, rettilinei e curvilinei, con speciale riguardo ai diametri assoluti (cioè a quelli rispetto a cui la curva è simmetrica), ai diametri rettilinei ed agli assi. Ai punti multipli si riferisce il Cap. III; anche la determinazione di siffatti punti è un corollario delle formole ottenute nel I Cap. dell' »Introduction»; fra le conseguenze a cui essa mena basti riferire (colle stesse parole degli autori) la seguente. »Le nombre des équations que l'on a pour déterminer un point d'une multiplicité t est $\frac{t^2+t}{2}$» (p. 77). Il Cap. seguente ha per tema le tangenti e le suttangenti, le normali e le sunnormali; fra le proposizioni ivi stabiliti rileviamo queste: »Tout point d'une courbe a autant de tangentes que le degré de sa multiplicité contient d'unités» (p. 83). »Une courbe du degré h, ne peut avoir de point d'une multiplicité supérieure à $h-1$» (ivi). Più notevole è la ricerca, fatta nello stesso capitolo, delle tangenti di una curva che hanno una direzione assegnata (ossià che sono »dans une position donnée»), ricerca che guida i nostri autori all' importante conseguenza seguente: »Une courbe du degré t, ne peut avoir un nombre supérieur à t^2-t de points, qui ayent des tangentes dans une position donnée» (p. 88). Ora per giudicare dell' originalità di questa proposizione si osservi che soltanto nel 1818 PONCELET si occupò[3] di determinare la classe di una curva di dato ordine t e trovò

il massimo t^2-t supponendo all' infinito il punto di concorso delle tangenti; onde è chiaro che in ciò egli fu precorso dai nostri autori, i quali d'altronde sapevano che se il massimo t^2-t non veniva sempre raggiunto, ciò dipendeva dalla presenza di punti multipli; e si mostravano anche migliori geometri del WARING,[4] il quale riteneva che quel massimo fosse t^2.

Dei flessi è parola nel Cap. V del *Traité*, dei punti di ordinata massima o minima nel VI, dei rami infiniti e degli asintoti nel VII. Fra i teoremi stabiliti in quest' ultimo vanno notati i seguenti che additano l'analogia fra asintoti rettilinei e rette tangenti: »Une courbe d'ordre impair a au moins une direction infinie réelle» (p. 143). »Une courbe ne peut avoir plus d'asymptotes que son degré ne contient d'unités» (p. 144). »Le nombre de points où une courbe peut rencontrer son asymptote, est inférieur au moins de deux unités au degré de cette courbe» (ivi). »Quand une courbe a autant d'asymptotes parallèles qu'il y a d'unités dans l'exposant de son ordre moins une, aucune de ces asymptotes ne rencontre la courbe» (p. 146).

Tacendo dell' applicazione alla classificazione della cubiche piane con cui si chiude il Cap. VII, diremo che l'VIII insegna come si determini il raggio di curvatura di una curva in un suo punto ordinario, prendendo come assi la tangente e la normale in questo punto; ed osserveremo finendo che gli autori considerano in ogni punto di una curva, non soltanto un cerchio *osculatore*, ma anche una parabola *osculatrice* (il cui asse è la relativa normale), ed in conseguenza collegano ad una curva, oltre il luogo dei centri dei cerchi osculatori, il luogo dei fuochi delle parabole osculatrici.

[1] Così mentre nell' *Usage* etc. è adoperata la dicitura »centre général» (p. 2), nel *Traité* s'incontra nello stesso senso il vocabolo »centre» (p. 42); ed il termine »points singuliers ou remarquables» (p. 72) della prima opera equivale a quello di »points multiples» della seconda.

[2] V. pag. 27.

[3] PONCELET, *Solution de problèmes de géométrie* etc.; in Annales de mathématiques 8, 1818; articolo riprodotto nel T. II, p. 476 delle *Applications d'analyse et de géométrie* etc. (Paris 1864).

[4] WARING, *Miscellanea analytica* (Cambridge 1762) p. 100.

Pour la bibliographie de la théorie des opérations distributives.

Par S. PINCHERLE à Bologna.

Dans le T. **49** (1897) des Mathem. Annalen j'ai publié (p. 325—382) une monographie sur cette sorte de calcul que j'ai appelé »fonctionnel distributif», c'est à dire sur le calcul des opérations qui jouissent de la propriété distributive, en tant qu'on les applique aux fonctions analytiques. Cette monographie est précédée d'une introduction où je passe sommairement en revue les principaux travaux où, à ma connaissance, se trouvent des idées analogues à celles qui ont inspiré mes propres recherches. Les notes que j'ai prises dans ce but m'ont fait penser qu'il serait utile d'avoir une bibliographie, aussi complète que possible, des travaux relatifs aux opérations distributives, mais l'exécution exigerait beaucoup de temps et de recherches; c'est dans le but de la faciliter que je me permets de publier ici les quelques indications historiques que j'ai pu recueillir.

Le calcul symbolique constitue une première branche du calcul fonctionnel distributif; les signes de dérivation, de différence finie et d'autres analogues y sont traités comme des quantités algébriques. LEIBNIZ (voir *Leibnitii et Joh. Bernoullii commercium philosophicum et mathematicum* [Lausanne et Genève 1745] et *Symbolismus memorabilis calculi algebraici et infinitesimalis;* Miscellanea Berolinensia **1**, 1710) a été le créateur de ce calcul, qui a été perfectionné par LAGRANGE (*Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables;* Nouv. mém. de l'acad. de Berlin 1772), LAPLACE (*Mémoire sur l'inclinaison moyenne des orbites des comètes, sur la figure de la terre et sur les fonctions;* Mém. prés. par divers savants **7** [1773]), LORGNA (*Théorie d'une nouvelle espèce de calcul fini et infinitésimal;* Mém. de l'acad. de Berlin 1786—1787), GRÜSON (*Le calcul d'exposition;* Mém. de l'acad. de Berlin 1798—1799), ARBOGAST (*Du calcul des dérivations,* Strasbourg an VIII [= 1800]), FRANÇAIS (*Mémoire tendant à démontrer la légitimité de la séparation des échelles* etc.; Ann. de mathém. **3**, 1812), SERVOIS (*Essai sur un nouveau mode d'exposition des principes du calcul différentiel;* Ann. de mathém. **5**, 1814). Les symboles opératifs ont reçu, des auteurs cités, des

noms aujourd'hui abandonnés: notons celui de *caractéristiques*, employé par LORGNA, LAPLACE, etc. (cfr. LACROIX, *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*, T. III, § 970), et celui d'*échelles*, qu'on trouve dans les travaux d'ARBOGAST et de FRANÇAIS. Dans le mémoire de SERVOIS, qui met le mieux en lumière ce fait fondamental, que le calcul symbolique repose sur les lois formelles des opérations, on trouve — pour la première fois, à ce que je crois — le terme de *propriété distributive* et *propriété commutative* des opérations; cet auteur emploie malheureusement le mot de *fonction* pour désigner les *opérations*, et cela n'est pas sans quelque préjudice de la clarté. Parmi les symboles opératifs, remarquons celui qui sert à désigner *l'état varié* des fonctions, c'est à dire le passage de $f(x)$ à $f(x+1)$ ou $f(x+h)$. ARBOGAST et plusieurs autres représentent cette opération par E; d'autres emploient le signe ∇; aujour d'hui, d'après CASORATI, les géomètres italiens écrivent $\theta f(x) = f(x+1)$, $\theta^h f(x) = f(x+h)$. Pour l'opération de dérivation, GRÜSON adopte le symbole $\exists$ (un E renversé); ARBOGAST, KRAMP (*Arithmétique universelle*) ont le signe D, qui, adopté depuis par CAUCHY, est resté en usage.

Dans les Philosophical transactions pour 1837, on trouve un important mémoire de MURPHY (*On the theory of analytical operations*), où est donnée pour la première fois l'idée, si commune depuis, surtout dans la théorie des substitutions, de *transformée* d'une opération B par une opération A, c'est à dire ABA^{-1}. Depuis le mémoire de MURPHY, le calcul des opérations, en particulier des distributives, a formé l'objet de beaucoup de travaux de la part des géomètres anglais, tandis qu'il était presque délaissé par les mathématiciens du continent. Il m'est impossible de donner une liste à peu près complète de ces travaux; je me borne ici à en rappeler quelques uns des principaux. D'abord le mémoire fondamental de BOOLE (*On a general method in analysis*) dans les Philos. transact. de 1844; puis de nombreux passages dans les *Examples on the differential calculus* de GREGORY (London 1846), le *Treatise on the calculus of operations* de CARMICHAEL (London 1855); puis des mémoires de HARGREAVE, JELLETT, RUSSELL, SPOTTISWOODE, SYLVESTER, GRAVES, etc. dans les Philos. transact. de 1848 à 1870, dans le Cambridge and Dublin mathem. journ. et dans le Philosophical magazine depuis 1860. Un résumé de la théorie des opérations a été donné par CAZZANIGA dans le mémoire: *Il calcolo dei simboli d' operazione elementarmente esposto* (Giorn. di matem. **20**, 1882). Parmi les applications du calcul des

opérations, on peut citer celles de CASORATI au calcul des différences finies *(Il calcolo delle differenze finite interpretato ed accresciuto di nuovi teoremi,* Ann. di matem. **10**$_2$, 1880, et Mem. della r. accad. dei Lincei **5**$_3$, 1880); celles de LIBRI *(Mémoire sur la résolution des équations algébriques dont les racines ont entre elles un rapport donné, et sur l'intégration des équations différentielles linéaires dont les intégrales particulières peuvent s'exprimer les unes par les autres;* Journ. für Mathem. **10**, 1833), BOOLE *(Treatise on differential equations),* BRASSINE (Note au *Cours d'analyse* de STURM, Paris 1868), HEFFTER *(Einleitung in die Theorie der linearen Differentialgleichungen,* Leipzig 1894), THOMÉ *(Zur Theorie der linearen Differentialgleichungen;* Journ. für Mathem. **76**, 1873), VASCHY *(Intégration des systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants;* Journ. de l'école polytechn., cah. **63**, 1893), SCHLESINGER *(Handbuch der linearen Differentialgleichungen* Bd I, Leipzig 1895) à la théorie des équations différentielles linéaires; celles de LUCAS *(Théorie des nombres,* chap. XIII, Paris 1891) et CESARO *(Analisi algebrica* § XI, Torino 1894) à la théorie des nombres et à l'analyse algébrique; enfin, dans un certain sens, celles de FROBENIUS *(Über lineare Substitutionen und bilineare Formen;* Journ. für Mathem. **84**, 1878), STUDY *(Recurrirende Reihen und bilineare Formen;* Monatshefte für Mathem. **2**, 1891) et SFORZA *(Sulle forme bilineari simili;* Giorn. di matem. **34**, 1896) à la théorie des formes bilinéaires, auquel sens se rapporte aussi ma note *Sulle omografie* (Rendic. dell' Istituto Lombardo **28**, 1895).

A côté des recherches générales sur les opérations distributives, se placent les travaux qui ont comme but l'étude d'opérations particulières. Parmi celles-ci, on trouve la dérivation à indices quelconques, dont s'est occupé d'abord LEIBNIZ *(Opera,* ed. DUTENS, T. III, p. 105 et *Commercium philos. et mathem.,* passim); puis EULER *(De progressionibus transcendentibus seu quarum termini generales algebraice dari nequeunt;* Comment. Petropol. **5** [1730—1731]), FOURIER *(Théorie de la chaleur,* p. 564), LACROIX *(Calcul différentiel,* 2e édition, T. III, p. 409), LIOUVILLE *(Mémoire sur le calcul des différentielles à indices quelconques;* Journ. de l'éc. polytechn. T. **13**, 1832), SPITZER *(Note über Differenz- und Differential-Quotienten von allgemeiner Ordnungszahl;* Arch. der Mathem. **33**, 1859), RIEMANN *(Werke,* p. 331), HOLMGREN *(Om differentialkalkylen med indices af hvad natur som helst;* Svenska vetenskapsakademiens handlingar **5**, 1866), OLTRAMARE *(Essai sur le calcul de généralisation;*

Genève 1896), BOURLET (*Les opérations en général;* Ann. de l'éc. normale **14**$_3$, 1897) et moi-même (*Sur le calcul fonctionnel distributif,* chap. IV; Mathem. Ann. **49,** 1897). D'autres opérations particulières dignes d'intérêt sont la transformation de LAPLACE, ou transformation d'une fonction $f(u, v, w)$ en $\varphi(x, y, z)$ moyennant la correspondance donnée par la formule:

$$\varphi(x, y, z) = \int\int\int e^{ux + vy + wz} f(u, v, w)\, du dv dw,$$

et celle d'EULER, ou correspondance entre $f(u)$ et $\varphi(x)$ donnée par la formule

$$\varphi(x) = \int f(u)\,(u - x)^s\, du.$$

Sur la première transformation et sur ses applications, voir LAPLACE (*Sur les suites;* Mém. de l'acad. des sciences de Paris 1779 et *Théorie analytique des probabilités,* Paris 1812), LACROIX (*Traité de calcul différentiel,* T. III, ch. IV), ABEL (*Oeuvres,* 2e édition, T. II, mém. XI), MELLIN (*Zur Theorie der Gammafunction;* Acta Mathem. **8,** 1886; *Über einen Zusammenhang zwischen gewissen linearen Differential- und Differenzengleichungen;* Acta Mathem. **9,** 1886), POINCARÉ (*Sur les équations linéaires aux différentielles ordinaires et aux différences finies;* Americ. journ. of mathem. **7,** 1885; *Sur les intégrales irrégulières des équations linéaires;* Acta Mathem. **8,** 1886), PINCHERLE (*Della trasformazione di Laplace e di alcune sue applicazioni;* Mem. dell' accad. di Bologna **8**$_4$, 1887), SCHLESINGER (*Handbuch der linearen Differentialgleichungen,* Abschn. VII, 1895), HORN (*Verwendung asymptotischer Darstellungen zur Untersuchung der Integrale einer speciellen linearen Differentialgleichung;* Mathem. Ann. **49,** 1897; *Über eine Classe linearer Differentialgleichungen;* ibid. **50,** 1898), AMALDI (*Sulla trasformazione di Laplace;* Rendic. della r. accad. dei Lincei **5**$_7$, 1898). Sur la seconde, voir la bibliographie détaillée dans les »Litteraturnachweise» de l'*Handbuch,* déjà cité, de SCHLESINGER (Bd. II, p. XV—XVI, 1897).

Toute opération distributive peut, au moins formellement, être représentée par une intégrale définie de la forme

$$A(\varphi) = \int a(x, y)\, \varphi(y)\, dy,$$

étendue à un chemin d'intégration déterminé dans le plan y, et où la fonction $a(x, y)$ qui donne l'espèce de l'opération, est appelée fonction *caractéristique.* Sur ces opérations, v. mes mémoires: *Studi sopra alcune operazioni funzionali* (Mem. dell'

accad. di Bologna 7_4, 1886) et *Sur certaines opérations fonctionnelles* etc. (Acta Mathem. **10**, 1887). Ces opérations donnent lieu à un problème d'inversion, ou résolution de l'équation

$$f(x)=\int a(x,y)\,\varphi(y)\,dy,$$

par rapport à $\varphi(y)$, étant donnés $f(x)$ et $a(x,y)$. Le problème d'inversion, dans le cas où les limites de l'intégrale sont indépendantes de x, a été traité dans des cas plus ou moins généraux par ABEL *(Oeuvres,* T. II, mém. XI), RIEMANN *(Werke,* p. 140), BELTRAMI *(La teoria delle funzioni potenziali simmetriche;* Mem. dell' accad. di Bologna 2_4, 1881), LAURENT *(Calcul inverse des intégrales définies;* Journ. de mathém. 4_3, 1878); dans le cas où la fonction caractéristique est de la forme $a(x-y)$ par moi dans le mémoire cité du tome **10** des Acta Mathem., et dans le cas où $a(x,y)$ satisfait à des équations à dérivées partielles de forme déterminée dans mon mémoire *Sur la génération de systèmes récurrents au moyen d'une équation linéaire différentielle* (Acta Mathem. **16**, 1893) et par LEVI-CIVITA *(I gruppi di operazioni funzionali e l'inversione degli integrali definiti;* Rendic. dell' Istituto Lombardo **28**, 1895). Dans le cas où les limites de l'intégrale dépendent de x, on a des problèmes particuliers traités par ABEL *(Auflösung einer mechanischen Aufgabe;* Journ. für Mathem. **1**, 1826), BELTRAMI *(Intorno ad un teorema di Abel e ad alcune sue applicazioni;* Rendic. dell' Istituto Lombardo **13**, 1880), SONINE *(Sur la généralisation d'une formule d'Abel;* Acta Mathem. **4**, 1884) et LEVI-CIVITA *(Sull' inversione degli integrali definiti nel campo reale;* Atti dell' accad. di Torino **31**, 1895). Le problème général a été résolu par VOLTERRA *(Sulla inversione degli integrali definiti;* Rendic. della r. accad. dei Lincei 5_5, 1896 et Atti dell' accad. di Torino **31**, 1896; *Sopra alcune questioni di inversione di integrali definiti;* Annali di matem. 25_2, 1897).

A la théorie des opérations on peut appliquer les concepts du calcul des vecteurs. A ce point de vue vectoriel on a les travaux de LAGUERRE *(Sur le calcul des systèmes linéaires;* Journ. de l'éc. polytechn. cah. **42**, 1867), PEANO *(Calcolo geometrico,* cap. IX, Torino 1888), CARVALLO *(Sur les systèmes linéaires;* Monatshefte für Mathem. 1891), qui traitent des opérations distributives exécutées sur les éléments d'un espace à n dimensions; dans plusieurs de mes notes et dans mon mémoire cité du T. **49** des Mathem. Ann., on trouve la théorie des opérations exécutées sur les fonctions, considérées comme éléments ou vecteurs d'un espace à un nombre infini de dimensions.

Des systèmes particuliers de calculs d'opérations se rattachant plus ou moins étroitement à quelques uns de ceux qu'on a énumérés plus haut, sont le »Cofunctional-Rechnung» de SCHAPIRA *(Grundlage zu einer Theorie allgemeiner Cofunctionen,* Wien 1881; *Theorie allgemeiner Cofunctionen* u. s. w., Leipzig 1892) et le »Calcul de généralisation» d'OLTRAMARE *(Sur la généralisation, des identités,* Mém. de l'Institut genevois **16**, 1886; *Essai sur le calcul de généralisation,* Genève 1896).

Un peu avant mon mémoire des Mathem. Ann., plusieurs fois rappelé, mais dont les résultats principaux avaient été publiés dans les Rendic. dell' accad. dei Lincei pour 1895, a paru un mémoire de BOURLET *(Sur les opérations en général* etc.; Ann. de l'éc. normale $\mathbf{14}_3$, 1897) sur la théorie générale des opérations distributives. Dans ce travail comme dans le mien, se trouve la formule pour le développement d'une opération distributive en série ordonnée selon les puissances du symbole D de dérivation. Un cas très particulier de cette formule, celui où l'opération qu'on développe est D^{-1}, se trouve dans une note de JEAN BERNOULLI *(Additamentum effectionis quadraturarum et rectificationum per seriem quandam generalissimam;* Acta eruditorum 1694).

Sur la découverte de l'équation générale des lignes géodésiques.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.

On sait que JEAN BERNOULLI, dans sa note: *Annotata in solutiones fraternas problematum quorundam* insérée aux Acta Eruditorum 1698 p. 466—474, a fait allusion à une résolution du problème relatif à la ligne la plus courte entre deux points donnés d'une surface quelconque,[1] et que, dans sa correspondance avec LEIBNIZ, il a indiqué la propriété fondamentale de cette ligne, savoir que son plan osculateur est constamment normal au plan tangent de la surface;[2] dans une lettre antérieure il avait mentionné qu'il avait réduit le problème à l'intégration d'une certaine équation différentielle.[3] Au point de vue historique, il serait très intéressant de savoir quelle était cette équation différentielle, mais malheureusement les recherches faites jusqu'ici sur ce point n'ont pas abouti.[4] De notre côté nous avons examiné en vain la correspondance inédite de JEAN BERNOULLI avec VARIGNON et L'HÔPITAL; le seul passage où l'équation y a été signalée, se trouve dans une lettre adressée par JEAN BERNOULLI à L'HÔPITAL le 24 décembre 1697, mais il ne contient rien au delà de l'indication donnée dans la correspondance avec LEIBNIZ.[5]

Trente ans plus tard, JEAN BERNOULLI revenait à l'étude des lignes géodésiques, et il intéressa EULER à s'occuper aussi de ce sujet. Les résultats de ces recherches des deux éminents mathématiciens ont déjà été exposés par M. CANTOR[6] d'après la note de JEAN BERNOULLI: *Problema, in superficie quacumque curva ducere lineam inter duo puncta brevissimam*[7] et le mémoire d'EULER: *De linea brevissima in superficie quacumque duo quolibet puncta jungente;*[8] dans ce qui suit, nous nous permettrons de compléter un peu son exposition, en faisant usage de la correspondance, en partie inédite, entre JEAN BERNOULLI et EULER.

Dans le mémoire cité, EULER a signalé lui-même que JEAN BERNOULLI l'avait engagé de déterminer la ligne la plus courte entre deux points donnés d'une surface quelconque,[9] et comme on trouve à la marge de la première page du mémoire l'indication: »M. Nov. 1728», on pourrait en conclure qu'il a été présenté à l'académie de S:t Pétersbourg en novembre 1728, et que, par conséquent, le problème doit avoir été mentionné

déjà plus tôt dans la correspondance entre Euler et Jean Bernoulli. Mais il n'en est rien, et ce n'est que dans la lettre d'Euler du 18 février 1729 qu'il en a été question; voici un extrait de cette lettre:

> Quanquam non diu est, quod literas ad te dedi, atque ea propter nefas videri posset tam brevi intervallo bis literis te obruere; tamen cum problema a Cl. filio tuo mihi tuo nomine propositum feliciter solvisse mihi visus sim, non potui hoc tempore intermittere, quia solutionem meam tibi perscriberem, quapropter a te veniam mihi datum iri confido. Problema illud postulabat, ut in superficie quacumque a puncto dato ad datum ducatur linea brevissima. Tametsi vero mihi non ignotum erat, idem problema jam olim a te fratreque tuo in Act. Lips. fuisse agitatum, non dubitavi tamen, quin hoc tempore faciliorem et elegantiorem solutionem consecutus sis, eo quod de novo nunc iterum proposueris. Atque propter id ipsum primo intuitu difficilius mihi visum erat hoc problema, quam cujus solutionem viribus meis adipisci possem. Interim tamen omnem operam meam in eo collocavi, et brevi tempore elapso sequentem solutionem nactus sum. Data superficie quacumque accipio planum quoddam tanquam primarium et in eo rectam loco axis. In hoc axe sumo abscissas, t, hisce normales in plano assumto voco x, et inde perpendiculares donec superficiei occurrant, appello y. Æquatione inter has tres coordinatas naturam superficiei expressam esse suppono, et nil aliud ago, nisi ut hanc æquationem certo modo restringam, quo lineam brevissimam tantum præbeat. Id quod fiet alterutram indeterminatam eliminando, et æquatio inter duas residuas projectionem lineæ brevissimæ in plano exhibebit. Ad hoc præstandum æquationem propositam ad differentialem reduco, quam hanc formam habere pono: $Pdx = Qdy + Rdt$, in qua P, Q et R functiones quascumque ipsarum x, y et t significare possunt. Ut hæc restringatur ex conditione problematis sequentem æquationem naturam lineæ brevissimæ involventem erui
>
> $$\frac{Qddx + Pddy}{Qdx + Pdy} = \frac{dxddx + dyddy}{dt^2 + dx^2 + dy^2},$$
>
> in qua dt ponitur constans. Hæc æquatio cum superiori comparata lineam brevissimam determinabit.

Après avoir signalé ainsi l'équation générale de la ligne géodésique, Euler passe aux cas particuliers où la surface est cylindrique ou conique ou ronde (c. à. d. surface de révolution fermée).[10]

Par le début de l'extrait, on voit que JEAN BERNOULLI n'avait pas proposé la question à EULER directement, mais par l'intermédiaire de son fils (sans doute DANIEL, qui était alors à S:t Pétersbourg), et la lettre citée par EULER étant du 10 décembre 1728, il semble établi que le mémoire *De linea brevissima* etc. n'était pas même projeté en novembre 1728; de plus, si l'on a égard à l'empressement avec lequel EULER parle de sa découverte, on est porté à croire qu'il n'avait résolu le problème qu'au commencement de l'année 1729, et nous trouverons plus loin que la rédaction du mémoire ne pouvait être définitivement terminée qu'après le 18 avril 1729. On voit par là avec quelle circonspection il faut se servir des dates indiquées dans des recueils académiques pour la présentation des mémoires qui y ont paru.

La réponse de JEAN BERNOULLI, du 18 avril 1729, a été publiée par nous en 1880 dans les mémoires in-8° de l'académie des sciences de Stockholm,[11] mais comme cette publication semble peu répandue,[12] nous nous permettrons d'en reproduire ici le passage suivant:

Venio nunc ad litteras tuas novissimas. Solutio tua problematis de ducenda linea brevissima in superficie data videtur bona. Quod ad meam attinet, ea consistit in hac æquatione

$$\frac{Tddy}{Tdzdy - zds^2} = \frac{ddz}{ds^2 + dz^2},$$

ubi notandum per x, y, z me intelligere tres coordinatas, quæ tibi sunt t, x, y: item T esse subtangentem curvæ illius datæ, quæ fit in superficie data, quando secatur per planum subjecto plano perpendiculare & ipsis y parallelum; porro per ds (quod constans suppono) intelligo elementum curvæ projectæ seu

$$\sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

Possum etiam naturam curvæ quæsitæ exprimere hac æquatione

$$\frac{\theta ddx - Tddy}{\theta dx - Tdy} = \frac{dzddz}{ds^2 + dz^2},$$

quæ aliquando commodior est, ubi litteræ x, y, z, T idem mihi significant quod ante, & præterea θ est subtangens alterius curvæ datæ quæ fit secando superficiem per planum priori coordinatum, h. e. ipsis x parallelum. Ex his æquationibus facile omnes casus particulares, quos solutos das, deducuntur. Non unum tantum solvendi fundamentum habeo;

quantum conjicio, tuus solvendi modus nititur natura minimi, quo etiam agnatus meus feliciter usus est, & problema legitime solvit, sed hic solvendi modus non satis est generalis, ad alia quippe hujusmodi problemata sese non extendens, quale esset e. gr. hoc: Ducere in data superficie lineam curvam, cujus in puncto quolibet planum osculans datam habeat inclinationem ad planum tangens superficiem datam in eodem puncto. Voco autem planum osculans, quod transit per tria curvæ quæsitæ puncta infinite sibi invicem propinqua. Patet hoc problema includere prius, nam si angulus inclinationis est rectus, erit quilibet arcus curvæ quæsitæ minimus inter duo puncta sua extrema.

P. S. Tenta num possis problema de ducenda linea brevissima reducere ad æquationem differentialem primi gradus in superficie aliqua quæ non sit vel cylindroidica vel conoidica sed alia aliqua.

Apparemment les deux équations de Jean Bernoulli pour la ligne géodésique diffèrent de celle d'Euler, mais il est aisé de démontrer qu'elles concordent toutes avec l'équation classique. Pour ce qui concerne l'équation d'Euler, cette démonstration est faite déjà par M. Cantor; [13] quant à celles de Jean Bernoulli, on peut procéder de la manière suivante. [14]

Si $F(x, y, z) = 0$ est l'équation de la surface donnée, et que l'on pose

$$\frac{\partial F}{\partial x} = P, \qquad \frac{\partial F}{\partial y} = Q, \qquad \frac{\partial F}{\partial z} = R,$$

l'équation de la ligne géodésique est

$$P(dyd^2z - dzd^2y) + Q(dzd^2x - dxd^2z) + R(dxd^2y - dyd^2x) = 0.$$

On a aussi

$$Pdx + Qdy + Rdz = 0, \quad \text{ou} \quad P = -\frac{Qdy + Rdz}{dx},$$

et si ds est constante, il s'en suit que

$$d^2x = -\frac{dyd^2y}{dx};$$

en substituant dans l'équation ci-dessus indiquée les valeurs de P et de d^2x, on a

$$-\frac{Qdy + Rdz}{dx}(dyd^2z - dzd^2y) - Q\left(\frac{dyd^2ydz}{dx} + dxd^2z\right)$$
$$+ R\left(dxd^2y + \frac{dy^2d^2y}{dx}\right) = 0,$$

d'où l'on déduit aisément

$$Rd^2y(dx^2 + dy^2) = Qdy^2d^2z + Rdydzd^2z - Rd^2ydz^2 + Qdx^2d^2z,$$

et enfin

$$\frac{Rd^2y}{Rdydz + Q(dx^2 + dy^2)} = \frac{d^2z}{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

D'autre part, comme la grandeur T de JEAN BERNOULLI a évidemment la valeur $-\frac{zR}{Q}$, sa première équation équivaut précisément à

$$\frac{Rd^2y}{Rdydz + Q(dx^2 + dy^2)} = \frac{d^2z}{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

Quant à la seconde équation de JEAN BERNOULLI, elle peut être réduite à la même forme; en effet on a $\theta = -\frac{zR}{P}$, et par la substitution des valeurs de T et de θ, on obtient

$$\frac{Pd^2y - Qd^2x}{Pdy - Qdx} = \frac{dzd^2z}{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

d'où, en mettant $-\frac{dyd^2y}{dx}$ au lieu de d^2x et $-\frac{Qdy + Rdz}{dx}$ au lieu de P,

$$\frac{Rd^2y}{Rdydz + Q(dx^2 + dy^2)} = \frac{d^2z}{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

Par le passage cité on trouve aussi que JEAN BERNOULLI avait communiqué à EULER en 1729 la propriété fondamentale des lignes géodésiques, qu'il avait découverte en 1697. Le fait que cette propriété n'était pas publiée lorsque EULER faisait paraître en 1736 sa *Mechanica,* ne suffit donc pas pour conclure que celui-ci l'avait retrouvée indépendamment de JEAN BERNOULLI.[15] Le P. S. de la lettre contenant évidemment la question, à laquelle EULER fait allusion à la fin de son mémoire, lorsqu'il parle des cas où l'équation différentielle peut être intégrée, il s'ensuit que la rédaction définitive du mémoire est postérieure au 18 avril 1729.

Avec la communication citée de JEAN BERNOULLI, la correspondance sur l'équation générale des lignes géodésiques était essentiellement terminée. Dans sa réponse du 16 mai 1729, EULER remarque: »Æquatio tua pro linea brevissima generalis egregie cum mea convenit, in eam enim transmutatur expressa litera T ex æquatione mea assumta $Pdx = Qdy + Rdt$. Æqua-

tionem meam quidem ex natura minimi deduxi, sed aliis quibusdam modis ad eandem perveni æquationem», et puis il passe à des éclaircissements sur les cas particuliers dont il s'était occupé dans sa lettre du 18 février 1729.

[1] Acta Eruditorum 1698, p. 469: »Heic igitur me fecisse aliquid puto, quod repererim viam generalem perveniendi ad æquationem pro quavis superficie curva data.»

[2] Leibnitii *et* Joh. Bernoullii *Commercium philosophicum et mathematicum* (Lausanne 1745), I, p. 393.

[3] L. c. I, p. 338.

[4] Cf. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, III (Leipzig 1898), p. 235; Stäckel, *Bemerkungen zur Geschichte der kürzesten Linien;* Berichte über die Verhandl. der sächsischen Gesellsch. der Wissensch. (Mathem. Cl.) **45**, 1893, p. 448.

[5] L'Hôpital avait réduit le problème à la résolution d'une question de géométrie plane; après avoir remarqué que cette question était plus difficile encore, Jean Bernoulli ajoutait: »Pour moi, je l'ai réduit à une équation différentielle, dont il ne me manque que la construction parce que je n'ai pas encore trouvé le moyen de séparer les indéterminées; cependant le problème est résolu, si on appelle résoudre quand on a trouvé une équation.»

[6] Cantor, l. c. III, p. 816—819, 829. — Il convient de faire observer qu'à la ligne 26 de la page 818, il y a une faute de plume; en effet il faut y rayer le mot: »kürzeste».

[7] Joh. Bernoulli, *Opera omnia* (Lausanne 1742), IV, p. 108—124.

[8] Commentarii acad. scient. Petropolitanæ. T. III (ad annum 1728). Petropoli 1732, p. 110—124.

[9] Euler, l. c. p. 124.

[10] Cette partie de la lettre n'est qu'un résumé du mémoire publié en 1732.

[11] Eneström, *Trois lettres inédites de Jean I Bernoulli à Léonard Euler.* Bihang till svenska vetenskapsakademiens handlingar **5**: 21 (Stockholm 1880).

[12] Elle n'a pas été citée par M. Cantor dans son exposition ci-dessus mentionnée.

[13] Cantor, l. c. III, p. 819.

[14] Cf. Joh. Bernoulli, *Opera omnia* IV, p. 112.

[15] Cf. Cantor, l. c. III, p. 825, 826.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

Der Briefwechsel von **Gottfried Wilhelm Leibniz** mit Mathematikern. Herausgegeben von **C. J. Gerhardt.** Erster Band. Berlin, Mayer & Müller 1899. In-8°, XXVIII + 761 p. + facsim.

M. Gerhardt se propose de publier en trois volumes une nouvelle édition de la correspondance de Leibniz avec les mathématiciens, et le premier volume en a déjà paru. Ce volume commence par une préface traitant en premier lieu de la découverte du calcul infinitésimal, et il est divisé en trois sections contenant respectivement la correspondance entre Leibniz, Oldenburg, Newton, Collins et Conti, la correspondance avec Tschirnhaus et celle avec Huygens; au commencement de chaque section il y a un aperçu général du contenu de la correspondance respective, et à plusieurs lettres sont annexées des pièces aptes à les compléter ou les éclaircir.

Il est inutile d'insister ici sur l'importance, au point de vue de l'histoire des mathématiques, des documents reproduits ainsi par M. Gerhardt. Sans doute on pourrait faire remarquer que, la plupart de ces documents étant déjà de facile accès, il vaudrait mieux publier quelque correspondance inédite de grand intérêt, p. ex. celle de Jean Bernoulli, mais d'autre part il faut avouer que les lettres de Leibniz ne semblent pas encore assez connues, et nous nous permettrons de citer un petit exemple pour appuyer cette assertion. Dans l'Intermédiaire des mathématiciens, tome **4** (1897), M. P. Tannery a proposé (p. 125—126) une question sur le *folium* de Descartes, et dans le tome **5** (1898) du même journal, il dit que ce nom a été donné à une époque où les noms imaginés par Roberval (c. à. d. »galant» et »fleur de jasmin») étaient déjà oubliés. Mais en examinant la correspondance entre Leibniz et Huygens, on trouve que cette courbe a été mentionnée le 20 mars 1693 par Leibniz sous le nom de »galande de M. Roberval» et le 17 septembre 1693 par Huygens sous le nom de »feuille de Mr des Cartes ou de Roberval», d'où il suit que le nom principal imaginé par Roberval n'était pas encore oublié à l'époque où le nom de *folium* de Descartes a été utilisé. D'autre part l'arrangement de la nouvelle publication de M. Gerhardt permet au lecteur de se servir de la première section comme d'un recueil de documents sur l'invention du calcul infinitésimal, et à ce point de vue elle peut être consultée avec avantage par ceux qui désirent se former eux-mêmes

une idée des droits respectifs de NEWTON et de LEIBNIZ relativement à la découverte de ce calcul.

La première édition rédigée par M. GERHARDT (dans les LEIBNIZENS *Mathematische Schriften)* de la correspondance de LEIBNIZ, a été l'objet de diverses remarques critiques par F. GIESEL dans le tome **10** (1865) de la Zeitschrift für Mathematik und Physik (Litteraturzeitung, p. 2—14), et on peut faire à peu près les mêmes remarques sur la nouvelle édition. Mais comme il nous semble peu probable que nous puissions exercer, en faveur des deux volumes restants, de l'influence sur M. GERHARDT en répétant ici ces remarques, et comme nous avons déjà dans les *Oeuvres de* HUYGENS, éditées par la société hollandaise des sciences, un excellent modèle pour la publication d'une correspondance scientifique, nous nous contenterons de renvoyer à l'analyse citée de GIESEL, et nous n'annexerons ici que quelques petites observations d'une autre nature.

A la page 5 M. GERHARDT a inséré quelques renseignements biographiques sur OLDENBURG; il convient de faire observer que, grace à la note de M. RIX: *Henry Oldenburg, first secretary of the royal society* (Nature **49**, 1893, 9—12), on a maintenant sur lui des renseignements plus exacts et plus complets — OLDENBURG ne naquit pas en 1626, mais vers 1615, et il mourut en 1677.

Dans une lettre du 26 juillet 1676, adressée par OLDENBURG à LEIBNIZ, un traité d'algèbre par RHONIUS est mentionné, et dans une note M. GERHARDT fait observer (p. 176) qu'il faut probablement lire »Rahnio» au lieu de »Rhonio». Mais dans la traduction anglaise de l'algèbre de RAHN, publiée en 1668 par PELL, l'auteur est bien appelé »Rhonius», et par conséquent il n'y a ici aucune faute de plume de la part d'OLDENBURG.

Aux pages 240—248 se trouve la fameuse lettre du 21 juin 1677 de LEIBNIZ à OLDENBURG, réimprimée d'après un manuscrit de la bibliothèque royale à Hannover; on sait que ce manuscrit commence: »Accepi hodie literas tuas», tandis que, dans la reproduction de l'original insérée au *Commercium epistolicum,* le mot »hodie» manque, et que M. CANTOR, dans le tome III de ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* a fait (p. 275—276, 291, 292, 309) grand cas de cette différence. De notre côté, nous y attachons peu d'importance et nous pensons (cf. ZEUTHEN, Bulletin de l'académie des sciences de Danemark 1895, p. 227) que LEIBNIZ a com-

mencé le brouillon immédiatement après la réception de la lettre d'OLDENBURG, mais qu'il n'a pas eu le loisir de l'achever immédiatement, et que, pour cette raison, il a omis lui-même le mot »hodie» dans la transcription. En tout cas il nous semble que M. GERHARDT a dû mentionner dans une note la différence dont il s'agit.

On a prétendu (cf. CANTOR l. c. p. 161, 174) que LEIBNIZ avait par l'intermédiaire de TSCHIRNHAUS eu connaissance, dès 1675, de la lettre de NEWTON du 10 décembre 1672, mais M. GERHARDT avance (p. 317—318) que, vers ce temps, TSCHIRNHAUS était parfaitement étranger aux résultats trouvés par NEWTON, et il en conclut que celui-là n'avait pu donner à LEIBNIZ aucun éclaircissement sur eux. Cette argumentation ne nous semble pas convaincante, car, comme le fait observer avec raison M. ZEUTHEN (Bulletin de l'académie des sciences de Danemark 1895, p. 221), des idées de cette nature peuvent souvent être colportées par des personnes qui n'en voient point la portée.

La section contenant la correspondance entre LEIBNIZ et HUYGENS commence par deux lettres, la première écrite par LEIBNIZ et sans date, la seconde écrite par HUYGENS et datée »ce 30 septembre»; selon M. GERHARDT ces deux lettres appartiennent à l'année 1673, tandis que les éditeurs des *Oeuvres de* HUYGENS les rapportent à l'année 1675. A notre avis, il n'y a aucune raison suffisante pour l'hypothèse de M. GERHARDT, et son raisonnement à la page 761 nous semble fort peu concluant, tandis que les raisons rapportées dans le tome VII (La Haye 1897) des *Oeuvres de* HUYGENS (voir page 500 note 1 et page 503 note 8) sont à peu près décisives; de plus l'accord entre un passage de la lettre de LEIBNIZ à OLDENBURG du 12 juin 1675 et un passage de la lettre citée de LEIBNIZ à HUYGENS paraît indiquer que ces deux lettres sont écrites vers le même temps.

Dans la *Liste alphabétique de la correspondance de* CHRISTIAAN HUYGENS *qui sera publiée par la société hollandaise des sciences*, BIERENS DE HAAN cite (p. VI, XIII) une lettre de LEIBNIZ à HUYGENS écrite en 1681 et trois lettres de HUYGENS à LEIBNIZ écrites respectivement en 1686, janvier 1691, et août 1691; comme M. GERHARDT ne fait aucune mention de ces quatre lettres, nous nous sommes adressé aux éditeurs des *Oeuvres de* HUYGENS pour savoir où ces lettres se trouvent actuellement, et M. BOSSCHA a voulu bien nous avertir que, autant qu'il sache, elles n'existent pas. En tout cas elles ne sont pas gardées

dans la collection HUYGENS de la bibliothèque de Leiden, et pour ce qui concerne les deux dernières, il est improbable qu'elles aient jamais été écrites. Il faut donc supposer que BIERENS DE HAAN, en dressant la »Liste alphabétique», a fait une petite erreur en attribuant à LEIBNIZ et à HUYGENS les lettres dont il s'agit.

Avant de terminer, nous ne pouvons nous abstenir de regretter vivement le manque d'une liste alphabétique des personnes citées dans les documents publiés par M. GERHARDT. Non seulement une telle liste est à peu près indispensable pour trouver sans peine inutile des passages dont on a besoin, mais elle pourra aussi servir à identifier les personnes dont les noms sont donnés sous une forme plus ou moins altérée (p. ex. p. 106 »Osanna» au lieu d'OZANAM). Nous espérons que les deux autres volumes seront mieux fournis à ce point de vue.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1898: 4.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. LORIA. Genova. 8°.
1898: 4. 1899: 1. — [Annonce de l'année 1898:] Jorn. d. sc. mathem. **13**, 1898, 152. (G. T.)

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
43 (1898): 6. **44** (1899): 1.

Bohlmann, G., Übersicht über die wichtigsten Lehrbücher der Infinitesimalrechnung von Euler bis auf die heutige Zeit.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **6**, 1899, 91—110.

Bonola, R., Bibliografia sui fondamenti della geometria in relazione alla geometria non-euclidea.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 1—10.

Boyer, J., Sketch of Maria Agnesi.
Appleton's popular science monthly (New York) **53**, 1898, 403—409.

°**Budge, E. A. W.,** Facsimile of the Rhind mathematical papyrus in the British museum. With an introduction. London 1898.
[Analyse:] Nature (London) **59**, 1898, 73—74.

Curtze, M., Die Abhandlung des Levi ben Gerson über Trigonometrie und den Jacobstab.
Biblioth. Mathem. 1898, 97—112.

Curtze, M., Nachtrag zu dem Aufsatze »Practica Geometriæ«.
Monatsh. für Mathem. **9**, 1898, 266—268.

Darboux, G., Notice sur Sophus Lie.
Paris, Acad. d. sc., Comptes rendus **128**, 1899, 525—529.

D[ickstein], S., Wladyslaw Zajaczkowski. Necrologia.
Wiadomosci matematyczne **2**, 1898, 258—259.

Eneström, G., Note historique sur une proposition analogue au théorème de Pythagoras.
Biblioth. Mathem. 1898, 113—114.

Fleischmann, L., Karl Fink.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **7**, 1899. 33—35.

Fontès, Deux mathématiciens peu connus du XIII[e] siècle.
Toulouse, Acad. d. sc., Mémoires $\mathbf{9}_9$, 1897, 382—386. — Sur Pierre de Maricourt et Johannes Londinensis.

Galdeano, Z. G., Les mathématiques en Espagne.
L'enseignement mathématique **1**, 1899, 6—21.

Galilei, G., Opere. Edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia. Volume VIII. Firenze 1898.
4°, 644 + (1) p. — Édition publiée sous la direction de M. A. Favaro.

°**Gemini** Elementa astronomiæ. Ad codicum fidem recensuit, germanica interpretatione et commentariis instruxit C. Manitius. Leipzig, Teubner 1898.
8°, XLIV + 370 p. — [8 Mk.]

Gerhardt, C. J., Über die vier Briefe von Leibniz, die Samuel König in dem »Appel au public«, Leide MDCCLIII, veröffentlicht hat.
Berlin, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1898, 417—427.

Gibson, G. A., The treatment of arithmetic progressions by Archimedes.
Edinburgh, Mathem. soc., Proceedings **16**. 1897, 2—12.

Godefroid, Note historique et bibliographique sur la formule du binôme.
Mathesis $\mathbf{9}_2$, 1899, 40—41.

Gravelaar, N. L. W. A., De notatie der decimale breuken.
Amsterdam, Wisk. Genootsch., Nieuw Archief $\mathbf{4}_2$, 1898, 54—73.

Gundelfinger, S., Über die Entdeckung der doppelten Periodicität und Jacobi's Antheil daran.
Berlin, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. 1898, 342—345.

Hantsch, V., Sebastian Münster. Leben, Werk, wissenschaftliche Bedeutung.
Leipzig, Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. (Phil.-hist. Cl.), Abhandl. **18**, 1898. 187 p.

Lange, J., Jacob Steiners Lebensjahre in Berlin 1821—1863. Nach seinen Personalakten dargestellt. Sonderabdruck der Festschrift zur Erinnerung an das 75-jährige Bestehen der Friedrichs-Werderschen Oberrealschule. Berlin, Gärtner 1899.
4°, 70 p. + portrait.

Laussedat, A., Recherches sur les instruments, les méthodes et le dessin topographiques. Tome I. Aperçu historique sur les instruments et les méthodes. La topographie dans tous les temps. Paris, Gauthier-Villars 1898.
8°, XI + 441 p. + 14 pl.

Leibniz, G. W., Briefwechsel mit Mathematikern. Herausgegeben von C. J. GERHARDT. Erster Band. Berlin, Mayer & Müller 1899.
8°, XXVIII + 761 p. + facsim. — [28 Mk.]

Lindemann, F., Ludwig Seidel.
Deutsche Mathematiker-Vereinigung, Jahresber. **7**, 1899, 23—33.

[Loria, G.], Alcuni manoscritti relativi alla geometria greca.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 157—158.

[Loria, G.], Paolo Serret. Necrologio.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 157.

Loria, G., La storia della matematica come anello di congiunzione fra l'insegnamento secondario e l'insegnamento universitario.
Periodico di matem. **1**$_2$, 1898, 19—33.

Loria, G., Zarys rozwoju historycznego teoryi krzywych plaskich.
Wiadomosci matematyczne **2**, 1898, 203—213. — Traduction en polonais du mémoire: *Aperçu sur le développement historique de la théorie des courbes planes* (voir Biblioth. Mathem. 1898, p. 92).

Meyer, F., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. VIVANTI.
Giornale di matem. **36**, 1898, 306—316.

Miller, G. A., Report on recent progress in the theory of groups of a finite order.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin **5**$_2$, 1899, 227—249.

Müntz, E., Léonard de Vinci et l'invention de la chambre noire.
Revue scientifique **10**$_4$, 1898, 545—547.

Netto, E., Über die arithmetisch-algebraischen Tendenzen Leopold Kroneckers.
Mathematical papers of the Chicago Congress **1** (New York 1896), 243—252.

Pantanelli, D., Pietro Riccardi. Necrologio.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 23—29. — Avec la liste des écrits de P. RICCARDI.

Poincaré, H., L'oeuvre mathématique de Weierstrass.
Acta Mathem. **22**, 1898, 1—18.

Ptolemæus, C., Opera quæ exstant omnia. Edidit J. L. HEIBERG. Volumen I: Syntaxis mathematica. Pars I, libros I—VI continens. Leipzig, Teubner 1898.
8°, VI + 546 p. + 1 pl. — [8 Mk.]

Saalschütz, L., Die Aufhebung des Verbotes der Kopernikanischen Lehre.
Königsberg, Physik.-Ökon. Gesellsch., Sitzungsber. **38**, 1897, 43—46.

Schiaparelli, G., Origine del sistema planetario eliocentrico presso i Greci.
Milano, Istituto Lombardo, Memorie $\mathbf{9}_3$, 1898, 61—100.

Sintzoff, D., Bibliographia mathematica rossica 1896.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia $\mathbf{8}_2$, 1898. 24 p.

°**Slotte, K. F.**, Mathematikens och fysikens studium vid Åbo universitet. Helsingfors 1898.
8°, 309 p.

°**Starke, R.**, Die Geschichte des mathematischen Unterrichts in den höheren Lehranstalten Sachsens von 1700 bis in den Anfang des 19. Jahrhunderts. Chemnitz 1898.
4°, 42 p. — [1·80 Mk.]

Vassilieff, A., Pafnutii Lvovitch Tchébycheff, et son oeuvre scientifique.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 113—139. — [Analyse:] Wiadomosci matematyczne **2**, 1898, 230—231. (S. DICKSTEIN.)

Wertheim, G., Herons Ausziehung der irrationalen Kubikwurzeln.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 1—3.

Wertheim, G., Ein von Fermat herrührender Beweis.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 4—7.

Question 71 [sur la première représentation analytique d'une surface courbe au moyen d'une équation entre trois coordonnées].
Biblioth. Mathem. 1898, 119—120. (G. ENESTRÖM.)

Question 72 [sur une brochure publiée en 1657 par FRÉNICLE DE BESSY].
Biblioth. Mathem. 1898, 120. (G. ENESTRÖM.)

Beantwortung der Anfrage 61 [über die älteste Münze mit arabischen Ziffern].
Biblioth. Mathem. 1898, 120. (G. WERTHEIM.)

Réponse à la question 70 [sur une édition de l'Algèbre d'EULER].
Biblioth. Mathem. 1898, 120. (G. ENESTRÖM.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Monatsh. für Mathem. **9**, 1898, 42—43.

REBIÈRE, A., Les savants modernes, leur vie et leurs travaux. D'après les documents académiques, choisis et abrégés. Paris, Nony 1899. 8°.

Biblioth. Mathem. 1898, 115—116. (G. ENESTRÖM.) — Revue de mathém. spéc. 9, 1899, 112. (E. H.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1897. Zweite Hälfte: 1. Juli bis 31. December.

Zeitschr. für Mathem. 43, 1898; Hist. Abth. 215—224.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]

Biblioth. Mathem. 1898, 116—119. — Zeitschr. für Mathem. 43, 1898; Hist. Abth. 211—214. 44, 1899; Hist. Abth. 30—32.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

73. S'appuyant sur une indication de G. J. VOSSIUS (*De universæ mathésios*(!) *natura et constitutione,* Amsterdam 1650, p. 179), on fixe d'ordinaire l'année de la mort de SACROBOSCO à 1256 (voir p. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* II : 1, Leipzig 1892, p. 80). Mais M. P. TANNERY a fait observer récemment (voir *Le traité du quadrant de maître Robert Anglès,* Paris 1897, p. 23) que le vers d'où VOSSIUS a tiré cette date, ne se rapporte pas à la mort de SACROBOSCO mais à l'achèvement de son *Compotus.* Du reste, M. TANNERY est porté à interpréter le vers assez obscur:

M Xristi bis C quarto deno quater anno

comme indiquant 1244 et non 1256.

Est-ce qu'il y a quelques renseignements authentiques sur l'année de la mort de SACROBOSCO? (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 31 mars 1899.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1899.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK — JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON — PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899. STOCKHOLM. N° 2.

NEUE FOLGE. 13. — NOUVELLE SÉRIE. 13.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2.

Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr.

PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Sur l'histoire de l'arithmétique arabe.

Par Carra de Vaux à Paris.

1. Sens précis des termes ʿiqd et uss.

Le sens de ces termes est tres simple, et il est aisé de l'exprimer en quelques mots d'une manière plus nette qu'on ne l'a fait, je crois, jusqu'ici.[1]

Le *ʿiqd* ou nœud, c'est le chiffre des unités d'une puissance ou sous-puissance de 10 dans le calcul décimal; le chiffre des unités d'une puissance ou sous-puissance de 60 dans le calcul sexagésimal.

Il y a 9 nœuds dans le calcul décimal, représentés par 9 chiffres ou 9 lettres, et 59 nœuds dans le calcul sexagésimal, représentés par 59 lettres ou combinaisons de lettres.

Le *uss* ou fondement, c'est, dans le calcul sexagésimal, l'exposant de la puissance de 60 ou l'inverse de l'exposant de la sous-puissance.

Le sens ordinaire du mot *ʿiqd,* pluriel *ʿuqoud,* dans la langue, est collier; mais le même mot avec la désinence du nom d'unité, *ʿuqdah,* a le sens de nœud, qui convient mieux ici. — Le sens du mot *uss* ou *ass* est fondement.

2. Division sexagésimale à quotient périodique.

Le livre de Sibt el-Mâridini[2] sur le calcul des degrés donne un bel exemple de division sexagésimale où le quotient

est constitué par une période de huit chiffres. C'est la division de 47° 50′ par 1° 25′. La période s'étend du chiffre des minutes, 45, à celui des huitièmes, 31. L'auteur remarque ensuite qu'on obtient la même période en divisant 1° 18′ par le même diviseur 1° 25′. La période commence alors au chiffre 3″ du quotient qui se présente ainsi: 0° 55′ 3″.....

Voici le tableau de la première division:

```
                                                .......
                                               1, 3, 45
                                                 1, 5  .
                                              43, 55   .
                                                 45  . .
                                            4, 15  . .
                                                5 . . .
                                         9, 55  . . .
                                           10 . . . .
                                    19, 50  . . . .
                                        20 . . . . .
                                39, 40  . . . . .
                                    40 . . . . . .
                         1, 19, 20 . . . . . .
                            1, 20 . . . . . . .
                      1, 13, 40 . . . . . . .
                         1, 15 . . . . . . . .
                   1, 3, 45 . . . . . . . .
                      1, 5 . . . . . . . . .
                  46, 45 . . . . . . . . .
                    1, 25 . . . . . . . . . .
                  47, 50 . . . . . . . . . .
                 ------------------------------------------
                 33° 45′ 52″ 56‴ 28^iv 14^v 7^vi 3^vii 31^viii 45^ix 52^x .....
```

3. De la preuve par 7, 8, 9 ou 11.

A côté de la preuve par 9 qui est d'origine indienne, l'usage de la preuve par 7 ou 8 ou même 11 se répandit chez les Arabes. AL-KARKHI, dans son *Kâfi fi'l-his-âb,*[3] se sert des preuves par 9 et par 11. Le célèbre arithméticien IBN AL-BANNA étudie les restes des divisions par 7, 8, 9. Un traité manuscrit de la bibliothèque nationale de Paris[4] traite de cette question dans les termes suivants:

»Les calculateurs, dit l'auteur, ont consacré à la preuve un chapitre qu'ils nomment la balance, *el-mîzân* ou l'épreuve *el-imtihân*. Ils se servent en cela de trois nombres 7, 8 et 9; quelques-uns de 11. On pourrait aussi bien se servir de tout autre nombre. Addition: on divise les deux termes à ajouter par l'un de ces nombres, et l'on ajoute les deux restes; cette somme est le témoin, *ech-châhid*. On divise ensuite la somme de l'addition par le même nombre. Le reste doit être égal au témoin.»

Dans la soustraction le témoin s'obtient par soustraction des restes, dans la multiplication, par multiplication, etc.

»Sache cependant, fait observer l'auteur, que ce qu'ont dit les calculateurs: que cette égalité prouve la justesse de l'opération, n'est pas correct. Elle est seulement une condition de sa justesse. Mais la preuve peut réussir sans que l'opération soit juste. En voici des exemples:

Nous demandons à quelqu'un le produit de 18 par 27. Il répond 630 ou 621. Nous le prions de faire la preuve par 9; elle réussit: le témoin est nul. Alors les deux réponses seraient justes ensemble. — Demandons d'ajouter 24 + 38; on répond: 76; la preuve par 7 réussit: le témoin est 3 + 3 = 6; et le reste de 76 est aussi 6. — Demandons de retrancher 12 de 36. On répond: 48. La preuve par 8 réussit. Le témoin, 4—4, est nul; et le reste de 48 est nul aussi.»

Sibt el-Mâridini, dans son traité du calcul des degrés,[1] a appliqué ce genre de preuve au calcul sexagésimal. Il adopte les diviseurs 7 et 8. Voici comment il procède:

»Soit, dit-il, $15^{\circ}\ 9'\ 24''\ 0'''\ 40^{\text{IV}}$. Commencez par le chiffre de rang le plus élevé, ici celui des degrés, et ôtez-en autant de fois que possible 7 ou 8; il reste 1 ou 7; multipliez ce reste par 4; il vient: 4 ou 28; ajoutez ce produit au chiffre de rang suivant, ici à celui des minutes; vous avez 13 ou 37; divisez cette somme par 7 ou 8; multipliez le reste par 4, ajoutez au chiffre de rang suivant, etc. .... le reste obtenu après la dernière division s'appelle la balance, *el-mîzân*. La balance du nombre proposée est donc 3 dans la preuve par 7 et 0 dans la preuve par 8.»

La balance, dans ce calcul, si l'on représente le nombre sexagésimal par:

$$a_1 a_2 a_3 \ldots . a_n,$$

et que l'on pose

$$\frac{a_n}{7} = \alpha_n \text{ plus un reste,}$$



est de la forme:

$$((((a_1 - a_1 7)\,4 + a_2 - a_2 7)\,4 + a_3 - a_3 7)\,4 + \ldots + a_{n-1} - a_{n-1} 7)\,4 + a_n - a_n 7$$

ou

$$4^{n-1}(a_1 - a_1 7) + 4^{n-2}(a_2 - a_2 7) + \ldots + 4(a_{n-1} - a_{n-1} 7) + (a_n - a_n 7).$$

Le facteur 4 qui apparaît dans cette formule est le reste de la division de 60 par 7 ou par 8: $60 = 7 \times 8 + 4$.

Voici l'exemple que donne l'auteur pour la preuve de l'addition:

	balance en 7	balance en 8
15° 25′ 35″	4	7
30° 40′ 50″	4	2
46° 6′ 25″	1	1

[1] Cf. par exemple WOEPCKE, *Sur l'introduction de l'arithmétique indienne en Occident*, p. 69.

[2] BEDR ED-DÎN ou SCHEMS ED-DÎN ABOU ABD-ALLAH MOHAMMED BEN MOHAMMED BEN AHMED l'Egyptien, vulgairement appelé SIBT (c'est-à-dire *Ibn bint* = fils de la fille d') EL-MÂRIDÎNI est un auteur considérable qui vécut dans la seconde moitié du IX[e] siècle de l'hégire ou de notre XV[e] s. HADJI KHALFA le cite souvent et mentionne son traité de calcul sexagésimal sous le n° 5111. WOEPCKE a traduit le commencement de ce traité (*Mémoire sur l'introduction de l'arithmétique indienne en occident*, p. 54, p. 66 et suivantes). SIBT EL-MÂRIDÎNI vécut au Caire où il fut astronome de la mosquée cathédrale »el Azhar».

[3] V. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, I, 659 et, pour ce qui concerne IBN AL-BANNA, 692 (1[ère] éd.).

[4] C'est le ms. arabe 2469 (ancien 951). Le traité qui y est contenu est de TAQÎ ED-DÎN EL-HANBALI fils du cheïkh IZZ ED-DÎN, auteur peu connu et apparemment assez tardif. Le ms. est du XV[e] siècle (1409 du Christ).

[5] Ms. arabe 2541 de la bibliothèque nationale de Paris.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

Ehe ich fortfahre, habe ich hier einen Nachtrag über ISAK ALCHADIB (zu § 61) einzuschalten. Das VI. Heft der *Cataloghi dei Codici orientali di alcune biblioteche d'Italia,* fasc. sesto, »Biblioteca Casanatense di Roma, Codici ebraici» (auch mit d. Titel: »*Cataloghi dei Codd. ebr. della Bibl. Casanat. per* GUSTAVO SACERDOTE», p. 477—662 und 2 unpag. Bl.) Firenze 1897, ist erst im December 1898 ausgegeben worden, nachdem meine letzte Fortsetzung abgesendet war. In der Abteilung: »Matematica, Filologia ecc.» (p. 631 ff.) werden 4 mathematische Manuscripte (n. 202—205) in ihren einzelnen Bestandteilen genau beschrieben. Ihr reicher und verschiedenartiger Inhalt könnte allerlei Bemerkungen, darunter auch Nachträge zu meinen früheren Angaben der gegenwärtigen Abhandlung hervorrufen; doch ist es zweckmässiger, mich hier auf den zuletzt behandelten Autor zu beschränken, von welchem Cod. 202 vier Stücke enthält:

n. III. f. 39—44 (p. 632) »Chronolog. Untersuchungen über die Festtage», geschrieben von ISAK's Schüler FARADJI [genannt] FARADJ, welchen SACERDOTE irrtümlich mit SAMUEL BEN NISSIM identificirt, indem er auf ms. München 246 verweist! Dieses ms. ist grossenteils von NISSIM, dem Vater SAMUEL's (und wahrscheinlich des nachmaligen Christen GUGL. RAIMONDO *de Moncada*), geschrieben in den Jahren 1429—1432; NISSIM BEN SABBATAI bezeichnet dort ISAK als Lehrer und zwar zuerst als lebend, dann als verstorben, so dass man daraus vielleicht ermitteln könnte, wann ISAK gestorben sei, jedenfalls nicht vor 1429, wonach das Datum 1427 (oben S. 6 n. 5) nicht mehr auffällig und ISAK's hohes Alter gesichert ist.

VII. f. 105^b eine gereimte chronologische Tabelle, geschrieben vom Schüler.

IX. f. 107 (p. 633) eine gereimte Ermahnung, geschrieben vom Schüler.

XII. f. 119, kurze Versstücke, gerichtet an ISAK und seinen Sohn ABRAHAM. Dann wären, wenn die oben (S. 3, Ende § 59) genannten JAKOB und ISAK nicht auf Irrtum beruhen, die Namen der 3 Erzväter etwa zufällig gewählt?

Das Casanat. ms. ist wohl auch die Veranlassung zu dem oben (S. 7, Ende § 60) gerügten Irrtum. Dort finden sich in der That unter n. II und VI die Übersetzungen von IBN

HEITHAM's Astronomie und von AVERROES (*De coelo et mundo*, wie ich vermutet habe), die aber Nichts mit ISAK zu thun haben.

---

62. Wir wenden uns nunmehr zu einigen Zeitgenossen ALCHADIB's in anderen Ländern, zunächst in Spanien, wo uns eine, bis vor Kurzem kaum bekannte Persönlichkeit wiederum über den engeren Kreis der Juden hinausführt und zur Berichtigung und Ergänzung der astronomischen Bibliographie überhaupt dient. Ich kann mich hier darauf beschränken, die Resultate einer Abhandlung[1] kurz wiederzugeben.

Das lateinische ms. Paris 10263[2] (früher suppl. lat. 82) enthält angeblich »Canones super tabulis ill: Regis Petri *tertii* etc. Aragonum». Diese Tafeln, von einem *Anonymus* ins Hebräische übersetzt, finden sich in mss. Parma, DE ROSSI 165 und Vatican 365 (defect) 375. — Nach einem Catalog vom J. 1797 hatte »JAKOB AL-CARSI» die Alfonsinischen Tafeln ins Hebräische übertragen; der Prager Chronist und Astronom DAVID GANS (gest. 1613) will eine hebräische Übersetzung der Alfonsinischen Tafeln des JAKOB AL-CARSI aus dem Spanischen (um 1260) gesehen und daraus Etwas für TYCHO BRAHE ins Deutsche übersetzt haben. Diese Thatsachen waren dem academischen Herausgeber des *Libro del Saber de Astronomia*, RICO Y SINOBAS, unbekannt, der in seiner Voreingenommenheit für ALFONS X., in einer bibliographischen Übersicht von mss. (*Libro del saber*, t. V, 1867 p. 62), das erwähnte Pariser ms. für eine Pseudepigraphie der Alfonsinischen Tafeln erklärt und daraus Consequenzen zieht, die ebenso ungegründet sind, als die erwähnten Angaben des Catalogs v. J. 1797 und des DAVID GANS, welche offenbar aus der oben erwähnten anonymen hebräischen Übersetzung irgendwie geflossen sind.

Aus der Vorrede des DON PEDRO, welche ich mit den ursprünglichen Abkürzungen des Pariser ms., nebst vollständiger Umschreibung, wie auch in der hebräischen Übersetzung, mitgeteilt habe, ergiebt sich, dass der König mit der Herstellung neuer Tafeln den maestro PIERO GILEBERT beauftragte; nach dessen Ableben legte der Schüler desselben, DALMATIUS (DOLMEJO) DE PLANIS, den »Almanach» nach der Stellung der Sterne in der 9. Sphäre an. Da die meisten christlichen Gelehrten diese Methode in der Astrologie anwendeten, die Juden und Araber hingegen, in der Weise ihrer Vorgänger (oder Ahnen), die Sternorte in der 8. Sphäre angaben: so strebte der König, um allen Nationen zu genügen, danach, die Berechnungen nach den Eklipsen einzurichten, wofür der fähigste Mann der spanische

Jude Jakob Carsi (Carsono, in der hebr. Übersetzung) war. Mit Rücksicht auf letzteren (s. unten) musste ich vermuten, dass der betreffende Peter der IV. von Aragonien (der III. von Catalonien) sei. In der That entdeckte Andreu Balaguer y Merino (gest. 1883) 3 Documente, woraus hervorgeht, dass Dalmatius Planes von diesem Dom Pedro im J. 1367 eine Belohnung für seine Übersetzung astrologischer oder astronomischer Schriften erhalten hat.

Hiernach kann kaum bezweifelt werden, dass Jakob al-Carsi, oder Carsono identisch sei mit Jakob (ben abi Abraham Isak) ibn al-Carsono, welcher im J. 1376 zu Sevilla eine Abhandlung über das Astrolab in arabischer Sprache verfasste und 1378 in Barcelona hebräisch übersetzte. Die hebräische Bearbeitung, welche eine Auswahl des Leichtesten für Schüler enthält, ist nur aus ms. München 201[11] bekannt (s. *Die hebr. Übersetzungen* u. s. w. S. 596).

63. Im Jahre 1380, im Monat Nisan, verfasste der Spanier Samuel Chajjim ben Jomtob Matron einen Commentar über die (6) »Flügel« des Immanuel ben Jakob (oben § 54 S. 83), wovon 2 mss. bekannt sind: in der Bodleiana, Reggio 42 (bei Neubauer 2244[2]), und ms. des Buchhändlers Fischl-Hirsch, worüber s. meine Notiz in der Hebr. Bibliogr. XVII, 1877, 110; über dessen Verbleib oder etwaigen Käufer ist mir Nichts bekannt. Die Erklärung ist kurz, für Anfänger berechnet.

Um diese Zeit, eine genaue Angabe fehlt, lebte Chajjim aus Briviesca, in Spanien, ein Schüler des Levi b. Gerson (gest. 1344) und des Menachem ibn Serach (gest. 1385, s. oben § 61 S. 8)[3], von welchem sich ein Supercommentar zu Abraham ibn Esra's Pentateuchcommentar erhalten hat. Chajjim studirte in Salamanca die astrologischen Schriften dieses ibn Esra[4]. Abraham Sacut, der um ein Jahrhundert später dort Professor war, erwähnt im Supplement zu seinem astronomischen Werke in hebräischer Sprache,[5] dass er sich in Betreff der *directiones* (hebr. *Nihugim*) auf eine Tabelle des genannten Chajjim verlassen, später aber deren Unzuverlässigkeit erkannt habe. Diese Tabelle über ein astrologisches, auch von ibn Esra behandeltes Thema war schwerlich ganz selbständig; sie konnte einen Anhang zu fremden Tabellen, aber auch ein Bestandteil von eigenen astronomischen Tafeln sein. Vielleicht findet sich eine Beziehung darauf in dem unedirten Supercommentar?

Um diese Zeit, jedenfalls wohl noch im XIV. Jahrhund. lebte Josef ben Moses Kilti (oder Kelti?), auch als Josef »der Grieche« bezeichnet, welcher im Index des Pariser Cata-

logs mit Unrecht von jenem JOSEF unterschieden wird. Er verfasste eine Logik in hebräischer Sprache, in Form der Aphorismen des HIPPOKRATES und einiges Andere, darunter über Mathematisches in Schriften des ABRAHAM IBN ESRA, worüber der genannte Catalog (n. 707[4]) ungenau berichtet.[6]

Einen sonst nicht näher bezeichneten BARUCH erwähnt als seinen Lehrer in Mathematicis der Spanier SCHEMTOB IBN MAJOR in seinem unedirten Supercommentar über ABRAHAM IBN ESRA, verfasst im J. 1384[7].

Am Ende dieses Jahres ist das erste Stück des Miscellanbandes ms. Vatican 397 geschrieben; eine Revision der Angaben ASSEMANI's wäre nicht überflüssig. Dass jenes Stück mit der falschen Überschrift *Tischboret* (das heisst Geometrie) die Arithmetik des ABRAHAM IBN ESRA enthalte, erfahren wir erst unter der folgenden Nummer 398. Das arabische Epigraph des Schreibers in hebräischen Lettern (schwerlich ganz correct abgedruckt) ist von ASSEMANI ungenau wiedergegeben und selbst ZUNZ (*Zur Gesch. u. Lit.* S. 315 Anm. a) blieb nicht unbeirrt. Der Schreiber DAVID BEN SALAMA (nicht Salomo?) IBN AKISCH (od. Akrisch?) copirte die Arithmetik zum eigenen Gebrauche und zwar nicht in Marseille, wo kein Jude um jene Zeit sich der arabischen Sprache bediente, sondern in Murcia (Spanien).

In demselben Jahre 1384, nicht 1344, verfasste ein nicht näher bezeichneter JOSEF Kalenderregeln in hebräischer Sprache: *Tekkun Schanim* (Anordnung der Jahre), worin das Jahr 1384 zweimal erwähnt ist (Catal. NEUBAUER n. 2018). Danach erscheint meine frühere Combination mit JOSEF BEN ELIESER (oben § 51 n. 36) kaum möglich.

Um 1385 ist ein anonymes, mit der Multiplicationstabelle der Factoren 1—20 beginnendes Kalenderwerk, welches wahrscheinlich ursprünglich schon *1284* compilirt worden, also zu den ältesten dieser Gattung gehört, die man später hebräisch mit der Sachbenennung *Ibronot* bezeichnet, — so umgearbeitet worden, dass man teilweise das alte Beispielsjahr 1284/5 stehen liess, anderseits als Gegenwart das Jahr 5145 (1385), als Beispiele die christlichen Jahre 1386 und 1387 (5148) bezeichnete. Das unedirte ms. ist im J. 1879 vom Buchhändler I. Fischl-Hirsch an die K. Bibliothek zu Berlin verkauft worden und in meinem Verzeichnisse, Abth. 2 (1897 S. 72 n. 223[3]) ausführlich beschrieben. Ich hebe den christlichen Kalender mit Angabe der *Heiligen* hervor (ms. f. 32 ff.).

64. SALOMO BEN ELIA, der in Salonichi und Ephesus lebte (1374—86), nennt sich *Scharbit ha-Sahab* (goldnes Scepter);

diese Worte kommen zwar im Buche Esther 4,11, aber als Namen einer jüdischen Familie sonst nicht vor; ich habe daher die Vermutung ausgesprochen, dass hier eine freie Übertragung des griechischen Χρυσοκοκκα vorliege, veranlasst durch GEORG CHRYSOCOCCA, den griechischen Übersetzer der persischen astronomischen Tafeln, den wir bereits als Commentator der »Sechsflügel« des IMMANUEL B. JAKOB erwähnt haben (§ 54 S. 83).

SALOMO construirte zuerst nach der Methode des PTOLEMÄUS (im *Almagest*), dann nach der Methode der Perser, in Salonichi (um 1374) eigene astronomische Tafeln (über Eklipsen?) in hebräischer Sprache, begleitet von einem erläuternden Texte in 12 Kapiteln, deren erstes von den Monaten handelt, in denen eine Verfinsterung der Sonne oder des Mondes stattfinden kann. Die unedirten mss. Paris 1042 und Vatican 393 (mit einem späteren unechten Titel) habe ich nicht näher prüfen, also noch viel weniger mit der, wenig älteren, griechischen Bearbeitung des GEORG CHRYSOCOCCA, vergleichen können.

Ms. Paris 1047[5] enthält eine hebräische Übersetzung einer Abhandlung über das Astrolab (*Iggeret ha-Isturlab*), welche dem PTOLEMÄUS beigelegt ist, und ein anonymes Kapitel über die Linien des Astrolabs. SALOMO wird am Anfang des letzteren als Übersetzer aus dem Griechischen genannt; hat er auch die erste Abhandlung übersetzt, wie der Catalog (p. 191) annimmt?[8]

Ein römisches (oder italienisches) Festgebetbuch *(Machsor)*, geschrieben im Sommer 1385, enthält auch »un calendrier synagogal«; der Pariser Catalog (n. 612 p. 74 col. 2) giebt nicht an, für welche oder wie viele Jahre. Eben so unbestimmt ist die Angabe »un calendrier juif« in ms. Paris 380, geschrieben 1386.

Im J. 1386 schrieb MOSES BEN JESAIA (s. Catal. Par. p. 198 n. 1077[2], MOSES BEN ISAAC in *Hist. Litt. de la France* t. 31 p. 696) Noten zu den Sechsflügeln des IMMANUEL BEN JAKOB.

Das arabische ms. in hebr. Schrift Hunt. 492 der Bodleiana ist fälschlich für einen *Almagest* des PTOLEMÄUS ausgegeben worden, welcher nur darin citirt wird. Es ist in der That ein unvollständiger, daher anonymer Commentar über MAIMONIDES, *De novilunio* (s. § 25 S. 80), verfasst im J. 1387.[9]

Ms. Paris 646[2] enthält anonyme »Kalenderregeln« in hebräischer Sprache, angewendet auf die Jahre 5150—5229 (1390—1469).

Am Ende des Bodleian. ms. Mich. 854, geschrieben in Avignon 1391, hat ein anonymer französicher Jude Regeln über Verfertigung von Kalendern und astronomischen Tafeln

geschrieben. NEUBAUER's Catalog n. 781[7] giebt keine Andeutung über die Zeit dieses Zusatzes, weshalb ich ihn hierher gesetzt habe.

65. In das letzte Jahrzehnt des XIV. Jahrh. fällt die Thätigkeit eines Juden spanischer Abkunft in der Provence, welcher mit gleicher Kenntnis die Gebiete der Philologie, Philosophie, Mathematik und Medicin pflegte. ISAK BEN MOSES HA-LEVI, wie viele Juden seiner Zeit und Umgebung, nannte sich in der Landessprache PROPHIAT (*Profatius*, wohl auch vulgär *Prophet)*[10] DURAN, und da er, vielleicht zunächst aus Vorsicht, sich mit den Anfangsbuchstaben A. (E.) P. (= Ph) D. bezeichnete und in seinen Schrifttiteln gerne auf »*Ephod*» (Schulterkleid des Hohepriesters) anspielte: so hat man ihn auch EPHODI (*Ephodeus* bei christlichen Gelehrten) genannt.[11] Die wenigen biographischen Daten, welche sich aus seinen verschiedenartigen Schriften (darunter auch Gedichte in gutem Style) ergeben, und die Bibliographie dieser Schriften sind in neuester Zeit mehrfach kritisch geprüft und gesammelt worden,[12] so dass die hierhergehörenden Resultate keiner eingehenden Erörterung bedürfen.

Über sein Geburtsjahr in Spanien ist Nichts ermittelt; um 1390 war er reif für die Öffentlichkeit. Er hatte in seiner Jugend die erforderliche Kenntnis des Talmud in dem damals dafür maassgebenden Deutschland (wahrscheinlich im Südwesten) sich erworben; aber weder die dort herrschende Casuistik, noch die von den Grenzgebieten Spaniens und der Provence nach allen Weltrichtungen verschleppte neue Mystik, die im XIII. Jahrh. sich für geheime »Tradition» (*Kabbala*) ausgab, nicht einmal die im XIV. Jahrh. überhandnehmende Erklärung der heiligen Schrift durch astrologische vermeintliche Wissenschaft vermochte auf den logisch gebildeten, im ganzen nüchternen Forscher einen sichtbaren Einfluss auszuüben; in seinem Bescheidschreiben über das Geheimnis der Zahl 7 (hinter der Gramm. S. 181) gesteht er seine geringe Kenntnis astrologischer Theorien, insbesondere der unsicheren Principien des ABRAHAM IBN ESRA (S. 183), und bittet, ihn ferner mit solchen Fragen zu verschonen.[13] — Dem berüchtigten Religionszwang von J. 1391 gegenüber teilte er nicht den Mut so vieler Märtyrer; er wurde Scheinchrist, aber bald erwachte in ihm der Widerwille gegen das aufgezwungene Bekenntnis; er glaubte in Palästina die Sühne für die Verläugnung seines Glaubens suchen zu müssen, kehrte aber sehr bald von der eingeschlagenen Pilgerfahrt zurück und verfasste (1397) eine Abwehr des Christen-

tums, die unedirt in mehreren mss. ruht, nachdem er eine beissende Satyre an einen anderen im Abfall verharrenden Gelehrten gerichtet hatte, welche zweimal edirt ist.

Ins Gebiet der Mathematik gehören folgende Schriften, deren Zeitfolge mir noch nicht gesichert scheint, weshalb ich eine vollständige Monographie voranstelle und die weniger untersuchten Notizen folgen lasse.

1) *Chescheb ha-Efod* (Gürtel des *Efod),* über den jüdischen Kalender und dessen astronomische Grundlagen, wahrscheinlich verfasst 1395 (nicht 1391), gewidmet einem MOSES aus der Familie (oder Sohn) des CHISDAI HA-LEVI.[14] Mss. sind: in der Bodl. ms. Reggio 43 bis Kap. 24 (in NEUBAUER's Catalog n. 2047, dennoch übergangen in der *Hist. Litt. de la France* p. 746 n. VII), München 299, Paris 351, Parma, DE ROSSI 800. Die kurze Vorrede nebst dem in Reimen abgefassten 23. Kap. ist hinter der Grammatik edirt. Der Verf. hebt die Bedeutung des Gegenstandes hervor, welche schon die alten Weisen anerkannten, erwähnt die grösseren Abhandlungen von ABRAHAM BAR CHIJJA und IBN ESRA; er selbst habe nur ein kurzes Compendium liefern wollen.

2) Über die 2, von MAIMONIDES als Beispiel demonstrirter, aber nicht sinnlich vorstellbarer Begriffe erwähnten Linien, die stets einander sich nähern, aber nie zusammentreffen (die hyperbolische Curve und die Asymptote); ms. Paris 1021[3].

3) Noten zu JAKOB ANATOLI's Übersetzung von AVERROES, Compend. des *Almagest* (oben § 28 S. 110), welche vielleicht ursprünglich am Rande bemerkt waren, wie in ms. Bodl. bei NEUBAUER n. 2011[2], dann besonders gesammelt worden, wie in ms. Paris 1026, oder umgekehrt. Oder sind es Excerpte aus n. 1?

4) Kritische Bemerkung zu dem astronomischen Werke des JOSEF IBN NA'HMIAS (oben § 37) in demselben ms. Canon. 334 f. 24[b].[15] PROPHIAT findet die Bestrebungen JOSEF's an sich lobenswert, obgleich die neuen Annahmen den Sinnesvorstellungen Gewalt anthun; doch will er nicht absprechen, da er, von anderen Beschäftigungen abgehalten, das Buch JOSEF's nicht genügend studirt habe. Er citirt »ABRAHAM AL-ZARKAL» (*so,* für IBRAHIM AL-ZARKALI) aus dem *Almagest* des AVERROES (vergl. oben n. 3) und Rabbi LEVI [BEN GERSON].

5) Antwort auf Fragen des maestre (Arztes?) SCHEALTIEL GRACIAN, Astrologisches betreffend, worüber nichts Näheres angegeben ist in Catalog. Paris 1048[6], und Catal. Halberstam (dann Montefiore College in Ramsgate, vielleicht jetzt schon in

London) n. 147, auch nicht in der *Hist. Litt. de la France* p. 744 n. IV, wo das 2. ms. nachzutragen ist. Über die Familie Gracian (hebr. *Chen*) in Barcelona vergl. mein *Die hebr. Übersetz.* u. s. w. S. 111 Anm. 19.

6) Eine Abhandlung über den astronomischen Tag und über die Länge von Tag und Nacht in verschiedenen Jahreszeiten und Breiten enthält ms. Paris 1026[2]. Über ein etwaiges Verhältnis zu dem Werke oben n. 1 erfahren wir auch Nichts aus der *Hist. Litt.* etc. p. 744 II.

7) Über die astronomischen Bemerkungen in ms. Paris 1023, von einem Schüler des Verf. mitgeteilt, lässt uns die zuletzt angegebene Quelle ebenfalls im Stiche.

[1] *Notice sur les tables astronom. attribuées à Pierre III d'Aragon.* Extrait du Bullettino etc. T. XIII. (1880), Rome 1881, und dazu eine »Addition» enthaltend einen Abdruck des Artikels von BALAGUER. S. mein *Die hebr. Übersetz.* S. 638.

[2] 10763 in *Die hebr. Übersetz.* l. c. ist Druckfehler.

[3] Das Todesjahr ist nach dem Epitaph in meinem *Catal. libr. hebr. in Bibl. Bodl.* p. 1740 angegeben und die Bemerkung in Hebr. Bibliogr. XVII, 62 unrichtig. — Vergl. auch *Die hebr. Übersetz.* S. 271.

[4] Zu Deuteron. 34, 1; s. Hebr. Bibliogr. l. c.

[5] Catalog der Handschr. Pinsker's S. 25.

[6] S. dazu mein *Abraham ibn Esra* (Abdr. aus der Zeitschr. f. Mathem. 1880) S. 109 und *Die hebr. Übersetz.* S. 499.

[7] Ms. Cambridge, s. SCHILLER's Artikel in GEIGER's Zeitschr. VIII, 238, im Catalog I, 149, Anm. 4 und S. 155 n. 11, dazu Hebr. Bibliogr. XVI, 109.

[8] *Die hebr. Übersetz.* S. 537, 630.

[9] *Die hebr. Übersetz.* S. 523, 559, A. 553, wonach NEUBAUER's Catal., n. 632, zu ergänzen ist.

[10] Über die Aussprache dieses Namens s. SÄNGER in Hebr. Bibliogr. VIII, 126.

[11] Das א wird in der *Hist. Litt.* t. **31**, p. 741 nur für *ani* (ich) genommen, weil kein Autor sich selbst »*En*» (Senhor) oder Don bezeichne, was nicht als selbstverständlich gelten darf, da ja Spanier sich selbst *Don* nennen, wie Franzosen und Engländer *Monsieur* und *Mister.* Ferner wird in der *Hist. Litt.* die Unterschrift א'פ'ד' als sicheres Criterium für die Abfassung einer Schrift nach 1391 angenommen, was mir bedenklich scheint, obwohl ich das Citat bei SCHEMTOB IBN MAJOR im J. 1384 (SCHILLER, Catal. Cambr. p. 155

n. 10) nicht als entscheidend ansehe, da es überhaupt auffallend, vielleicht späterer Zusatz oder Abkürzung eines Copisten ist.

[12] *Catal. Bodl.* p. 2113; Hebr. Bibliogr. IX, 156, X, 109; *Die hebr. Übersetz.*, Register S. 1063; I. FRIEDLÄNDER und JAKOB KOHN, Einleitung zur Ausgabe der Grammatik *(Maase Efod)*, Wien 1865; NEUBAUER-RENAN, *Hist. Litt.* etc. t. **31**, p. 741—53.

[13] *Hist. Litt.* p. 745 n. VI (Zahl 10!) ist nach p. 744 d zu berichtigen. — Der verstorbene ROSIN hat die astrologischen Andeutungen IBN ESRA's aus den in dessen Schriften zerstreuten Stellen in ein System zu bringen sich angestrengt (Monatschrift für d. Gesch. u. Wiss. d. Jud. 1898), ohne die hebräischen Monographien und deren edirte lateinische Übersetzungen (analysirt im *Verzeichnis der Handschr. der k. Bibliothek in Berlin*, 2. Abth., S. 136—50) zu beachten.

[14] Die Vermutung, dass es der Arzt MOSES ZARZAL sei, ist schon in Hebr. Bibliogr. X, 109 als unbegründet bezeichnet. Die Begründung, dass CHISDAI's (desselben?) einziger Sohn 1391 gestorben sei (Einl. zur Gramm. S. 44), wird hier mit einer Verweisung auf die »préface« wiederholt, welche unbegreiflich ist, da in PROPHIAT's Vorrede zu diesem Buche nicht davon die Rede ist.

[15] *Die hebr. Übersetz.* S. 597, und wohl daher ungenau in *Hist. Litt.* p. 753, XIV, aber unrichtig n. 479.

Remarque sur l'origine de la formule $i \log i = -\frac{1}{2}\pi$.

Par G. Eneström à Stockholm.*

On sait qu'Euler a donné la démonstration de la formule $i^i = e^{-\frac{1}{2}\pi}$ ou $i \log i = -\frac{1}{2}\pi$ dans son mémoire *De la controverse entre MM. Leibnitz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres négatifs et imaginaires* (Mém. de l'acad. d. sc. de Berlin **5**, 1749, p. 139—179). Mais il convient de signaler que cette formule est une conséquence presque immédiate d'une remarque faite par Euler dans une lettre inédite adressée le 10 decembre 1728 à Jean Bernoulli et gardée à la bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm. En effet, on y lit:

Sit radius circuli a, sinus y, cosinus x, erit ex methodo tuâ quadraturam circuli ad logarithmos reducendi, area sectoris $= \frac{aa}{4\sqrt{-1}} \log \frac{x + y\sqrt{-1}}{x - y\sqrt{-1}}$, et posito $x = 0$, habebis quadrans circuli $= \frac{aa}{4\sqrt{-1}} \log(-1)$.

Par conséquent, Euler avait démontré que

$$\frac{\pi a^2}{4} = \frac{a^2}{4\sqrt{-1}} \log(-1),$$

d'où on déduit aisément $\frac{1}{2}\pi = -\sqrt{-1} \log \sqrt{-1}$. Dans sa réponse Jean Bernoulli appelle l'attention sur l'identité

$$\int_0^{\frac{1}{4}\pi} \frac{a^2 dx}{2\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{a^2}{4} \frac{\log \sqrt{-1}}{\sqrt{-1}},$$

et fait observer en même temps que l'intégrale proposée est égale à $\frac{1}{8}$ d'un cercle dont le rayon est a. Il s'ensuit immédiatement que $\frac{1}{8}\pi a^2 = \frac{a^2}{4} \frac{\log \sqrt{-1}}{\sqrt{-1}}$, ou $\frac{\pi}{2} = -\sqrt{-1} \log \sqrt{-1}$; mais Jean Bernoulli n'a pas tiré lui-même cette conclusion, parce qu'il croyait que le logarithme de $\sqrt{-1}$ était 0.

* Cette remarque a été insérée dans l'Intermédiaire des mathématiciens **6**, 1899, p. 16, mais avec des fautes typographiques si graves, qu'elle y est sans doute presque inintelligible.

Zur Bibliographie der Parallelentheorie.

Von Paul Stäckel in Kiel.

Das von mir im Jahre 1895 veröffentlichte »Verzeichnis von Schriften über die Parallelentheorie, die bis zum Jahre 1837 erschienen sind« *(Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie, in Gemeinschaft mit* F. Engel *herausgegeben von* P. Stäckel. Leipzig 1895, S. 286—313), machte der Natur der Sache nach keinen Anspruch auf unbedingte Vollständigkeit, und ich richtete an die Leser die Bitte mich von Lücken oder Unrichtigkeiten, die sie in dem Verzeichnis bemerken würden, in Kenntnis setzen zu wollen. Auf Grund von Mitteilungen, die ich der Freundlichkeit der Herren Bedőházi in Maros-Vásárhely (Siebenbürgen), R. Fricke in Braunschweig, W. Krüger und G. Valentin in Berlin verdanke, sowie auf Grund weiterer eigener Nachforschungen, bin ich heute in der Lage, mein Verzeichnis nicht unbeträchtlich ergänzen zu können. Es kommen hinzu folgende 20 Schriften:

Scarburgh, Edmund, *The english Euclid.* Oxford 1705. [Erwähnt in Camerers Euklidausgabe Bd. 1, Berlin 1824, S. 423.]

La Caille, Nicolas Louis de, *Leçons élémentaires de mathématiques.* Paris 1741. [Erwähnt bei Camerer, a. a. O. S. 423.]

Pfleiderer, Christoph Friedrich, *Theses inaugurales.* Tübingen 1786. [Erwähnt bei Camerer, a. a. O. S. 427.]

Schultz, Johann, *Anfangsgründe der reinen Mathesis.* Königsberg 1790. [Erwähnt bei B. Bolzano, »Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie«, Prag 1804.]

[**Chauvelot**, Sylvestre,] *Introduction à la géométrie, ou développement de l'idée de l'étendue, ouvrage propre à guider les premiers pas des jeunes gens.* Par l'auteur du Livre des vérités. Braunschweig 1795. [Herzogliche Bibliothek in Braunschweig.]

Chauvelot, Sylvestre, *Nouvelle introduction à la géométrie ou théorie exacte et lumineuse de l'étendue.* Braunschweig 1802. [Erwähnt von Poggendorff, »Biogr.-lit. Handwörterbuch« I, S. 426; es ist mir nicht gelungen diese Schrift aufzutreiben.]

Develey, Isaac Emmanuel Louis, *Élémens de géométrie.* Lausanne 1816. [Angeführt in der unten citirten Schrift von Breszt-yenszky.]

Leslie, John, *The elements of geometry and plane trigonometry*. Edinburgh 1817. [Erwähnt bei CAMERER, a. a. O. S. 441.]

Grüson, Johann Philipp, *Die Geometrie nach Erzeugung der Begriffe in systematisch geordneten Fragen und Aufgaben*. Berlin 1820. [Erwähnt in der unten citirten Schrift von ERB, S. 153.]

Erb, K. A., *Zur Mathematik und Logik*. Heidelberg 1821.

Grashof, Friedrich Carl August, *Über die ersten Begriffe der Geometrie, zunächst mit Bezug auf Parallelentheorien*. Programm des Carmeliter-Gymnasiums zu Köln 1826.

Bresztyenszky, Adalbert Anton, *Elementa geometriæ et trigonometriæ planæ*. Raab 1827. [Bibliothek des ev.-ref. Kollegiums zu Maros-Vásárhely.]

Lehmann, Jacob Wilhelm Heinrich, *Mathematische Abhandlungen, betreffend die Begründung und Bearbeitung verschiedener mathematischer Theorien*. Zerbst 1829. 8°, 539 S. + 4 Tfln.

Courtin, *Théorie des parallèles*. Angoulème 1829. [Erwähnt bei SOHNCKE, »Bibliotheca Mathematica« S. 145.]

Rindfleich, G. W., *Über Parallelenlinien*. Programm des Gymnasiums zu Liegnitz 1830.

Giroud, A., *Nouvelle théorie des parallèles*. Paris 1832. [Erwähnt von SOHNCKE, a. a. O. S. 156.]

Ampère, André-Marie, *Essai sur la philosophie des sciences, ou exposition analytique d'une classification naturelle de toutes les connaissances humaines*. Paris 1834, S. 65—69.

Tisserand, Pierre Antoine, *Manuel contenant les mathématiques et la physique élémentaire avec une nouvelle théorie des parallèles*. Paris 1834.

Dresler, Justus Heinrich, *Die Theorie der Parallellinien in den ersten Elementen der Geometrie begründet und gesichert*. Programm des Pädagogiums zu Wiesbaden 1834. 4°, 32 S. + 1 Tfl.

Dantas Pereira, José Maria, *Sur la théorie des parallèles*. Annales maritimes et coloniales, sept. 1835, S. 498. [Erwähnt von VAN TENAC in der Übersetzung der »Geometry without axioms« von TH. P. THOMPSON, Paris 1836, S. 238—240.]

Die Anzahl der Schriften des Verzeichnisses würde somit von 253 auf 273 anwachsen, wenn nicht die *Elementi geometrici* von SILVIO BELLI, die ich als »um 1570« erschienen angab, zu streichen wären. Wie Herr VALENTIN mit Recht bemerkt hat, ist BELLIS Äusserung in dem *Trattato* von 1573 dahin aufzufassen, dass er einen Beweis für das elfte Axiom, den er gefunden hatte, in einem *geplanten* Werke über die Elemente der Geometrie veröffentlichen wollte. Da BELLI bald darauf starb, ist anzunehmen, dass er diese Absicht nicht ausgeführt hat.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Cantor. VORLESUNGEN ÜBER GESCHICHTE DER MATHEMATIK. ZWEITER BAND. ERSTER HALBBAND. VON 1200—1550. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1899. In-8°, 480 p.

La première édition de ce cahier a paru en 1891 (la couverture indique 1892 comme année d'impression), et nous en avons rendu compte dans la Biblioth. Mathem. 1891, p. 117—118. L'intervalle entre les deux éditions s'élève donc à presque 8 ans, et dans ce temps les études de l'histoire des mathématiques ont été continuées avec ardeur aussi pour ce qui concerne le moyen âge et la renaissance des sciences exactes. En particulier nous devons à M. CURTZE la découverte d'un grand nombre de nouveaux détails relatifs à l'histoire de la géométrie du moyen âge. Il est donc naturel que M. CANTOR n'a pu se restreindre à revoir les indications de la première édition, mais qu'il lui a été nécessaire d'y faire aussi plusieurs additions. D'autre part, il n'a eu aucune raison de modifier le plan de l'exposition, et comme nous en avons rendu compte aux pages citées de la Biblioth. Mathem. 1891, nous nous permettrons de passer immédiatement aux observations auxquelles notre étude de la nouvelle édition a donné lieu.

P. 7. M. CANTOR mentionne que trois copies du *Liber abaci* de LEONARDO PISANO contiennent les mots »correctus anno 1228», et il s'appuie à cet égard sur une communication écrite de M. GEGENBAUER. Au point de vue bibliographique, on aurait peut-être préféré un renvoi à la note de celui-ci: *Bemerkung über Leonardo Pisano's Liber abaci;* Monatsh. für Mathem. **4**, 1893, 402.

P. 12. »Eine Andeutung darüber, wie jene Zerlegung [in Summen von Stammbrüchen] zu erhalten sei, ist kaum jemals [vor LEONARDO PISANO] vorhanden.» Nous admettons que cette assertion peut être soutenue même après la publication du Papyrus d'Akhmîm, mais, à notre avis, elle ne concorde pas parfaitement avec un passage à la page 470 de la 2e édition du 1er tome des *Vorlesungen;* en effet, nous y lisons: »der wesentliche und nicht hoch genug zu schätzende Unterschied besteht darin, dass der Verfasser des Rechenbuches zu Achmîm die Vorschriften angibt, nach welchen jene Zerlegungen [in Summen von Stammbrüchen] vorgenommen wurden».

P. 46—49. En rendant compte du *Flos* de LEONARDO PISANO, M. CANTOR aurait pu signaler que celui-là s'y est servi aussi du mot »causa» pour désigner une quantité inconnue (voir

Scritti pubblicati da B. BONCOMPAGNI **2**, [1862], p. 236), et que, par conséquent, il a employé pour les quantités inconnues trois mots, savoir *radix, res* et *causa.* Ce fait nous semble d'un certain intérêt, vu l'important rôle, dans l'histoire de l'algèbre, du mot italien correspondant à »causa».

P. 67—73. L'analyse du traité *De numeris datis* de JORDANUS NEMORARIUS est faite d'après l'édition de M. CURTZE dans la Zeitschr. für Mathem. **36**, 1891; Hist. Abth. 1—23, 41—63, 81—95, 121—138. Cette édition est sans doute excellente, mais M. CURTZE fait observer lui-même (l. c. p. 5) qu'il n'avait eu recours à aucune copie complète des propositions XV—XXXV du 4ᵉ livre du traité de JORDANUS; heureusement, la lacune est comblée maintenant par l'article de M. R. DAUBLENSKY VON STERNECK: *Zur Vervollständigung der Ausgaben der Schrift des Jordanus Nemorarius »Tractatus de numeris datis»* (Monatsh. für Mathem. **7**, 1896, 165—179), et cet article aurait peut-être mérité d'être cité aussi par M. CANTOR dans la note à la page 67.

P. 87—88. M. CANTOR fixe à 1256 l'année de la mort de SACROBOSCO, mais il a été établi (voir Biblioth. Mathem. 1899, p. 32) que le vers d'où VOSSIUS a tiré cette date, se rapporte à l'achèvement du *Compotus* (cf. aussi l'indication de KÄSTNER dans la *Geschichte der Mathematik* II, p. 310), et M. TANNERY est porté à interpréter le vers comme indiquant la date de 1244. En tout cas on ignore encore la vraie date de la mort de SACROBOSCO. — M. CANTOR dit que l'*Algorismus* est »eine Sammlung von Regeln... ohne Erwähnung einer Quelle», et, en thèse générale, cette indication est conforme à la vérité. D'autre part, nous nous permettons de faire observer que, dans le chapitre »De radicum extractione et primo in numeris quadratis», SACROBOSCO cite: »BOETIUS in *arismetrica* sua»; par conséquent, l'avis de P. RICCARDI (Biblioth. Mathem. 1894, p. 78) que SACROBOSCO a eu connaissance de l'arithmétique de BOËTIUS, est justifié. — Aux éditions de l'*Algorismus* de SACROBOSCO citées par M. CANTOR on peut ajouter les deux plus anciennes, imprimées respectivement en 1488 (voir CURTZE, Biblioth. Mathem. 1895, p. 36—37) et en 1501 (cf. RICCARDI, Biblioth. Mathem. 1894, p. 76), et celle publiée en 1897 par M. CURTZE. Quant au traité *Opusculum de praxi numerorum quod Algorismum vocant,* publié en 1503 et réédité en 1510, RICCARDI a démontré (Biblioth. Mathem. 1894, p. 73—78) qu'il est identique à l'*Algorismus* de SACROBOSCO et que CLICHTOVE en est l'éditeur.

P. 97. »Im 40. Kapitel des *Opus tertium* ergeht sich BACO in stereometrischen Faseleien, welche ihm kein glänzendes Zeugniss ausstellen.» Il va sans dire que cette appréciation est juste; d'autre part il nous semble peu probable que les bizarreries dont M. CANTOR parle, soient l'invention de ROGER BACON. En effet, le problème *de solidis locum implentibus* a été traité de la même manière déjà par AVERROES († 1198; cf. DE MARCHI, Biblioth. Mathem. 1885, col. 195).

P. 112. Le traité de trigonométrie de LEVI BEN GERSON a été résumé par M. CURTZE dans l'article *Die Abhandlung des Levi ben Gerson über Trigonometrie und den Jacobstab* (Biblioth. Mathem. 1898, p. 97—112). On voit par là que LEVI BEN GERSON connaissait la relation qui a lieu dans un triangle rectiligne entre deux côtés et les sinus des angles opposés. — Pour ce qui concerne le carré géométrique et le quadrant, nous prenons la liberté de renvoyer à la remarque de M. CURTZE dans la Biblioth. Mathem. 1896, p. 66.

P. 123—124. Si JEAN DE MEURS a composé le *Speculum musicæ* déjà en 1321, il ne peut guère être né vers 1310.

P. 126—127. JOHANNES DE LINERIIS a été l'objet de deux petites notes de M. M. STEINSCHNEIDER et CURTZE insérées dans la Biblioth. Mathem. 1889, p. 37—38 et 1895, p. 105—106. La première note a pour but de faire ressortir que M. STEINSCHNEIDER considère JOHANNES DE LINERIIS comme identique à JOHANNES DE LIVERIIS, et de remédier ainsi à un petit malentendu de la part de M. S. GÜNTHER, reproduit, à ce qui nous paraît, par M. CANTOR. Dans la seconde note, M. CURTZE s'est proposé de démontrer définitivement que JOHANNES DE LINERIIS était natif de la France. M. CANTOR est arrivé à la même conclusion, et nous regrettons seulement qu'il ait jugé nécessaire de poser formellement la question aujourd'hui presque inutile: »War er [JOHANNES DE LINERIIS] ein Picarde, ein Deutscher, ein Sicilianer?»

P. 127. L'article de M. CURTZE: *Über den Dominicus Parisiensis der »Geometria Culmensis»* (Biblioth. Mathem. 1895, p. 107—110) fournit quelques renseignements supplémentaires sur cet auteur du 14e siècle. Il était né à Chivasso en Italie, et il professait à Paris 1349—1350 les arts libéraux, puis en 1356—1357 la médecine; son ouvrage principal *Practica geometriæ* fut achevé à Paris en 1346.

P. 158. En parlant d'un traité d'algèbre du 14e siècle où l'inconnue est désignée par le mot *cosa*, M. CANTOR dit: »höchstens könnte *cosa* bemerkenswerth erscheinen, die Übersetzung

von *res*, während GERHARD VON CREMONA und LEONARDO meistens *radix* sagten, LEONARDO allerdings einmal auch *res*.» La fin de cette remarque doit être un peu modifiée; en effet, dans son *Flos*, LEONARDO PISANO fait souvent usage du mot *res* et une fois du mot *causa* (cf. ci-dessus p. 49 et Biblioth. Mathem. 1894, p. 96).

P. 215. »Dass die Jahreszahlen auf Münzen erst mit dem Ende des XV. Jahrhunderts in Stellungszahlen auftreten, wird von Niemand angezweiflet.» Ici nous aurions mis »vers le milieu» au lieu de »vers la fin», car on connaît déjà (voir WERTHEIM, Biblioth. Mathem. 1898, p. 120) une monnaie frappée en 1458, où l'année est indiquée par des chiffres arabes.

P. 228 (cf. p. 234, 250). A l'indication de M. CANTOR que WIDMANN a professé en 1486 à Leipzig un cours d'algèbre, on pourrait ajouter que le cours même a été retrouvé en 1896 par M. CURTZE dans un manuscrit de la bibliothèque de l'université de Leipzig (voir CURTZE, *Eine Studienreise unternommen August bis Oktober 1896;* Altpreussische Monatsschrift **35**, 1897, p. 438).

P. 230. En parlant de l'origine des signes + et —, M. CANTOR fait la remarque suivante: »ein einziger Italiener, bei welchem sie, wie wir später sehen werden, in einer auch kaum viel älteren Handschrift vorkommen, ist eben so schweigsam.» Evidemment il fait allusion à LEONARDO DA VINCI, mais, autant que nous sachions, LIBRI est le seul auteur qui ait cru retrouver dans les manuscrits de LEONARDO DA VINCI les symboles + et — comme signes d'addition et de soustraction, et l'assertion de LIBRI a été réfutée par GOVI. Dans un passage suivant (p. 295—296) M. CANTOR lui-même semble considérer cette assertion comme un peu suspecte, et de notre part, nous sommes du même avis (cf. ENESTRÖM, *Om uppkomsten af tecknen + och — samt de matematiska termerna »plus» och »minus»;* Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. 1894, p. 244).

P. 256—257. D'après M. CANTOR, le traité *De triangulis omnimodis* de REGIOMONTANUS a été achevé à Venezia en 1464. Mais M. BRAUNMÜHL (voir p. 54 du mémoire cité par M. CANTOR à la page 265) a appelé l'attention sur un passage d'une lettre de REGIOMONTANUS, d'où il semble ressortir que les livres 3 et 5 de ce traité ont été composés après 1464.

P. 260. Parmi les écrits perdus de REGIOMONTANUS on pourrait peut-être mentionner aussi le traité *de solidis locum implentibus*, parce qu'il doit avoir contenu une réfutation des

bizarreries d'AVERROËS et de ROGER RACON (cf. DE MARCHI, Biblioth. Mathem. 1885, col. 193).

P. 264. »Die Trigonometrie anders behandeln zu sollen als in Gestalt einer Einleitung zur Astronomie, war noch Niemand [vor REGIOMONTANUS] eingefallen.» Ce passage, reproduit de la première édition, est en désaccord avec un passage à la page 735 de la 2e édition du 1er tome des *Vorlesungen*, où M. CANTOR fait observer très justement que NASIR EDDIN († 1274) »hat... eine ganz vollständige ebene und sphärische Trigonometrie aufgebaut, welche hier zum ersten Male als Theile der reinen Geometrie erscheinen, d. h. nicht mehr bloss als Einleitung zur Astronomie dienen»; on pourrait aussi renvoyer à la p. 112 du cahier dont nous nous occupons ici. Le »grossartiger Fortschritt» dont M. CANTOR parle, se réduit donc à des dimensions plus modestes, et on peut dire avec M. BRAUNMÜHL (*Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie;* Abhandl. d. Deutschen Akad. d. Naturforscher [Halle] **71**, 1897, p. 28) que la valeur du traité *De triangulis omnimodis* consiste »weniger in der Originalität der Schöpfung, als vielmehr in der durchsichtigen Anordnung des Stoffes, in der systematischen Aneinanderreihung der Sätze, sowie in der Gewandtheit in Stellung und Lösung von trigonometrischen Aufgaben».

P. 267. Au sujet du »Sinus-satz», un renvoi au tome I p. 735 aurait été très utile; du reste nous avons déjà fait observer que ce théorème se trouve aussi dans un écrit de LEVI BEN GERSON (mort en 1344).

P. 289. L'écrit de LEVI BEN GERSON cité par M. CANTOR contient aussi un traité de trigonométrie, et un résumé en a été publié en 1898 par M. CURTZE (voir ci-dessus p. 51).

P. 295. Aux 13 manuscrits de LEONARDO DA VINCI cités par M. CANTOR on peut ajouter celui publié en 1891 à Milano par LUCA BELTRAMI e ANGELO DELLA CROCE sous le titre: *Il codice di Leonardo da Vinci nella biblioteca del Principe Trivulzio in Milano.*

P. 308. Parmi les ouvrages inédits de LUCA PACIUOLO, il y a aussi un traité d'arithmétique, d'algèbre et de géométrie, (cod. Vatic. 3129) dont WOEPCKE et BONCOMPAGNI ont publié des extraits dans les tomes **7** (1874) et **12** (1879) du Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. Dans ce traité PACIUOLO s'est occupé aussi de la valeur approchée de $\sqrt{6}$, mais il y procède plus loin qu'il ne l'a fait dans le passage mentionné par M. CANTOR à la page 314.

P. 349. »Das . . . allmälige Verschieben des Divisors nach rechts heist [bei CHUQUET] *anteriorer*». Sans doute ce mot, ou plutôt sa forme latine *anteriorare*, était en usage longtemps avant CHUQUET. Déjà dans *l'Algorismus* de SACROBOSCO on trouve non seulement *anteriorare* mais aussi (voir éd. CURTZE, pag. 19) *anterioratio* avec la même signification.

P. 351—352. Dans son article: *L'extraction des racines carrées d'après Nicolas Chuquet* (Biblioth. Mathem. 1887, p. 17—21), M. P. TANNERY a appelé l'attention sur un fait assez curieux, savoir que le procédé de CHUQUET donne régulièrement la suite complète des fractions convergentes intermédiaires et les réduites du développement en fraction continue du nombre incommensurable à calculer.

P. 379. »JODOCUS CLICHTOVAEUS . . . hat . . . möglicherweise ein . . . Rechenbuch (vielleicht das des SACROBOSCO?) zum Drucke befördert.» RICCARDI a établi (voir Biblioth. Mathem. 1894, p. 73—78) que le traité dont il s'agit a été publié par CLICHTOVE et qu'il est identique à *l'Algorismus* de SACROBOSCO (cf ci-dessus p. 50).

P. 397. »Die Algebra des GRAMMATEUS wendet fortwährend die Zeichen + und — an.» On aurait pu ajouter que ce traité est le premier livre imprimé où les symboles + et — sont employés régulièrement comme des signes d'addition et de soustraction.

P. 399. Au sujet de l'étude des mathématiques à l'université de Leipzig au commencement du 16:e siècle, voir aussi la note de M. SUTER: *Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Disputationen an der Universität Leipzig 1512—1526* (Biblioth. Mathem. 1889, p. 17—22).

P. 429. Sur l'origine de l'expression *regula cecis*, il y a aussi une autre conjecture, non rapportée par M. CANTOR. En effet, le mathématicien danois J. W. LAUREMBERG indique expressément, dans son *Arithmetica* (1643), que *cecis* a été dérivé d'un mot arabe *sekis* ou *sikish* (cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 96). M. M. SUTER et CARRA DE VAUX ont remarqué (voir Biblioth. Mathem. 1896, p. 120 et 1897, p. 32) que ce mot n'est pas arabe mais turc, mais que la lecture *sikish* peut être une lecture fautive au lieu de *sikkir* (buveur). D'autre part M. CURTZE a publié (Abhandl. zur Gesch. der Mathem. 7, 1895, p. 35) un traité rédigé ou copié vers 1460, où un exemple de la *regula cecis* commence: »ponam casus, quod sint 20 persone in una cecha», d'où il conclut que *cecis* doit bien être dérivé du mot allemand »Zeche».

P. 441, 445. En rendant compte de *l'Arithmetica integra* (1544) de Stifel, M. Cantor fait ressortir très justement que, quand il s'agit d'un problème avec plusieurs quantités inconnues, Stifel exprime les seconde, troisième, quatrième, etc. par les lettres A, B, C, etc., et les puissances de A par Aȝ, A&, Aȝȝ, etc., mais, d'autre part, M. Cantor ne fait pas connaître que l'édition du traité *Die Coss* publiée par Stifel en 1553 contient une autre notation, qui mérite sans doute une attention tout à fait particulière. En effet, Stifel y désigne les puissances successives des inconnues secondaires A, B, C, etc. par les lettres respectives répétées deux, trois, etc. fois. Voici ses propres mots (Rudolff, *Die Coss*, éd. 1553, fol. 61[b]):

»Es mag aber die Cossische progresz auch also verzeychnet werden:

o	1	2	3	4
1.	1A.	1AA.	1AAA.	1$AAAA$.

Vnd so fort ahn on ende. Item auch also

o	1	2	3	4
1.	1B.	1BB.	1BBB.	1$BBBB$. etc.

Item auch also

o	1	2	3	4
1.	1C.	1CC.	1CCC.	1$CCCC$. etc.

Vnd so fort an von andern Buchstaben.» Pour faire voir que Stifel ne s'est pas contenté de proposer en passant cette notation, mais qu'il l'a aussi utilisée, nous nous permettrons de reproduire encore quelque lignes (fol. 465[b]) du traité cité: »Es sind zwo zalen, Wenn man sye mit einander multiplicirt, so kommen 96. So man aber yhre quadrata zusammen addiret so kommen 292. Welche sinds?» Stifel ne désigne pas les deux inconnues par* $1x$ et $1A$, mais par $1x + 1A$ et $1x - 1A$; après cela il continue: »Multiplicire sye, facit 1ȝ — $1AA$. gleych 96. Die quadrata sind

$$1ȝ + 2xA + 1AA. \qquad 1ȝ - 2xA + 1AA.$$

Ist yhr aggregat. 2ȝ + $2AA$. gleych 292.» Il a donc déduit deux équations à deux inconnues, et il les résout ensuite sans difficulté.

* Par des raisons typographiques, il nous a été nécessaire de nous servir ici de la lettre grecque x; le signe de Stifel est d'une forme un peu différente.

Il s'ensuit que STIFEL s'est émancipé au moins en partie de la notation impropre dont les premiers algébristes allemands se servirent pour les puissances des quantités inconnues, et qu'il doit être considéré, à ce point de vue, comme le devancier de HARRIOT. Son défaut était qu'il n'allait pas jusqu'au bout, c'est à dire qu'il n'introduisit pas la même notation pour toutes les quantités inconnues.

P. 454. »Mehr als Vermuthung ist es, wenn ein anderer Schriftsteller [BRAUNMÜHL] behauptet, in diesen Büchern [WERNERS] über die Dreiecke sei die Erfindung der Prosthaphæresis enthalten gewesen.» Nous aurions voulu proposer à M. CANTOR de substituer ici »eine prosthaphæretische Formel» au lieu de »die Erfindung der Prosthaphæresis»; de fait, M. BRAUNMÜHL a établi aussi, dans la note citée par M. CANTOR, que la méthode dont il s'agit a été utilisée déjà par les Arabes au moins dans un cas particulier.

P. 471. Le théorème de COPERNICUS: »lorsqu'un cercle roule à l'intérieur d'un cercle fixe de rayon double, un point de la circonférence du cercle mobile décrit un diamètre du cercle fixe», a été retrouvé plus tard par M. CURTZE (Biblioth. Mathem. 1895, p. 33—34) dans le traité de NASSIR EDDIN »Memento d'astronomie», dont M. CARRA DE VAUX a traduit un chapitre en appendice aux *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne* (Paris 1893) de M. P. TANNERY.

P. 472. Aux écrits sur RHETICUS signalés par M. CANTOR, on pourrait ajouter celui de M. CURTZE: *Zur Biographie des Rheticus* (Altpreussische Monatsschr. **31**, 1894, p. 491—496), dont le contenu sera sans doute utilisé dans la nouvelle édition du cahier II : 2 des *Vorlesungen*.

Dans le précédent, nous n'avons pas reproduit quelques-unes des notes que nous avons prises en étudiant le cahier dont il s'agit, parce que ces notes se rapportent à des auteurs que la plupart des lecteurs jugeraient peut-être trop peu importants; ainsi p. ex. nous avons noté, à la page 253, un renvoi à l'édition de M. L. BIRKENMAJER (Warszawa 1895) du *Geometriæ practicæ seu artis mensurationis tractatus* de MARTIN KRAL DE PREMISLIA ou MARTIN DE ZORAWICA, et, au chapitre 58, le nom du mathématicien (probablement italien) SIMON MOTOT, qui a composé vers 1473 en hébreu un livre de l'algèbre et un traité sur le problème des asymptotes, traduits et annotés par G. SACERDOTE (Versailles 1894).

D'un autre côté, nous avons passé sous silence quelques passages où M. CANTOR, après avoir rendu compte d'un ré-

sultat énoncé par un certain auteur sans analyse ni démonstration, donne pour insuffisants (ou bien omet de mentionner) les essais de restitution de cette analyse proposés par d'autres historiens. On sait que M. CANTOR a toujours soutenu que l'histoire des mathématiques est une exposition de faits constatés et non pas de conjectures, quelque ingénieuses qu'elles soient en elles-mêmes, et, en thèse générale, il a sans doute raison. Mais nous prenons la liberté de lui demander s'il ne serait pas possible de modifier un peu, dans la 3[e] édition des *Vorlesungen*, la sentence rendue à la page 47 sur les essais de restitution de la méthode utilisée par LEONARDO PISANO pour la résolution approximative d'une équation numérique du 3[e] degré: »Versuche, welche gemacht wurden, über diese schwierige Frage Licht zu verbreiten, muss man leider als *ganz erfolglos* bezeichnen». En effet, M. ZEUTHEN a fait remarquer (Bulletin de l'acad. d. sc. de Danemark 1893, p. 9) que la conjecture de HANKEL n'est pas tout à fait insoutenable, si l'on suppose que LEONARDO ait déterminé préalablement la valeur approchée $x = 1$ par tâtonnement, et pour ce qui concerne la restitution proposée par M. GRAM, il semble très probable (cf. ZEUTHEN, l. c. p. 17) qu'elle concorde essentiellement avec la méthode dont LEONARDO s'est servi en réalité.

Parmi les fautes d'impression ou de plume, il convient de signaler les suivantes: p. 254, ligne 5 en remontant, lire 1654 au lieu de 1555; p. 345, ligne 3 en remontant, lire SCHWENTER au lieu de »Schmenter»; p. 374, ligne 4, au lieu de »zehn» (qui est reproduit de la première édition) substituer un nombre un peu plus grand (le *Triparty en la science des nombres* de NICOLAS CHUQUET a été publié en 1880).

Les observations que nous avons faites ci-dessus, sont assez nombreuses, mais d'autre part elles se rapportent presque toutes à des détails peu importants, et nous en aurions peut-être omis plusieurs, si nous n'avions pas voulu mettre en évidence la grande activité qui a lieu actuellement dans le domaine de l'histoire des mathématiques. En effet, la plupart des recherches historiques auxquelles nous avons renvoyé, ont été faites après l'année 1892, et naturellement il y a un nombre considérable de telles recherches que nous n'avons eu aucune raison de citer ici, vu que M. CANTOR les a utilisées pour la seconde édition du cahier II: 1 des *Vorlesungen*.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1899: 1.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. LORIA. Genova. 8°.
1899: 2.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
44 (1899): 2—3.

°**Berry, A.,** Short history of astronomy. London, Murray 1899.
8°, 31 + 440 p. — [8½ sh.]

Bonola, R., Bibliografia sui fondamenti della geometria in relazione alla geometria non-euclidea.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 33—40.

Brill, A. und **Sohncke, L.,** Christian Wiener.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **6** (1897), 1898, 46—69.

Byskow, J., Underholdende Mathematik.
Nyt Tidsskr. for Mathem. **9**, 1898, A: 65—84. — Notice historique sur les livres de récréations mathématiques.

°**Cajori, F.,** A history of physics in its elementary branches, including the evolution of physical laboratories. New York, Macmillan 1899.
8°, VIII + 322 p. — [1·60 doll.] — [Analyse:] Nature **59**, 1899, 601—602. (A. SCHUSTER.)

Candido, Nota storica sulla retta di Wallace.
Supplem. al Periodico di matem. 1899, 85—86.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Erster Halbband. Von 1200—1550. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1899.
8°, 480 p.

Cavani, F., Della vita e delle opere del prof. Pietro Riccardi.
Bologna, Scuola di applic. per gli ingegneri, Atti 1898—99. 66 p. — Avec une liste de 132 écrits publiés par RICCARDI.

°**Collingwood, S. D.,** The life and letters of Lewis Carroll (C. L. Dodgson). London 1898.
8°. — [7½ sh.]

Darboux, G., Sophus Lie.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 5_2, 1899, 367—370. — Trad. du français par E. O. LOVETT (cf. Biblioth. Mathem. 1899, p. 29).

Eneström, G., Sur la découverte de l'équation générale des lignes géodésiques.
Biblioth. Mathem. 1899, 19—24.

Galdeano, Z. G. de, La moderna organizacion de la matemática. I. Caracter de la matemática en el siglo XIX.
El progreso matem. 1_2, 1899, 17—24.

°Görland, A., Aristoteles und die Arithmetik. Marburg 1898.
8°, 61 p. — [1·80 Mk.]

°Görland, A., Aristoteles und die Mathematik. Marburg 1899.
8°, 208 p. — [4·50 Mk.]

Günther, S., Renaldini's Construction [eines regelmässigen *n*-Ecks].
Zeitschr. für mathem. Unterr. 28, 1897, 239—240.

°Häntzschel, E., Über die verschiedenen Grundlegungen in der Trigonometrie. Eine historisch-kritische Studie. Leipzig, Dürr 1897.
8°, 8 p.

Hauck, G., Felix Buka.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 6 (1897), 1898, 23—24.

Klein, F., Ernst Schering.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. 6 (1897), 1898, 25—27.

Klein, F., Über den Stand der Herausgabe von Gauss' Werken.
Göttingen, Gesellsch. d. Wissensch., Nachr. (Geschäftl. Mittheil.) 1898, 13—18. — [Reproduit:] Mathem. Ann. 51, 1898, 128—133. — [Traduit en français par L. Laugel:] Bullet. d. sc. mathém. 22_2, 1898, 204—210.

Klein, F., Gutachten betreffend den dritten Band der Theorie der Transformationsgruppen von S. Lie.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjestia 8_2, 1898, 1—27. — [Reproduit:] Mathem. Ann. 50, 1898, 583—600. — Contient aussi un aperçu sur l'état actuel du problème de l'espace.

Loria, G., Un trattato sulle curve piane algebriche, pubblicato senza nome d'autore.
Biblioth. Mathem. 1899, 10—12. — Sur le *Traité des courbes algébriques* par Dionis du Séjour et Goudin (1756).

Lovett, E. O., The theory of permutations and Lie's theory of contact transformations.
Quart. journ. of mathem. 29, 1898, 47—96.

Lovett, E. O., Note on Napier's rule of circular parts.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 4_2, 1898, 552—554.

Macaulay, W. H., Newton's theory of kinetics.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 3_2; 1897, 363—371.

°Nau, F., Le traité sur l'astrolab-plan de Sévère Sabokt, écrit au VIIe siècle d'après des sources grecques et publié pour la première fois d'après un ms. de Berlin.
Journ. asiatique 1898.

°**Nonnis-Marzanno, F.,** Le matematiche elementari esposte secondo il metodo storico. Trattato d'aritmetica ragionata esteso fino ai logaritmi e loro applicazioni, con più di 500 problemi. Seconda edizione riveduta. Firenze 1898.
8°, 7 + 660 p. — [6½ fr.]

Pincherle, S., Pour la bibliographie de la théorie des opérations distributives.
Biblioth. Mathem. 1898, 13—16.

Pochhammer, L., G. D. E. Weyer.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **6** (1897), 1898, 44—45.

°**Reye, Th.,** Die synthetische Geometrie im Alterthum und in der Neuzeit. Zweite Auflage. Strassburg 1899.
8°, 18 p. — [0·40 Mk.]

Richter, M., Über Renaldini's Construction eines regelmässigen n-Ecks.
Zeitschr. für mathem. Unterr. **28**, 1897, 252—255.

Segre, C., Sophus Lie.
Torino, Accad. d. sc., Atti **34**, 1899, 26 febraio. — [Reproduit:] Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 68—75 (avec une liste des écrits de S. Lie rédigée par G. Loria).

Sintzoff, D., Zamjetka o Bernoullievouich tchislach.
Kazan, Fiz.-matem. obchtch., Isvjeslia **8**$_2$, 1898, 104—106. — Note historique sur quelques formules pour les nombres de Bernoulli récemment trouvées par M. Masing.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1899, 1—9.

Suter, H., Die Kreisquadratur des Ibn el-Haitam. Zum ersten Mal nach den Manuskripten der königl. Bibliothek in Berlin und des Vatikans herausgegeben und übersetzt.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 33—47.

Vacca, G., Sui precursori della logica matematica.
Revue de mathém. **6**, 1899, 121—125. — Sur J. Pell (1668) et L. N. M. Carnot (1801).

Wertheim, G., Über den Ursprung der Bezeichnung der Unbekannten durch den Buchstaben x.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 48.

Question 73 [sur l'année de la mort de Sacrobosco].
Biblioth. Mathem. 1899, 32. (G. Eneström.)

Ball, W. W. R., Récréations et problèmes mathématiques des temps passés et présents. Ouvrage traduit sur la troisième édition anglaise par J. Fitz-Patrick. Paris 1897.
Mathesis **8**$_2$, 1898, 91. (P. M.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 21—22. (G. L.) — Journ. de mathém. élém. **22**, 1898, 93. — Monatsh. für Mathem. **9**, 1898; Lit.-Ber. 20. — Bullet. d. sc. mathém. **22**$_2$, 1898, 120—122. (C. Bourlet.) — Revue génér. d. sciences **9**, 1898, 381.

BESTHORN, R. O. et HEIBERG, J. L., Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I : 2. Hauniæ, Gyldendal 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 60—62. (H. SUTER.)

CANTOR, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Dritter Band. Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. Dritte Abtheilung. Die Zeit von 1727 bis 1758. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 55—57. (G. L.) — *Edinburgh*, Mathem. soc., Proceedings **17**, 1899. 24 p. (G. A. GIBSON.)

CURTZE, M., Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco commentarius. Una cum Algorismo ipso edidit et præfatus est. Sumtibus Societatis regiæ scientiarum danicæ. Hauniæ, Höst 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 8—9. (CANTOR.)

GEMINI Elementa astronomiæ. Ad codicum fidem recensuit, germanica interpretatione et commentariis instruxit C. MANITIUS. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 780—782. (H. MENGE.)

GRAF, J. H., Der Mathematiker Jakob Steiner von Utzenstorf. Ein Lebensbild und zugleich eine Würdigung seiner Leistungen. Bern, Wyss 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 211. (CANTOR.) — Arch. der Mathem. $\mathbf{16}_2$, 1898; Lit.-Ber. 14.

GÜNTHER, P., Les recherches de Gauss dans la théorie des fonctions elliptiques. Traduit par L. LAUGEL. (Journal de mathém. $\mathbf{3}_5$, 1897.)
Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 144. (G. T.)

HEATH, TH. L., Apollonius of Perga. Treatise on conic sections. Edited in modern notation, with introductions, including an essay on the earlier history of the subject. Cambridge 1896. 8°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 13—14. (G. L.)

HEATH, T. L., The works of Archimedes edited in modern notation with introductory chapters. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 7—8. (CANTOR.) — Bolleit. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 13—14. (G. L.) — Nature **57**, 1898, 409—410. (R. E. B.) — Monatsh. für Mathem. **9**, 1898; Lit.-Ber. 6. — Arch. der Mathem. $\mathbf{16}_2$, 1898; Lit.-Ber. 13.

LANGE, J., Jacob Steiners Lebensjahre in Berlin 1821—1863. Nach seinen Personalakten dargestellt. Berlin, Gärtner 1899. 8°.
Mathesis $\mathbf{9}_2$, 1899, 114—115. (P. M.)

LEIBNIZ, G. W., Briefwechsel mit Mathematikern. Herausgegeben von C. J. GERHARDT. Erster Band. Berlin, Mayer & Müller 1899. 8°.
Biblioth. Mathem. 1899, 25—28. (G. ENESTRÖM.)

LORIA, G., Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Seconda edizione accresciuta ed interamente rifatta. Torino, Clausen 1896. 8°.
Bolleti. di bibliogr. d. sc. matem. 1898, 145—147. (B. LEVI.)

LORIA, G., Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva. Roma 1897. 8°.
Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 153. (G. T.)

PTOLEMÆUS, C., Opera quæ exstant omnia. Edidit J. L. HEIBERG. Volumen I: Syntaxis mathematica. Pars I, libros I—VI continens. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 577—579. (C. MANITIUS.) — Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 62—63. (CANTOR.)

RUSSELL, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 19—20. (FRICKE.) — Monatsh. für Mathem. **8**, 1897; Lit.-Ber. 33. — Nyt Tidsskr. for Mathem. **9**, 1898, 20—22. — Arch. der Mathem. $\mathbf{16}_2$, 1898; Lit.-Ber. 20. — Revue génér. d. sciences **9**, 1898, 35. — Revue de métaphys. **6**, 1898, 354—380.

SCHLEGEL, V., Die Grassmann'sche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren. Leipzig, Teubner 1896. 8°.
The monist **7**, 1897, 148.

VAILATI, G., Sull' importanza delle ricerche relative alla storia delle scienze. Prolusione a un corso sulla storia della meccanica (letta il giorno 4 dicembre 1896 nell' università di Torino). Torino 1897. 8°.
Jorn. de sc. mathem. **13**, 1898, 145. (G. T.)

VASSILIEFF, A., Pafnutii Lvovitch Tchébycheff, et son oeuvre scientifique. Milano 1898. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 62. (CANTOR.)

ZEUTHEN, H. G., Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Kjöbenhavn, Höst 1896. 8°.
Mathesis $\mathbf{8}_2$, 1898, 195—196. (P. M.)

Mathematisches Abhandlungsregister. 1898. Erste Hälfte: 1. Januari bis 30. Juni.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 92—100.

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1899, 28—32. — Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 88—91.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

74. Dans ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* T. III p. 275—276, M. Cantor a fait observer que le brouillon de la lettre adressée par Leibniz à Oldenburg le 21 juin 1677 commence: »Accepi hodie literas tuas», tandis que le mot »hodie» manque dans la reproduction de la lettre qui a été insérée au *Commercium epistolicum* (cf. Biblioth. Mathem. 1899, p. 26). Comme M. Cantor a attaché une certaine importance à ce fait, je me suis proposé de rechercher si la reproduction citée est exacte ou non; et ayant appris par M. Ball que les archives de la »Royal Society» à London gardent deux copies de la lettre (la lettre même semble perdue, et en tout cas elle n'est pas conservée dans les collections de la »Royal Society»), je me suis adressé au secrétaire de la société pour avoir des renseignements sur les premiers mots des copies qui viennent d'être mentionnées. Il ressort de ces renseignements que la première copie se trouve dans un »Letter-Book» portant le titre: »Leibniz to Collins, containing remarks on Mr. Newton's method of tangents», et la seconde copie dans le manuscrit LXXXI, qui contient »Letters and papers referred to in the *Commercium epistolicum*. Edit. 1722». Toutes les deux copies commencent actuellement: »Accepi literas tuas», mais dans la seconde le mot »hodie» a été écrit originairement, et puis il a été rayé.

Il s'ensuit que mes recherches n'ont amené à aucun résultat définitif; et pour cette raison je me permets de poser la question:

Peut-on expliquer pourquoi le mot »hodie» a été rayé dans la seconde copie, et, en cas affirmatif, quelle conclusion peut-on en tirer relativement au texte de la lettre même?

(G. Eneström.)

---

75. Autant que nous sachions, on s'est occupé peu du premier usage des fractions décimales périodiques. Dans les *Vorlesungen* de M. Cantor nous n'avons rien trouvé à ce sujet, et dans son *History of elementary mathematics* (New York 1896), M. Cajori mentionne seulement (p. 200) que »the subject of circulating decimals was first elaborated by John Wallis (*Algebra*, Ch. 89)». Mais dans sa petite note *Division sexagésimale à quotient périodique,* insérée ci-avant p. 33—34, M. Carra de Vaux a fait savoir que des fractions sexagésimales

périodiques se trouvent déjà dans un écrit de l'auteur arabe SIBT EL-MÂRIDINI, qui vécut au 15[e] siècle. Il semble donc possible que les fractions décimales périodiques ont été étudiées avant la fin du 17[e] siècle.

Quels sont les premiers auteurs qui se sont occupés des fractions décimales périodiques? (G. Eneström.)

---

76. Dans notre petite note *Sur quelques propositions de planimétrie énoncées dans un manuscrit norvégien du 14[e] siècle* (Biblioth. Mathem. 1898, p. 19—22), nous avons rapporté un passage indiquant que le diamètre de la terre est $114^{0}\frac{1}{2}\frac{1}{12}$ et le diamètre du soleil $225^{0}\frac{2}{12}$, d'où il suit que celui-ci est à peu près le double de celui-là. Évidemment la source de cette indication est en dernier lieu l'évaluation singulièrement erronée dont MACROBIUS parle dans son commentaire sur le *Somnium Scipionis* (cf. TANNERY, *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne,* Paris 1893, p. 335; HULTSCH, *Poseidonios über die Grösse und Entfernung der Sonne;* Abhandl. der Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen (Philol.-hist. Kl.) 1_{2}: 5, 1897, p. 40—46). D'autre part, le rapport des deux diamètres indiqué dans le manuscrit norvégien n'est pas précisément celui donné par MACROBIUS, et pour cette raison il semble possible — supposé naturellement que 225 ne soit pas une faute de plume pour 229 — de découvrir la source immédiate du copiste norvégien.

Y a-t-il quelques traités antérieurs au 14[e] siècle, où l'on a donné aux diamètres du soleil et de la terre les valeurs respectives $225^{0}\frac{2}{12}$ et $114^{0}\frac{1}{2}\frac{1}{12}$? (G. Eneström.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 20 juin 1899.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1899.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899. STOCKHOLM. Nº 3.

NEUE FOLGE. 13. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 13.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Berkeley's Analyst and its critics: an episode in the development of the doctrine of limits.

By GEORGE A. GIBSON in Glasgow.

The account given by Professor CANTOR *(Gesch. d. Math.* III, 713 et seq.) of the writings called forth by the publication of BERKELEY's *Analyst* is unfortunately somewhat meagre, owing doubtless to the fact that these are for the most part only to be found in works that are now very rare. In a notice of the concluding Part of Mr. CANTOR's *Geschichte,* contributed to the Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, vol. XVII, I have endeavoured to supplement his account and I would refer to that article for a fuller statement on various points than I can here make.

The *Analyst* controversy is of very great interest, as BERKELEY's criticism forced mathematicians to a careful examination of the logical basis of the new calculus; and while abundant evidence was forthcoming that even in England the characteristic features of NEWTON's doctrine were frequently misunderstood, yet at a very early stage of the controversy they found a most brilliant and successful advocate in the person of BENJAMIN ROBINS. Though the merits of ROBINS in this connection have been strangely neglected, he undoubtedly deserves the credit of having first presented NEWTON's work in thoroughly systematic and consistent form, and in various ways he anticipated the presentation given by MACLAURIN in his *Treatise of Fluxions.*

In this summary I limit myself to the more important articles, and I do not pay strict regard to the order of their publication as it would take up too much space to follow all the windings of the controversy.

I refer to Mr. CANTOR for a statement of the origin of BERKELEY's tracts *The Analyst* and *A Defence of Freethinking in Mathematics*, published in 1734 and 1735 respectively. In both of these BERKELEY criticises the doctrine of fluxions and also the calculus of LEIBNITZ on two main grounds.

In the first place, as objects of mental apprehension, fluxions, nascent and evanescent augments, moments, as well as the infinitesimals of the continental mathematicians are represented as obscure and not capable of being clearly conceived. NEWTON's descriptions of moments are asserted to be inconsistent; the very conception of moments as increments in *statu nascenti*, in their very first origin before they become finite particles, is held to be impossible; while a fluxion, considered as a prime or ultimate ratio, is unintelligible since, according to BERKELEY, prime and ultimate ratios are ratios of quantities that have no magnitude. If a first fluxion can not be clearly conceived, still less can fluxions of higher orders be.

In the second place, the leading demonstrations in the doctrine are faulty. Either, contrary to NEWTON's principle of not neglecting even the smallest errors, they reject quantities, as in finding the fluxion of a rectangle; or they lead to a correct conclusion by compensation of errors, as in finding the subtangent; or they violate an axiomatic canon of sound reasoning, as in drawing conclusions from the existence of an increment and still retaining the conclusions when the increment is made to vanish — the process adopted in finding the fluxion of x^n by the Binomial Theorem.

The first reply to BERKELEY was a tract *Geometry, no Friend to Infidelity*, by *Philalethes Cantabrigiensis* (London 1734). Mr. CANTOR is in error in attributing it to MIDDLETON and SMITH; the author was JAMES JURIN M. D. (1684—1750). JURIN was a prolific writer and a keen controversialist; before the controversy was ended he was involved both with ROBINS and PEMBERTON, the greater part of the discussion being carried on in two London journals, *The Present State of the Republic of Letters* and *The History of the Works of the Learned.*

BERKELEY's *Defence* was an answer to this tract; to the *Defence* Philalethes rejoined in his second tract, *The Minute Mathematician: or the Freethinker no Just Thinker* (London 1735).

In neither of these polemics does JURIN do much to meet the objections to the obscurity of the ideas of the Newtonian doctrine. While admitting that the doctrine will seem obscure to an unqualified reader he asserts that it presents no real difficulty to a competent geometer. He tries to show the clearness of its conceptions by such statements as the following;— »A nascent increment is an increment just beginning to exist from nothing, or just beginning to be generated, but not yet arrived at any assignable magnitude how small soever» (*Min. Math.* p. 19). »The magnitude of a moment is nothing fixed nor determinate, is a quantity perpetually fleeting and altering till it vanishes into nothing; in short, it is utterly unassignable.» (*Min. Math.* p. 56).

In discussing the demonstrations he is little better. Thus he says (*Geom.* p. 53) the moment $aB + bA$ and the increment $aB + bA + ab$ »are perfectly and exactly equal, supposing a and b to be diminished *ad infinitum* and this by the lemma just now quoted» (*Principia,* Liber I, Sectio 1, Lemma 1). The criticism of BERKELEY's strictures on the method of finding the fluxion of x^n is very feeble since he has no proper conception of prime and ultimate ratios. It is not easy to make out precisely what Philalethes understands by a *ratio ultima;* as he interprets the Lemma just referred to, it is necessary for a variable quantity to reach its limit and the *ratio ultima* of evanescent increments seems to be the last value of the ratio, »their ratio at the instant that they vanish» (*Min. Math.* p. 31). He certainly has no clear answer to BERKELEY's contention that prime and ultimate ratios are ratios of quantities that have no magnitude.

In the numerous articles which JURIN wrote in disputing with ROBINS and PEMBERTON he never really advanced beyond the positions just stated in outline. Without knowing it, his method of conception was that of the writers on indivisibles and if his representation of NEWTON's doctrine is to be accepted as sound then BERKELEY's objections would be well founded. It is a far from creditable circumstance that JURIN's reply to BERKELEY should have found so much approval as it did in mathematical circles.

A thoroughly satisfactory statement of the doctrine of fluxions is to be found in the too little known works of BENJAMIN ROBINS (1707—1751), the author of the treatise *New Principles of Gunnery.* His chief writings on fluxions are the tract *A Discourse concerning the Nature and Certainty of Sir Isaac*

Newton's Methods of Fluxions and of Prime and Ultimate Ratios (London 1735) and three articles in the *Republic of Letters, Account of the Discourse* (Oct. 1735); *Review of Objections* (Dec. 1735); and *Dissertation on the Discourse* (April 1736). These are all to be found in the *Mathematical Tracts of* B. ROBINS (2 vols, London 1761).

ROBINS distinguishes between the method of fluxions and that of prime and ultimate ratios. To avoid the imperfections of the method of indivisibles NEWTON, he says, considered magnitudes as generated by a continued motion and discovered a method of comparing together the velocities wherewith homogeneous magnitudes increase; on the other hand, to facilitate the demonstrations he invented the method of prime and ultimate ratios which is much more concise than the method used in these cases by the ancients yet equally distinct and conclusive. *(Discourse* §§ 2, 3.)

If the proportion between the celerity of increase of two magnitudes produced together is in all parts known, it is evident that the relation between the magnitudes themselves must from thence be discoverable. The method of fluxions requires the knowledge of the velocities of increase only; the other method of prime and ultimate ratios proceeds entirely upon the consideration of the increments produced. *(Account* § 4.)

By the method of exhaustions it is shown that »the proportion of nx^{n-1} to a^{n-1} is the true proportion of the velocity wherewith x^n/a^{n-1} augments to the velocity wherewith x is at the same time augmented» and other fluxions are proved in the same way. The truth of the rules for fluxions is thus established apart altogether from the consideration of moments or prime and ultimate ratios. With explanations of the meaning and illustrations of the use of the higher orders of fluxions the first section of the *Discourse* is concluded, and then the method of prime and ultimate ratios is taken up.

»In this method any fixed quantity which some varying quantity by a continual augmentation or diminution shall perpetually approach but never pass is considered as the quantity to which the varying quantity will at last or ultimately become equal; provided the varying quantity can be made in its approach to the other to differ from it by less than by any quantity how minute so ever that can be assigned.» »Ratios also may so vary as to be confined after the same manner to some determined limit, and such limit of any ratio is here considered as that with which the varying ratio will ultimately

coincide. From any ratio's having such a limit it does not follow that the variable quantities exhibiting that ratio have any final magnitude or even limit which they cannot pass.» *(Discourse* §§ 95—99.)

As ROBINS fully points out *(Diss.* § 10 &c.), this mode of considering a prime or ultimate ratio removes BERKELEY's objections and indeed BERKELEY attempted no reply to ROBINS.

The interpretation of the Lemma (*Principia* Lib. I. Sect. 1. Lem. 1) of which the passage just quoted is a paraphrase recurs again and again in the dispute with JURIN, and ROBINS is particularly emphatic in confuting the notion that a varying magnitude must necessarily attain its limit or that the terms of a ratio must be capable of being converted into a condition in which they will be the terms of the ratio which is called their ultimate. Even when absolute coincidence can occur that circumstance is quite irrelevant to the application of the Lemma.

One of the most interesting passages in the *Discourse* is that in which ROBINS explains the term »momentum». His explanation is that »in determining the ultimate ratios between the contemporaneous differences of quantities, it is often previously required to consider each of these differences apart, in order to discover how much of those differences is necessary for expressing that ultimate ratio. In this case Sir I. N. distinguishes by the name of momentum so much of any difference as constitutes the term used in expressing this ultimate ratio.» Thus if h be the increment of x, the momentum of x^n is $nx^{n-1}h$. »The only use which ought ever to be made of these momenta is to compare them with one another and for no other purpose than to determine the ultimate or prime proportion between the several increments or decrements from whence they are deduced.» *(Discourse* §§ 154—158.) The same explanation is to be applied to nascent and evanescent augments. *(Diss.* § 10.)

In the *Account* ROBINS confesses that in dealing with momenta he had great difficulty, since NEWTON's description is capable of an interpretation too much resembling the language of indivisibles. Here and elsewhere (e. g. *Diss.* § 76) ROBINS contends that NEWTON at first proved the rules of his method of fluxions by that of indivisibles and that even after he had fallen on the method of prime and ultimate ratios he frequently made use of expressions peculiar to the method of indivisibles, »thinking it sufficient once for all to inform those who did not approve of indivisibles how to correct such expressions

and render them conformable to his method of prime and ultimate ratios.» »I make no scruple of interpreting these expressions suitably to my representation of this doctrine; for otherwise I acknowledge myself totally incapable of reconciling this method of prime and ultimate ratios with the character the author himself has given of it.» *(Diss.* § 102.)

One more passage may be quoted; »The ultimate ratio of vanishing quantities, the ratio with which quantities vanish, are in strict propriety of speech figurative expressions: nay, the last form of a figure, and the form wherewith a figure vanishes, might be interpreted upon the foot of indivisibles. But here these phrases only signify the limits to which the ratios of the vanishing quantities and the forms of the changing figures approach within any degree of nearness without being ever able to arrive at them.» *(Diss.* § 101.) Surely Robins had a clear notion of a limit and has given an excellent definition of what is now called a differential in his explanation of momentum.

In 1735 appeared a tract *A Vindication of Sir Isaac Newton's Principles of Fluxions by* J. Walton (printed at Dublin, reprinted at London). This exposition is extremely feeble and is answered by Berkeley in an *Appendix* to the *Defence.* Even more feeble, if that be possible, is Walton's *Catechism of the Author of the Minute Philosopher fully answered* (1735) to which Berkeley replied in his third tract in the *Analyst* controversy, *Reasons for not replying to Mr. Walton's Full Answer* (1735). A third contribution of Walton's, which I have not seen, is the *Answer to the Reasons for not replying to Mr. Walton's Full Answer,* contained in an appendix to the second edition of his *Catechism.*

In the Works of the Learned for 1737 will be found the discussion between Jurin and Pemberton.

Several treatises on fluxions published about this time contain criticisms of Berkeley. Maclaurin's *Treatise of Fluxions* (Edinburgh 1742) is too well known to be more than mentioned.

M. de Buffon in the preface to his French translation of Newton's *Fluxions and Infinite Series* (Paris 1740) gives an account of the Priority Controversy from the Newtonian standpoint and also refers to the discussions occasioned by the *Analyst.* It is very little to his credit that he warmly espouses the views of Jurin and heaps insult on Robins.

Beitrag zur Geschichte der konstruktiven Auflösung sphärischer Dreiecke durch stereographische Projektion.

Von STANISLAUS HALLER in München.

Gelegentlich der Verzeichnung des Sternenhimmels und der Anfertigung von Karten der bewohnten Erde scheinen die Griechen schon frühzeitig auf das Problem der Abbildung einer Kugel auf eine Ebene gestossen zu sein. Eine streng wissenschaftliche Lösung dieses Problems besass wohl schon HIPPARCH[1] im zweiten Jahrhundert v. Chr., welchem wir bekanntlich auch die Einführung von sphärischer Länge und Breite zu verdanken haben, indem er vorzüglich zwei Projektionsarten gelehrt zu haben scheint: das *Analemma*[2], d. i. die Orthogonalprojektion der Punkte einer Kugel auf eine Durchmesserebene, und das *Planisphärium*, d. i. die Zentralprojektion der Punkte einer Kugel vom Nordpol aus auf die Äquatorebene, mit anderen Worten die stereographische Projektion.[3] Freilich sind die Originalarbeiten des HIPPARCH über diesen Gegenstand, wie fast alle seine übrigen Werke, verloren gegangen, so dass wir bei der Würdigung ihres Inhaltes ganz auf die Schriften des PTOLEMÄUS[4] angewiesen sind, der etwa 300 Jahre später das Erbe seines grossen Vorgängers angetreten hatte, wobei wir aber darauf verzichten müssen, zu entscheiden, wie viel von jedem der beiden berühmten Männer selbständig geleistet worden ist. Jedenfalls waren PTOLEMÄUS, wenn auch nur für gewisse spezielle Fälle, die wichtigsten Sätze über die stereographische Projektion bekannt, welche eine vorteilhafte Verwendung des Planisphäriums zur Herstellung von Himmelskarten begründen liessen, so insbesondere die Sätze, dass bei ihr Kugelkreise wieder in Kreise übergehen, und dass die Winkel erhalten bleiben, d.h. dass die stereographische Projektion eine conforme Abbildung der Kugel auf eine Ebene liefert. Von PTOLEMÄUS überkamen die Araber die Kenntnisse von unserer Projektion, und fand das Planisphärium bei diesen jedenfalls eine ausgiebige Verwendung[5] und wohl auch Verbesserung. Die Moslem sind auch hier, wie in der Geschichte der Trigonometrie, als die Überträger mathematischer Wissenschaft an das christliche Mittelalter zu betrachten. Im 13. Jahrhundert hat

sich besonders JORDANUS eingehend mit dem Planisphärium des PTOLEMÄUS beschäftigt und ein Werk[6] darüber geschrieben, das wegen der Gründlichkeit in den Beweisen noch lange nach seinem Tode unter den Gelehrten in hohem Ansehen stand und im 16. Jahrhundert noch drei neue Auflagen erlebte. Damals nämlich wandte sich eine ganze Reihe von Männern dem Studium des Planisphäriums zu, für das jetzt auch der Name Astrolabium verwendet wurde. Teils gaben sie Übersetzungen heraus, wie COMMANDINUS, teils schrieben sie Kommentare, wie MAUROLYCUS[7], der JORDANUS folgend, an Stelle des Äquators die dem Pole diametral gegenüberstehende Tangentialebene als Bildebene annahm.

Wir verweisen bezüglich der in jener Zeit erschienenen Litteratur auf R. WOLF: *Handbuch der Astronomie* etc. Bd. 2, 73—74.

Aus der langen Reihe von Werken bieten für uns besonders zwei, die an Selbständigkeit alle anderen übertreffen, hervorragendes Interesse. Das eine stammt von CLAVIUS und führt den Titel: *Astrolabium* (Romae 1593), während das andere: *Universae Astronomiae, brevis, dilucida et facilis institutio* (Franekerae 1605), von ADRIANUS METIUS herrührt.

CLAVIUS behandelt in seinem drei Bücher umfassenden Werke die gesamte Theorie der stereographischen Projektion und ihre vielfachen Anwendungen sehr ausführlich und klar, von welch letzteren wir, als die für uns wichtigste, *die Konstruktion sphärischer Dreiecke in einer Ebene vermittelst Zirkel und Lineal* hervorheben müssen. Indem wir gerade diesen Gegenstand zum Thema unserer Arbeit gewählt haben[8], können wir das *Astrolabium* des CLAVIUS nur insoweit verfolgen, als es zum Verständnis der Frage unbedingt notwendig ist, müssen also astronomische Anwendungen, die er in Menge bringt, ausser Acht lassen. Wie heben ausdrücklich hervor, dass sphärische Dreiecke vor CLAVIUS ausschliesslich durch Rechnung und mittelst des Analemmas gelöst wurden, und dass der Gedanke der konstruktiven Auflösung solcher Figuren mittelst stereographischer Projektion einzig und allein ihm zuzuweisen ist. Sein hiebei befolgtes Verfahren ist um so höher zu schätzen, als es auch heute noch wegen seiner Allgemeinheit die Konkurrenz unserer Methoden zur Konstruktion der Kugeldreiecke (»Dreikante«) nicht zu scheuen braucht. Im Gegensatz zu diesen behandelt CLAVIUS diese Figuren als solche und konstruiert sie auf der Kugel, dh. in der Abbildung derselben auf eine Ebene.

Im II. Buche seines Werkes gibt er in der Einleitung einige geschichtliche Notizen zur Lehre von der Abbildung der

Kugel und sagt dabei unter anderm: »Sphaera igitur coelestis multis modis in planum projici potest, pro arbitrio ac voluntate ejus, qui eam in plano describere conatur.» Dann wählt er dem PTOLEMÄUS folgend die stereographische Projektion und nimmt den Nordpol als Zentrum und den Äquator als Bildebene derselben.

Die fundamentale Eigenschaft, dass bei ihr Kreise der Kugel wieder in Kreise übergehen, findet sich des langen und breiten für alle möglichen Fälle bewiesen. Aus der grossen Anzahl von Sätzen sei als besonders wichtig nur der eine erwähnt, dass die Bilder aller Grosskreise auf der Kugel den Äquator unter Durchmessern schneiden, wie unmittelbar zu ersehen ist. Daran schliesst sich eine erhebliche Reihe von Konstruktionsaufgaben, von denen nur die für uns wichtigen hervorgehoben und in ihren Lösungen auf das kürzeste skizziert werden sollen.

In allen folgenden Figuren ist der aus O als Mittelpunkt beschriebene Kreis der Äquator, oder wie Prof. REUSCH[9] sagt: der Tafelkreis. Ferner ist das stereographische Bild eines Kugelpunktes P konsequent mit P_1 bezeichnet worden.

Aufg. 1. *Zu dem Bilde P_1 eines Punktes P der Kugel ist das seines Gegenpunktes Q zu bestimmen.*[10] (Fig. 1.)

Man zieht OP_1 und NO senkrecht darauf. NP_1 gibt auf dem Äquator den Punkt P, welcher mit O verbunden Q liefert. NQ schneidet dann OP_1 im gesuchten Bilde Q_1. Denkt man sich nämlich die gesamte Figur um P_1Q_1 so lange gedreht, bis ihre Ebene senkrecht zum Tafelkreis steht, so wird N nichts anderes als der Nordpol, das Projektionszentrum, und man sieht ganz deutlich, wie die Projektionsstrahlen NP und NQ zwei Gegenpunkte der Kugel projizieren.

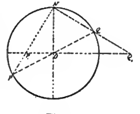


Fig. 1.

Damit löst sich unmittelbar die

Aufg. 2. *Die Bilder P_1 und Q_1 zweier Kugelpunkte P und Q sind durch einen Grosskreis zu verbinden.*

Man bestimmt zu einem derselben das Bild R_1 des Gegenpunktes und legt durch die 3 Punkte $P_1Q_1R_1$ den Kreis.

Aufg. 3. *Zu einem in der Projektion gegebenen Hauptkreis soll der Pol bestimmt werden.*

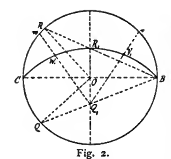


Fig. 2.

Ist in der Fig. 2 BR_1C der gegebene Hauptkreis, so ziehe man OR_1 senkrecht BC, verbinde B und R_1 und erhält auf dem Äquator den Punkt R. Macht man $\angle ROQ = 90°$ und zieht BQ, so schneidet dieses die Linie OR_1 in Q_1, dem Bilde des gesuchten Pols. Man denke sich nur die ganze Fig. 2 so lange um OR_1 gedreht, bis ihre Ebene senkrecht zum Tafelkreis steht. Dann wird B der Nordpol u. s. w. Ebenso löst man durch Umkehrung die

Aufg. 4. *Zu einem im Bilde Q_1 gegebenen Punkt Q denjenigen Grosskreis zu zeichnen, der Q zum Pole hat.*

Aufg. 5. *Die einem Durchmesser BC des Äquators als Rotationsachse zugehörigen Parallelkreise zu konstruieren.* (Fig. 3.)

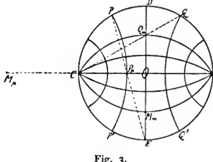


Fig. 3.

Um den Parallelkreis zu konstruieren, der von DE, das ist der durch den Mittelpunkt der Kugel laufende Parallelkreis, den sphärischen Abstand $a°$ besitzt, mache man $\angle DOP = \angle EOP' = a°$, und erhält dann im Schnittpunkt der Linie EP mit BC den Punkt P_p. Der durch PP_pP' gehende Kreis, dessen Mittelpunkt M_p natürlich auf BC liegt, ist der gesuchte.

Aufg. 6. *Es ist ein durch die Punkte B und C gehender Meridiankreis zu zeichnen, der mit dem Äquator den winkel $\beta°$ einschliesst.*

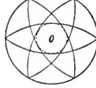


Fig. 4.

Nimmt man $\angle DOQ = \beta°$ und verbindet C mit Q, so erhält man auf DE (senkrecht zu BC) den Punkt Q_m. Der durch BC und Q_m gelegte Kreis, dessen Mittelpunkt M_m auf DE liegt, ist das Bild des gesuchten Meridianes.

Wir schliessen gleich hier als wichtiges Korollar den Satz an: Die Bilder aller Haupt-

kreise, die gegen den Äquator unter gleichem Winkel β geneigt sind, berühren einen mit diesem konzentrischen Kleinkreis und sind überdies untereinander kongruent. (Siehe Fig. 4.)

In der Fig. 3 ist nach diesen Vorschriften das Netz der Meridian- und Parallelkreise verzeichnet, das dem Durchmesser BC zugehört. Wir werden darauf bei METIUS wieder zurückkommen.

Aufg. 7. *Der Winkel eines Grosskreises mit dem Äquator soll bestimmt werden.* (Umkehrung von Aufg. 6.)

Besonders wichtig sind die beiden folgenden Aufgaben:

Aufg. 8. *Die Neigung zweier Hauptkreise gegen einander ist zu bestimmen.*

Die beiden gegebenen Hauptkreise (Fig. 5) laufen durch die Gegenpunkte P_1 und Q_1. Man legt nun durch Q_1 einen Hilfkreis K, dessen Mittelpunkt o auf $P_1 Q_1$ liegen muss, und projiziert von Q_1 aus die Schnittpunkte m und n der Zentrale C beider Kreise mit diesen auf den Kreis K und erhält so die Punkte m' und n'. $\angle m'on'$ ist dann der Winkel der gegebenen Kreise. Man überzeugt sich nun sehr leicht, dass die Schenkel dieses Winkels zu den Kreistangenten in Q_1 parallel laufen müssen, so dass also CLAVIUS den Winkel zweier Hauptkreise geradezu aus der Abbildung direkt entnimmt. *Hieraus ergibt sich unmittelbar die Conformität der stereographischen Projektion.*

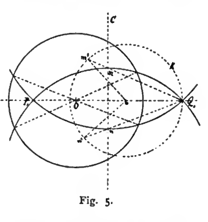


Fig. 5.

Aufg. 9. *Die sphärische Entfernung zweier Punkte V und W zu bestimmen, die durch ihre Bilder V_1 und W_1 gegeben sind.* (Fig. 2.)

Man bestimmt das Bild Q_1 für den Pol Q des durch V und W laufenden Grosskreises und projiziert die Bilder V_1 und W_1 von Q_1 aus auf den Äquator; man erhält dadurch die Punkte v und w. Der Bogen vw misst die sphärische Entfernung der gegebenen Punkte.[11]

Aufg. 10. *Durch einen gegebenen Punkt einen Grosskreis zu legen, der den Äquator unter dem Winkel α schneidet.* Nach dem Korollar zur Aufgabe 6 umhüllen alle Grosskreise, die gegen

den Äquator den Winkel α einschliessen, in ihrem Bilde einen leicht zu konstruierenden Kleinkreis. Man bestimme daher zum gegebenen Punkt P den Gegenpunkt Q und zeichnet den Kreis, der durch ihre Bilder geht und den Kleinkreis berührt.

Mit Hilfe der eben gegebenen Konstruktionen löst nun Clavius ganz nach Analogie der Dreieckskonstruktionen in der Ebene die Fundamentalaufgaben der sphärischen Trigonometrie. Wir wollen zur Illustration seiner Methode zwei typische Aufgaben besprechen und bemerken, dass er sie sämtlich im Kanon XXII seines dritten Buches für rechtwinklige und schiefwinklige Dreiecke an der Hand zahlreicher Figuren, im Gegensatz zu Metius, durchführt.

Beispiel 1. *Aus den drei Seiten a, b und c eines sphärischen Dreieckes sind dessen Winkel zu konstruieren.*

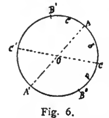


Fig. 6.

Auf dem Äquator werden der Reihe nach die Bögen $B'A = c$, $AC = b$ und $CB'' = a$ angetragen. Dreht man den Bogen $B'A$ auf der Kugel um den Punkt A, so beschreibt er einen Parallelkreis, der zur Achse AA' gehört und nach Aufgabe 5 gefunden wird. Ebenso konstruiert man den durch Drehung von $B''C$ erzeugten Kreis, der den vorigen in dem Punkte B_1 trifft. Verbindet man A und C mit B_1 durch Grosskreise, so bilden diese mit dem Äquator die Seiten des sphärischen Dreiecks ABC. Die Winkel bei A und C ermitteln sich leicht nach Aufg. 7, ebenso $\angle B$ nach Aufg. 8.

Beispiel 2. *Ein rechtwinkliges sphärisches Dreieck ist aus den beiden Winkeln α und β zu zeichnen.*[12]

Man zeichnet zunächst einen Hauptkreis AA' (Fig. 7) — eine Kathete — der unter dem Winkel α gegen den Äquator — die Hypotenuse — geneigt ist. Dann steht doch die andere Kathete senkrecht auf AA' — der ersten Kathete — und muss daher durch ihre Pole V und W gehen. Andererseits berührt sie nach dem Korollar zur Aufg. 6 einen Kleinkreis K. So findet sich die Lage

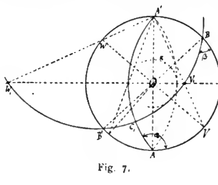


Fig. 7.

der zweiten Kathete einfach nach Aufg. 10. Aus dem Bilde ABC_1 werden die Katheten nach Aufg. 9, die Hypotenuse direkt auf dem Äquator gefunden.

Offenbar ausgehend von dem Gedanken, dass bei Konstruktionen der verschiedensten Dreiecke, wie wir sie eben bei CLAVIUS kennen lernten, immer wieder dieselben Hauptkreise gezogen werden müssen, hat METIUS (1605) das Astrolabium *ein für allemal hergestellt,* indem er das bereits in Fig. 3 gezeichnete System der Meridian- und Breitenkreise auf einer Holz- oder Messingscheibe verzeichnet und so ein *Instrument* geschaffen hat, welches beliebig oft zur Auflösung sphärischer Dreiecke dienen kann. Indem wir von einer kleinen Verschiedenheit der Projektionen beider Männer, die für die Güte des Verfahrens unerheblich ist, absehen, erwähnen wir nur einige Bezeichnungsweisen, die von METIUS eingeführt wurden: Der bisher Äquator genannte Kreis heisst bei ihm *Limbus,* der Kreis *DOE Parallelus rectus,* ebenso der Kreis *BOC Meridianus rectus.* Um nun die Dreiecke aus zahlenmässig gegebenen Bestimmungsstücken konstruieren zu können, hat METIUS sein Instrument gewissermassen »geaicht«, und so den Limbus in Grade eingeteilt. Die Herstellung des Netzes wird auf zwei Weisen gelehrt. Die eine deckt sich genau mit der des CLAVIUS, während die andere von METIUS selbst herrührt.

Dieser gibt eine Tabelle für alle zur praktischen Verzeichnung der Netzkreise notwendigen Stücke.

Ist nämlich α sowohl der sphärische Abstand eines Parallelkreises vom Parallelus rectus, als auch die Neigung eines Meridianes gegen den Meridianus rectus, so wird:

$$OP_p = OQ_m = OB \, . \operatorname{tg} \alpha$$
$$OM_m = M_pP_p = OB \, . \operatorname{ctg} \alpha$$
$$OM_p = Q_mM_m = \frac{OB}{\sin \alpha}.$$

Nach diesen Formeln, die METIUS übrigens nicht angibt, hat er eine Tabelle für $OB = 100000$ berechnet, welche zur Konstruktion des Netzes verwendet werden kann.

Weiter benützt er das System der Parallelkreise und Meridiane, die der Achse O senkrecht zur Ebene des Limbus zugehören, deren Zeichnung jedoch das bereits vorhandene Netz verwischen würde. Dieses zweite System von Kreisen wird sehr einfach erzeugt durch Drehung der *Regula horizontalis,* die sich um O drehen lässt. Jede einzelne Stellung der Regel gibt einen Meridian, dessen Neigung gegen den Meridianus rectus auf dem Limbus abgelesen werden kann. Um nun mit derselben Regel

auch jeden Parallelkreis beschreiben zu können, der vom unteren Pole des Limbus den sphärischen Abstand γ besitzt, werden auf derselben die Teilpunkte P_p der Linie BC eingetragen und an ihnen die zugehörigen Abstände γ notiert; man erkennt dann unmittelbar, wie durch Drehung der Regula horizontalis jeder beliebige Parallelkreis erzeugt werden kann.

METIUS wendet nun seine Methoden auf die numerische Auflösung sphärischer Dreiecke an. Bei dem Mangel jeglicher Figuren können seine Darlegungen nicht besonders klar erscheinen, und zwar umsomehr als seine Konstruktionen nicht immer aus der Anschauung folgen. Nehmen wir als Beispiel gleich sein erstes: *Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC seien gegeben der Winkel $\alpha = 23^1/_2{}^\circ$ und die Hypotenuse $c = 60^\circ$.*

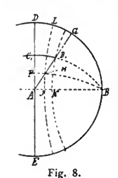


Fig. 8.

Man bringe die Regula horizontalis in die Stellung AG, so dass $\angle DAG = \alpha\ 23^1/_2{}^\circ$ und zählt auf ihrer Teilung $AB_1 = 60^\circ$ ab. Dann gehen durch B_1 ein Meridian BB_1C_1 und ein Parallelkreis B_1K. Man kann nun auf der Scheibe unmittelbar $B_1C_1 = AK = a = 20^1/_3{}^\circ$ und $AC_1 = b = 57^3/_4$ ablesen. Der noch fehlende Winkel β muss eigens bestimmt werden. Zählt man auf dem Parallelus rectus $DF = 60^\circ$ ab, so wird der durch F gehende Meridian BHF die vorhin eingestellte Regel in H schneiden, durch welchen Punkt auch ein Parallelkreis JL des Netzes läuft. Die Ablesung ergibt nunmehr $JB = LB = \beta = 77^3/_4{}^\circ$ und auch: HG (auf der Einteilung der Reg. hor.) $= b = 57^3/_4{}^\circ$.

Solcher Methoden, die auch zur Auflösung schiefwinkliger Dreiecke dienen, besitzt METIUS für jeden einzelnen Fall mehrere, drei oder vier, indem er das jeweils zu konstruierende Dreieck in verschiedene Lagenbeziehung zum Planisphärium bringt. Die von ihm gegebenen Zahlenbeispiele geben zu der Bemerkung Anlass, dass die mit dem Instrumente erlangten Resultate bis auf $^1/_3{}^\circ$ oder $^1/_2{}^\circ$ richtig sind. Die Genauigkeit war daher für gewisse astronomische Bedürfnisse hinreichend.

Erst in neuerer Zeit wurde von Herrn C. BRAUN [18] ein Apparat, das »Trigonometer» erdacht, das aus *zwei* konzentrischen *Netzen*, wie sie METIUS anwendete, besteht, von denen das eine (durchsichtige) über dem anderen drehbar ist. Durch eine Verstellung der beiden Netze gegeneinander lassen sich

dann sphärische Dreiecke mit einer allerdings erhöhten Genauigkeit — der Apparat liefert Resultate bis auf 5′ oder 7′ genau — in sehr kurzer Zeit auflösen. Ob nun Herr BRAUN bei der Konstruktion dieses seines Instrumentes von dem des METIUS Kenntnis hatte, lässt sich aus seinen Darlegungen nicht entscheiden.

[1] R. WOLF: *Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur*, Bd. 2 (Zürich 1892), S. 70.

[2] Siehe hierüber: A. v. BRAUNMÜHL: *Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie.* Abh. der Kaiserl. Leop.-Carol. Deutschen Academie der Naturforscher 71, 1897, pag. 4 ff.

[3] Bekanntlich stammt die Bezeichnung »stereographische Projektion» von FRANC. AQUILONIUS: *Opticorum libri sex* (Antverpiae 1613), pag. 572.

[4] PTOLEMÄUS: *Planisphärium* und *Analemma,* übersetzt und herausgegeben von F. COMMANDINUS, 1558 und 1562.

[5] Es sei hier erwähnt, dass beide Projektionsmethoden für die Geschichte der Trigonometrie von grosser Bedeutung sind. So diente das Analemma dem IBN YÛNOS zur Herleitung einer der prosthaphäretischen Formeln, ersetzte ihm also den den Arabern fehlenden goniometrischen Algorithmus. Vergl. A. v. BRAUNMÜHL: *Beitrag zur Geschichte der prosthaphäretischen Methode in der Trigonometrie.* Biblioth. Mathem. 1896, pag. 105. In ähnlicher Weise leitete später NEPER einen ganz interessanten Satz der sphärischen Trigonometrie mit Zuhilfenahme der stereographischen Projektion ab. Vergl. NEPER: *Mirifici Logarithmorum canonis descriptio* (Edinburgh 1614), pag. 49, prop. 6.

[6] JORDANI *Planisphärium* (Venetiis 1558).

[7] MAUROLYCUS: *Astrolabii theoria et fabrica.*

[8] Ich bin von Herrn Prof. A. v. BRAUNMÜHL auf dieses Thema aufmerksam gemacht worden. Derselbe wünschte eine Klarlegung der konstruktiven Methoden des CLAVIUS und eine Beschreibung zu einem Instrumente, das in dem Werke des METIUS enthalten ist.

[9] E. REUSCH: *Die stereographische Projektion* (Leipzig 1881). Dieser Schrift habe ich auch die Bezeichnungen: Grosskreis und Kleinkreis entnommen.

[10] Zwei Punkte der Kugel, die diametral gegenüber liegen, sollen kurz Gegenpunkte genannt werden. Die Bilder von zwei solchen liegen natürlich auf einem Durchmesser des Äquators.

[11] Genau dieselbe Konstruktion gibt neuerdings wieder H. Prof. REUSCH in dem oben angeführten Buche (Seite 17, § 11, b), wo man die Erklärung findet.

[12] Auf diese Aufgabe führt CLAVIUS die Auflösung eines sphärischen Dreiecks aus seinen drei Winkeln zurück, indem er, PTOLEMÄUS folgend, diejenigen Winkel zu konstruieren lehrt, in welche das aus einer Ecke A nach der Gegenseite BC gefällte Höhenlot den Winkel bei A zerlegt.

[13] C. BRAUN: *Das Trigonometer.* Mathem.-naturwiss. Berichte aus Ungarn 1, 1883, pag. 283. Der Apparat war auch auf der letzten mathematischen Ausstellung in München zu sehen. Vergl. W. DYCK: *Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente* (München 1892), pag. 160, N:o 43.

La marche successive dans la fusion des notions de la fraction et du quotient.

Par V. V. Bobynin à Moskwa.

Les notions des nombres fractionnaires dans leurs formes particulières, telles qu'une moitié, un tiers, un quart etc., ainsi que leurs subdivisions binaires, ont vu le jour à mesure que les notions définies des nombres se détachaient de la notion indéfinie de la multitude[1]. Celles-ci ont développé peu à peu, quoique d'abord en dehors de la conscience humaine, la conception générale de la fraction comme résultat de la division de l'unité en parties égales ou plutôt comme subdivision de l'unité. La réunion de quelques subdivisions semblables exigée par la vie pratique, d'abord pour en former une ou plusieurs unités entières, ensuite pour y ajouter des subdivisions plus grandes et par leurs dimensions plus à la portée de l'homme primitif, cette réunion — disons-nous — permit d'envisager la fraction comme *un ensemble implicite ou explicite des subdivisions égales de l'unité;* implicite toutes les fois que plusieurs subdivisions de l'unité venaient en former une seule et plus grande, explicite quand la réunion en donnait plus d'une subdivision de l'unité, égales et plus grandes. La règle de la réduction ascendante des nombres concrets amenant souvent à représenter l'ensemble des subdivisions égales de l'unité comme tel de ses subdivisions diverses, faisait considérer la fraction aussi comme *un ensemble explicite ou implicite des subdivisions diverses de l'unité.* La combinaison de ces points de vue eut pour résultat la manière de considérer la fraction comme *un ensemble des subdivisions de l'unite égales ou différentes.*

L'application consciente de la division et la notion du quotient ne suivirent que d'assez loin l'idée de la fraction comme subdivision de l'unité. La division d'un nombre concret par un nombre abstrait avait pour résultat un quotient composé d'un nombre entier et d'une simple subdivision de l'unité en cas d'une unité dans le reste, un quotient composé d'un nombre entier et d'un ensemble de subdivisions de l'unité égales ou diverses en cas d'un reste plus grand que l'unité. Il était évident que dans ces cas le quotient renfermait tantôt une seule subdivision de l'unité, tantôt il en renfermait l'ensemble des subdivisions égales ou différentes. Une ressemblance frappante

s'y montrait déjà entre la fraction et la partie fractionnaire du quotient, elle devenait une identité complète quand le dividende était moindre que le diviseur. Tels furent les résultats auxquels aboutit, dans le développement de la notion même de la fraction ainsi que dans son rapprochement à celle du quotient, la phase du calcul des nombres concrets.

Les résultats obtenus par la comparaison du quotient à la fraction reçurent une extension importante dans la phase du calcul des fractions abstraites, représentées par les quantièmes. Dans cette phase, l'expression de la partie fractionnaire du quotient au moyen des quantièmes témoignait par un emploi constant que le quotient de deux nombres abstraits renfermait aussi, soit la subdivision de l'unité abstraite — dans des cas plus simples, soit l'ensemble des subdivisions diverses de cette même unité — dans des cas plus compliqués. La possibilité d'exprimer au moyen de n'importe quelles parties la fraction que donne le quotient et celle de $\frac{2}{3}$ prouvaient que le quotient peut contenir l'ensemble des subdivisions égales de l'unité.

D'un autre côté les opérations sur les quantièmes, leur réunion surtout qui forçait souvent à en donner l'expression dans des parties égales, étendaient à la fraction abstraite l'idée d'un ensemble de subdivisions égales de l'unité, conçue pour la fraction concrète. En même temps le fait d'obtenir fréquemment une seule et même fraction en réunissant des groupes de fractions toutes différentes, faisait concevoir la fraction abstraite comme un ensemble des subdivisions diverses de l'unité abstraite. De cette manière on en vint à découvrir la même ressemblance complète entre la partie fractionnaire du quotient et la fraction dans le domaine des nombres abstraits comme dans celui des nombres concrets. Cette ressemblance, quoiqu'elle amenât à une coïncidence parfaite entre la notion de la fraction et celle du quotient dans le cas où le dividende était moindre que le diviseur, cette ressemblance ne suffisait point encore à la fusion de la première notion avec la seconde. La grande étendue de la notion du quotient et la variété dans les degrés de s'approprier les notions du quotient et de la fraction n'existant que de par la différence des époques auxquelles remontait l'origine de l'une et de l'autre, furent les causes principales qui retardèrent la fusion dont nous parlons. On ne peut observer celle-ci dans le papyrus de Rhind qu'à l'état de germe, sous la forme du quotient sousentendu et non explicite que l'on obtient comme résultat de l'addition des fractions, réduites au même dénominateur. Dans le papyrus d'Akhmîm la fusion de la notion de la fraction

avec celle du quotient (mais non vice versa), ne s'opéra avec une parfaite clarté que dans le cas particulier où le dividende fut moindre que le diviseur. La chose est indubitablement démontrée par ceux des problèmes renfermés dans le papyrus qui demandent pour l'ensemble des fractions donné la découverte d'un autre ensemble qui en est l'égal. On y arrive en trouvant au moyen de l'addition des fractions le quotient dont en dérive l'ensemble et en décomposant ensuite le quotient trouvé en de nouveaux quantièmes. Quant à la fusion complète de la notion de la fraction avec celle du quotient (mais non vice versa) elle ne saurait être autre chose que la représentation à la raison de la fraction comme du *quotient obtenu par la division de deux nombres.* Cette conception eut-elle lieu à l'époque où le papyrus d'Akhmîm a été écrit, nous regrettons de ne pouvoir nous prononcer faute de données.

Il s'ensuit que si la notion de la fraction marchait à la fusion avec celle du quotient, cette dernière tentait le même rapprochement de son côté.

Nous croyons toucher à une marque notable de ce mouvement et de ce qui en fait les résultats dans le papyrus d'Akhmîm qui semble nous préparer par une forme transitoire à la définition plus général pour la fusion des deux notions, c'est-à-dire que *le quotient est une fraction.* Dans ce papyrus en effet le quotient est pour la première fois explicitement considéré comme une partie connue ou une subdivision du dividende. Il y est question, par exemple, dans bien des problèmes: »de m quel est le p^{me}«? C'est en concevant la division comme l'opération qui définit l'une des parties égales du nombre donné (par exemple quand un nombre concret est divisé par un nombre abstrait), conception développée lors de l'application primitive de la division, l'on finit par avoir une semblable notion du quotient et à en éclaircir l'idée à la raison.

La conscience de cette notion eut une grande importance dans l'histoire. Une fois établie, elle permit d'étendre la comparaison de la fraction avec le quotient sur une partie dans la conception de ce dernier qui n'avait point admis encore une comparaison semblable c'est-à-dire sur le cas où le quotient était exprimé par un nombre entier. Entre l'entier et le quotient qu'en donnait la division par un autre entier, il s'en établissait maintenant le même rapport qui existait entre l'unité et la fraction depuis la formation primitive des fractions. La fraction étant une subdivision de l'unité, le quotient est une subdivision du nombre entier. Cette conclusion eut pour résultat immédiat

de présenter au rebours la définition par la »fraction est un quotient» en disant que *le quotient de deux nombres est en général une fraction,* ce qui avait été impossible à constater antérieurement. La différence quantitative dans l'étendue entre la notion de la fraction et celle du quotient qui formait jusqu'alors un des plus graves obstacles à la coïncidence complète de la notion du quotient plus large avec celle de la fraction plus étroit cessa par là d'exister.

Quand l'humanité put concevoir au rebours la définition que »la fraction est un quotient», elle en arriva tout d'abord à étendre la manière d'envisager le quotient comme une subdivision du nombre entier sur la fraction elle-même, et avant tout sans doute sur la forme de cette dernière représentée par l'ensemble des parties égales de l'unité. Cette espèce de fraction se présente ainsi pour la première fois à la raison humaine dans le sens de la même subdivision du nombre entier que donnait le quotient obtenu par la division de ce nombre par un autre nombre entier. Il ne put y avoir dans la suite aucun obstacle quelque peu important à ce que la même manière de voir embrassât les autres formes de fractions. On put alors user la forme du quotient, établie par écrit, comme appartenant à la fraction et pour en donner une expression écrite, propre à toutes les formes qu'on suscitait la conception. Quel fut le peuple qui en remarqua le premier la possibilité d'exprimer la fraction sous la forme du quotient et qui en fit l'application? Tentons de résoudre cette question.

A l'époque antérieur à l'usage général de l'expression écrite de la fraction sous la forme du quotient, le progrès des mathématiques se concentrait exclusivement chez les Indous et chez les Grecs. C'est pourquoi il s'agit de préciser auquel de ces deux peuples pourrait être attribué le mérite de la découverte qui en pose la question. Toute la littérature grecque antérieure à l'introduction de la numération écrite des Indous ne nous fournit pas un seul cas où la fraction fut exprimée sous la forme du quotient. Quant à l'affirmation de Gardthausen[2] que des cas pareils ont existé, elle se trouve basée, d'après les recherches de Paul Tannery[3], sur une simple négligence. Dans un papyrus grec au Musée du Louvre, le trait qui sépare la somme de ses nombres fut pris pour le trait de la fraction, le dernier nombre devant ce trait — pour le numérateur, et la somme suivant le trait — pour le dénominateur. L'expression de la fraction sous la forme du quotient ne saurait donc aucunément être attribuée à la nation grecque.

Nous arrivons à une toute autre conclusion en examinant les écrits de la littérature indienne. Les plus anciens même que nous en connaissons, voire ceux du 5e siècle, nous montrent les fractions employées indifféremment, quels qu'en fussent les nominateurs, équivalant à l'unité ou l'excédant. Pour exprimer une fraction les Indous mettaient toujours le numérateur au dessus du dénominateur, sans les séparer par un trait ou par n'importe quel signe. Puisqu'en appliquant l'opération de la division ils écrivaient aussi le dividende au dessus du diviseur on ne saurait voir dans l'expression citée des fractions autre chose que l'indication de cette opération, où, ce qui en dit autant, l'expression de la fraction sous la forme du quotient. Les Indous furent donc le premier peuple qui remarqua la possibilité d'exprimer la fraction sous la forme du quotient et qui s'en servit pour représenter les fractions par écrit dans leur forme généralisée.

[1] V. Bobynin, *Esquisse de l'histoire du calcul fractionnaire.* Bibliotheca Mathematica 1896, p. 97—98.
[2] Gardthausen, *Griechische Palaeographie.* Leipzig, Teubner 1879.
[3] Paul Tannery, *Sur la représentation des fractions chez les Grecs.* Bibliotheca Mathematica 1886, col. 235—236.

Notizen über arabische Mathematiker und Astronomen.

Von HEINRICH SUTER in Zürich.

1. Hârith, der Astrolog.

In dem astrologischen Werke von ALBOHAZEN HALY, *filii* ABENRAGEL, *de judiciis astrorum libri octo in lat. conversi,* Basil. 1571, lib. VIII cap. 37, pg. 406—408,[1] befindet sich eine geographische Tafel, in welcher die Lagen einer Reihe von Orten angegeben sind. ABENRAGEL sagt, dass er diese Daten aus den Tafeln das *Harix* entnommen habe. M. STEINSCHNEIDER (Zeitschr. d. deutschen morgenländ. Gesellsch. **24**, 1870, pg. 333, und Biblioth. Mathem. 1891, pg. 116) vermutet, allerdings unter Bedenken, dass dieser *Harix* identisch sein möchte mit JA'KÛB BEN TÂRIK, der ums Jahr 160 d. H. gelebt hat. Diese Ansicht steht in der Tat auf sehr schwachen Füssen, zumal in derselben Stelle des ABENRAGEL, kurz nachher, wahrscheinlich dieser JA'KÛB BEN TÂRIK unter dem Namen *Jacob fil. Caryb* citiert wird. — In seiner Arbeit, betitelt: *le Tabelle geografiche d'al-Battânî,* im Cosmos di GUIDO CORA (Vol. XII, 1894—96, fasc. VI.), auch als »estratto« selbständig erschienen, Turin 1898, kommt Prof. C. A. NALLINO in Neapel zu der Ansicht, dieser *Harix* sei identisch mit HABASCH (AHMED BEN 'ABDALLAH, genannt EL-HABASCH), der unter EL-MÂMÛN gelebt und drei verschiedene astronomische Tafeln verfasst hat. Ich muss gestehen, dass diese Vermutung sehr nahe lag und vieles für sich hat; allein Hr. NALLINO wird zugeben müssen, dass das arabische »Habasch« nur sehr schwer in »Harix« übergehen kann. Ich glaube nun, eine andere Konjektur aufstellen zu dürfen, die mehr Wahrscheinlichkeit für sich hat. Im *Fihrist* des IBN ABÎ JA'KÛB EL-NADÎM (herausgeg. v. FLÜGEL, MÜLLER und RÖDIGER, Leipzig 1871, I, pg. 278; Übers. von mir in Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. VI, pg. 34) steht folgender Artikel:

»HÂRITH, der Astrolog. — Er war eng befreundet mit EL-HASAN BEN SAHL[2] und ein vorzüglicher Gelehrter, den auch ABÛ MA'SCHAR als Autorität anführt. Er schrieb: Das Buch der Tafeln.«

Sollte dieses nicht der »Harix« des ABENRAGEL sein? IBN EL-KIFTÎ (Wiener Ms. 1161) hat ebenfalls einen Artikel (pg. 191) über diesen Astrologen, den aber CASIRI nicht in

seine *Bibl. arab.-hisp.* aufgenommen hat. Leider steht mir gegenwärtig kein Ms. IBN EL-KIFTÎs zur Verfügung.

2. el-Haszâr.

In der Biblioth. Mathem. 1897, pg. 84 hatte ich die Vermutung ausgesprochen, dass der in IBN CHALDÛNS *Prolegomena* genannte EL-HASZÂR, der Verfasser des Rechenbuches, von dem der *Talchîsz* des IBN EL-BENNÂ ein Auszug sein soll, identisch sein möchte mit einem IBRÂHÎM BEN JÛNIS, bekannt unter dem Namen IBN EL-HASSÂB; ich kannte damals die Stelle Hrn. STEINSCHNEIDERS in seiner Arbeit über ABRAHAM BEN ESRA[3] nicht, in welcher er pg. 109 den vollen Namen EL-HASZÂRS gibt, nämlich ABÛ BEKR MUHAMMED BEN 'ABDALLAH. Ich traf nun bei meinen Studien über arabische Mathematiker und Astronomen jüngst auf ein Ms. der Herzogl. Bibliothek zu Gotha,[4] welches eine Abhandlung über Arithmetik von ABÛ ZAKARÎJÂ MUHAMMED BEN 'ABDALLAH BEN 'AJJÂSCH, bekannt unter dem Namen EL-HASZÂR,[5] enthält. Aus der Beschreibung dieses Ms., verglichen mit derjenigen, die STEINSCHNEIDER (l. c.) von der hebräischen Übersetzung im Vatican (N° 396) gibt, darf man, wie ich glaube, auf die Identität beider Abhandlungen schliessen. Dass die Kunja in beiden Mss. nicht dieselbe ist, ist nebensächlich, wird diese doch sehr oft verschieden angegeben. So scheint also diese wichtige Abhandlung auch arabisch zu existieren und nicht nur in hebräischer Übersetzung; für die endgültige Feststellung dieser Tatsache ist allerdings eine genaue Prüfung des Gothaer Ms. sehr zu wünschen.

Es ist hier noch zu bemerken, dass ich die Übersetzung von EL-HASZÂR (mit zwei Szâd!) durch »der Rechner» nicht für richtig halte; dieser Name, resp. IBN EL-HASZÂR, kommt bei einer Reihe von spanischen Arabern vor, die mit der Rechenkunst gar nichts zu tun hatten und heisst soviel als »der Schilfmattenflechter» (span. el esterero).[6]

Zum Schlusse will ich nicht unterlassen, noch eine Persönlichkeit anzuführen, die mir in den biographischen Werken über westarabische Gelehrte entgegengetreten ist, deren Name mit dem von Hrn. STEINSCHNEIDER in seiner eben genannten Arbeit über ABRAHAM BEN ESRA gegebenen noch besser stimmt, als derjenige des Verfassers des Ms. von Gotha, der aber nicht EL-HASZÂR, sondern EL-HÂSIB (= der Rechner) heisst, und der auch nicht als Verfasser eines Buches über die Rechenkunst genannt wird. Im VIII. Bd. der *Biblioth. arab.-hisp.*, der die Chronik der Gelehrten Andalusiens von IBN EL-FARADÎ und

Fragmente zu IBN BASCHKUWÂLS *el-Szila* enthält, befindet sich p. 93 folg. Artikel:

MUHAMMED BEN 'ABDALLÂH BEN 'ALÎ BEN HOSEIN, ABÛ BEKR, EL-HÂSIB, bekannt unter dem Namen EL-MASRÛRÎ, aus Cordova, war ein vorzüglicher Koranvorleser mit schöner Stimme, ein Meister in der Rechenkunst und Erbteilung. Er reiste nach dem Osten, besuchte 'Irâk und Syrien, kam mit vielen Gelehrten zusammen, unter andern mit 'ABDELWAHÂB BEN 'ALÎ BEN NASZR EL-FAKÎH, den er in Bagdad im Jahre 415 hörte, ebenso mit ABÛ'L-HASAN 'ALÎ BEN 'ABDALLÂH EL-HAMÂMÎ. Er wurde nach IBN CHAZRADSCH im Jahre 371 geboren und starb nach 419 (1028 p. Chr.).

[1] Ausgabe von ERHARD RATDOLT, Venet. 1485, Blatt 150, 151.

[2] Es ist dies jedenfalls der im *Fihrist* viel genannte Wezir EL-MÂMÛNS, EL-HASAN B. SAHL EL-SARACHSÎ, gest. 236. d. H. und nicht, wie ich in meiner Übers. des *Fihrist*, pg. 67 angenommen habe, der Astrolog EL-HASAN B. SAHL B. NÛBACHT.

[3] Abhandl. zur Gesch. d. Mathem. 3, 1880.

[4] *Die arab. Handschriften der herzogl. Bibl. zu Gotha, v.* W. PERTSCH, III. Bd., Gotha 1881, pg. 114, N° 1489.

[5] Dieser Name ist im Ms. nicht mehr deutlich zu lesen, doch steht auf fol 1ª, roth geschrieben, »el-Haszâr fî'l-hisâb« = EL-HASZÂR über die Rechenkunst.

[6] Vergl. *Biblioth. arab.-hispana*, Matriti et Caesaraug. 1883—95, Vol. I, 175 und 319, Vol. III, 154, Vol. VII, 379, und *Crestomatia arab.-española por* I. LERCHUNDI *y* F. JAVIER SIMONET, Granada 1881, N° 79.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

M. Curtze. EINE STUDIENREISE. RECHENSCHAFTSBERICHT ÜBER FORSCHUNGEN ZUR GESCHICHTE DER GEOMETRIE IM MITTELALTER. Centralblatt für Bibliothekswesen **16**, 1899, p. 257—306.

M. CURTZE a fait en 1896, avec une subvention de l'académie des sciences de Berlin, un voyage scientifique à plusieurs des principales bibliothèques de l'Allemagne et de l'Autriche, en vue de rechercher des documents pour l'histoire des mathématiques, et en particulier de la géométrie, du moyen âge. Il a déjà rendu compte de son voyage dans la Altpreussische Monatsschr. **35**, 1898, p. 435—455, et dans le cours des trois dernières années il a publié dans divers journaux (voir p. ex. Biblioth. Mathem. 1898, p. 97—112) des notices et des extraits de quelques-uns des documents qu'il a examinés. Dans le rapport à l'académie des sciences de Berlin, dont nous nous occuperons ici, il a donné un aperçu plus complet des résultats de ses recherches. Au commencement, il indique les manuscrits les plus importants découverts par lui, et puis il traite en détail des nouveaux renseignements sur l'histoire de la géométrie et de l'arithmétique du moyen âge, qu'il a recueillis dans son voyage; à la fin, il mentionne quelques ouvrages d'astronomie et d'optique examinés aussi par lui. Sa plus importante découverte est sans doute la traduction latine du commentaire d'AN-NAIRIZI sur EUCLIDE, faite par GHERARDO CREMONESE et contenant des extraits des commentaires perdus de HERON et de SIMPLIKIOS. On a connu depuis longtemps que GHERARDO CREMONESE a fait une telle traduction, et, il y a quelques années, M. STEINSCHNEIDER a appelé l'attention sur un manuscrit, qui semble contenir au moins un fragment de cette traduction (voir Biblioth. Mathem. 1892, p. 7—8), mais ce manuscrit n'a pas encore été examiné. D'autre part, un exemplaire de l'original arabe du traité d'AN-NAIRIZI se trouve à Leiden, et la publication en a été commencée par M. BESTHORN et HEIBERG, mais malheureusement cet exemplaire est très incomplet. La découverte de M. CURTZE est donc d'une grande importance pour l'histoire de la géométrie grecque, et nous espérons de pouvoir bientôt revenir à ce sujet; en effet la traduction de GHERARDO CREMONESE a déjà été publiée *in extenso* par M. CURTZE (Leipzig, Teubner 1899).

A la page 274 M. CURTZE fait mention d'un écrit intitulé: *Astrolabii, quo primi mobilis motus deprehenduntur Canones*, et il ajoute qu'une grande partie y traite de la géométrie pratique.

Il convient de faire observer que cet écrit a été l'objet de deux petites notes de M. FAVARO et de RICCARDI insérées à la Biblioth. Mathem. 1890, p. 81—90 et 113—114, d'où il résulte que la première partie de l'écrit a pour auteur PROSDOCIMO DE' BELDOMANDI. Quant à la seconde partie, on sait que son contenu concorde essentiellement avec la *Geometria practica* de MARTINUS DE ZORAWICA publiée par M. L. BIRKENMAJER (Warszawa 1895). Les exemplaires auxquels M. FAVARO et RICCARDI ont eu recours portent tous au feuillet de titre l'addition: »Instrumentum Astrolabij etiam Impressum est Venetijs in officina Petri Liechtenstein Coloniensis Germani anno 1512», mais comme M. CURTZE n'en fait pas mention, il est possible que l'exemplaire découvert par lui appartienne à une édition antérieure; en effet la *Bibliographie générale de l'astronomie* par HOUZEAU et LANCASTER signale (voir T. 1, p. 643) trois éditions de l'écrit, savoir: 1) August. Vindel. 1490; 2) Venetiis, Liechtenstein 1502; 3) Venetiis, Liechtenstein 1512, et dans le Catalogue de la bibliothèque du prince BONCOMPAGNI (Tome I, Roma 1895, p. 430) on trouve aussi indiqué un exemplaire qui semble porter sur le feuillet de titre seulement les mots: *Astrolabii quo primi mobilis motus deprehenduntur Canones.*

A la page 289 M. CURTZE rend compte d'une traduction (Cod. Vindob. 4470) de l'algèbre de MOHAMMED BEN MUSA ALKHWARIZMI faite en 1182 par ROBERTUS CASTRENSIS (ou RETINENSIS), avec la remarque que cette traduction est restée inconnue jusqu'ici. Cette remarque peut sans doute être justifiée, mais M. CURTZE aurait pu ajouter qu'une copie de la traduction semble avoir été retrouvée il y a plus de 10 ans par M. WAPPLER dans la bibliothèque royale de Dresden. En effet, dans son mémoire *Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert* (Zwickau 1887), M. WAPPLER décrit (p. 1) une traduction (Cod. Dresd. C. 80) de l'algèbre d'ALKHWARIZMI sensiblement différente de celle publiée par LIBRI, et où le carré de l'inconnue est appelé »substancia» au lieu de »census».

A la page 291 se trouve le passage suivant: »Die Bezeichnung der Unbekannten ist anfangs bei REGIOMONTAN *res* deutlich ausgeschrieben, sie geht dann über in *re,* um endlich in x sich zusammen zu ziehen, dem später stets von den Cossisten angewendeten Compendium, aus welchem, wie CANTOR wahrscheinlich gemacht hat, durch DESCARTES' Missverständnis das heutige x sich gebildet hat». La première partie de ce passage est devenue presque incompréhensible parce que le typographe, en défaut du *compendium* dont il s'agit, y a substitué la lettre x —

dans des cas semblables nous recommanderions à M. CURTZE de se servir de la lettre grecque *x*. Quant à la seconde partie, nous nous permettons de faire observer que la conjecture de M. CANTOR est appuyée sur un seul fait peu décisif, savoir que DESCARTES doit avoir eu connaissance du *compendium* des algébristes allemands; à notre avis, on ne peut guère dire que cette conjecture soit vraisemblable. D'autre part la conjecture récemment proposée par M. WERTHEIM *(Über den Ursprung der Bezeichnung der Unbekannten durch den Buchstaben x;* Zeitschr. für Mathem. **44,** 1889; Hist. Abth. 48), que le signe x de DESCARTES est une imitation d'un symbole à peu près semblable utilisé par CATALDI en 1610, nous semble aussi peu vraisemblable, et nous continuons de croire que DESCARTES a choisi à dessein comme signes de quantités inconnues les *dernières* lettres de l'alphabet.

Stockholm. G. ENESTRÖM.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1899: 2.

Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche pubblicato per cura di G. LORIA. Genova. 8°.
1899: 3. — [Analyse de l'année 1898:] Bullet. d. sc. mathém. **23,** 1899, 117—118. (J. TANNERY.)

Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidis commentarii. Ex interpretatione GHERARDI CREMONENSIS in codice Cracoviensi 569 servata edidit M. CURTZE. Leipzig, Teubner 1899.
8°, XXIX + (2) + 389 + (1) p. — [6 Mk.]

Boll, F., Beiträge zur Überlieferungsgeschichte der griechischen Astrologie und Astronomie.
München, Akad. d. Wissensch., Sitzungsber. (Philol. Cl.) 1899, 77—140.

Bonola, R., Bibliografia sui fondamenti della geometria in relazione alla geometria non-euclidea.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 81—88.

Borkowski, H., Schleiermacher als Mathematiker. Ein Brief von ihm an F. F. A. zu Dohna-Schlobitten, 1791.
Arch. der Mathem. **16**$_2$, 1698, 337—346.

Brocard, H., Notes de bibliographie des courbes géométriques. Partie complémentaire. Bar-le-Duc 1899.
8°, (8) + 243 p. — Lithographiées. — [Analyse:] Mathesis 9_2, 1899, 164.

Curtze, M., Eine Studienreise. Rechenschaftsbericht über Forschungen zur Geschichte der Geometrie im Mittelalter.
Centralbl. für Bibliotheksw. **16**, 1899, 257—306.

Curtze, M., Nicolaus Coppernicus. Eine biographische Skizze. Berlin 1899.
8°, 84 p. + portrait. — [2 Mk.] — Sammlung populärer Schriften herausgegeben von der Gesellschaft Urania zu Berlin. No. 54.

Czuber, E., Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **7**, 1899. VIII + 279 p.

Eneström, G., Remarque sur l'origine de la formule $i \log i = -\frac{1}{2}\pi$.
Biblioth. Mathem. 1899, 46.

Fontès, Le manuscrit de Jean de Londres.
Toulouse, Acad. d. sc., Bulletin **1**, 1898, 146—160.

Galdeano, Z. G. de, La moderna organizacion de la matemática. II. Teoría de los numeros.
El progreso matem. 1_2, 1899, 45—51, 77—87, 110—115.

°**Gerland, E.** und **Traumüller, F.**, Geschichte der physikalischen Experimentirkunst. Leipzig 1899.
8°, 16 + 442 p. — [14 Mk.]

Ghose, A. K., The lost books of Euclid.
Nature **56**, 1897, 224.

Gravelaar, N. L. W. A., John Napier's werken.
Amsterdam, Akad. van Wetensch., Verhandel. (Sect. 1) **6**, 1899. 159 + (1) p. + portrait + 3 pl.

Heronis Alexandrini Opera quæ supersunt omnia. I. HERONS von Alexandria Druckwerke und Automatentheater. Griechisch und deutsch herausgegeben von W. SCHMIDT. — Supplementheft: Die Geschichte der Textüberlieferung. Griechisches Wortregister. Leipzig, Teubner 1899.
8°, LXX + (2) + 514 + 181 + (1) p. — [9 Mk.] — [Analyse:] Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 1147—1151. (J. L. HEIBERG.)

Huygens, Chr., Oeuvres complètes publiées par la société hollandaise des sciences. Tome huitième. Correspondance 1676—1684. La Haye, Nijhoff 1899.
4°, (3) + 629 + (1) p. + portr.

Königsberger, L., The investigations of Hermann von Helmholtz on the fundamental principles of mathematics and mechanics.
Washington, Smithson. instit., Annual report 1896, 93—124. — Traduction de l'allemand; cf. Biblioth. Mathem. 1896, p. 29.

Kötter, E., Die Entwickelung der synthetischen Geometrie.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **5**:2, 1898, 1—128.

Lampe, E., Sophus Lie †. Nachruf.
Naturwissensch. Rundschau **14**, 1899, 216—218.

°**Lebon, E.**, Histoire abrégée de l'astronomie. Paris, Gauthier-Villars 1899.
8°, VII + 288 p.

Loria, G., La fusione della planimetria con la stereometria. Una pagina di storia contemporanea.
Periodico di matem. **15**, 1899, 1—7.

Mansion, P., Quelques documents récents sur les premières recherches de Lobatchefsky, J. Bolyai et Gauss en géométrie non euclidienne.
Bruxelles, Soc. scient., Annales **2**, 1898, A: 44—45.

Mansion, P., Über eine Stelle bei Gauss, welche sich auf nicht-euklidische Metrik bezieht.
Deutsche Mathem.-Verein., Jahresber. **7** (1898), 1899, 156—158.

M[ansion], P. et **N[euberg], J.**, Nécrologie. Félix Dauge (1829—1889).
Mathesis **9**$_2$, 1899, 177—178.

Maupin, G., Opinions et curiosités touchant la mathématique, d'après les ouvrages français des XVIe, XVIIe et XVIIIe siècles. Paris, Carré & Naud 1898.
8°, (8) + 199 p. — [Analyse:] Periodico di matem. **15**, 1899, 39. — Journ. de mathém. élém. **23**, 1899, 64.

Pascal, Bl., Traduzione del trattato »De numeris multiplicibus ex sola characterum numericorum additione cognoscendis«.
Supplem. al Periodico di matem. **2**, 1898, 1—4.

°**Rosenberger, F.**, Die moderne Entwickelung der elektrischen Principien. Fünf Vorträge. Leipzig, Barth 1898.
8°, III + 170 p. — [3 Mk.] — [Analyse:] Liter. Centralbl. 1899, 1027. (Hffm.) — Naturwissensch. Rundschau **14**, 1899, 245. (A. Overbeck.)

Schmidt, W., Heron von Alexandria.
[Neue Jahrbücher für das klassische Altertum 1899. 15 p. + 3 pl.

Steinschneider, M., Die Mathematik bei den Juden.
Biblioth. Mathem. 1899, 37—45.

Stäckel, P., Zur Bibliographie der Parallelentheorie.
Biblioth. Mathem. 1899, 47—48.

Vailati, G., La logique mathématique et sa nouvelle phase de développement dans les écrits de M. G. Peano.
Revue de métaphysique et de morale **6**, 1898, 86—102. — Mémoire en partie historique.

Vaux, C. de, Sur l'histoire de l'arithmétique arabe.
Biblioth. Mathem. 1899, 33—36.

Wertheim, G., Über die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln bei Heron von Alexandria.
Zeitschr. für mathem. Unterr. **30**, 1899, 253—254.

White, H. S., Report on the theory of projective invariants: the chief contributions of a decade.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 5_2, 1899, 161—175.

Wölffing, E., Bibliographische Bemerkungen zum vorstehenden Aufsatze [über Kegelschnitte, die einem Dreieck einbeschrieben sind].
Stuttgart, Mathem.-naturw. Verein, Mitteil. 1_2, 1899, 45—47.

Wölffing, E., Chr. Zeller †.
Stuttgart, Mathem.-naturw. Verein, Mitteil. 1_2, 1899, 52—53.

Zorawski, K., O dzialalnos'ci naukowej Sophusa Liego.
Wiadomos'ci matematyczne **3**, 1899, 85—119. — Sur l'oeuvre scientifique de Sophus Lie.

Questions. 74 [sur le commencement de la lettre adressée par Leibniz à Oldenburg le 21 juin 1677]. — 75 [sur le premier usage des fractions décimales périodiques]. — 76 [sur une valeur du diamètre du soleil].
Biblioth. Mathem. 1899, 63—64. (G. Eneström.)

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Herausgegeben von E. Lampe. Band 28 (1897). Berlin, Reimer 1899.
8°. — Les pages 1—55 contiennent un compte rendu des ouvrages d'histoire des mathématiques parus en 1897.

Cantor, M., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Zweiter Band. Erster Halbband. Von 1200—1550. Zweite Auflage. Leipzig, Teubner 1899. 8°.
Biblioth. Mathem. 1899, 49—57. (G. Eneström.) — Liter. Centralbl. 1899, 1028. (A. W—n.) — Mathesis 9_2, 1899, 197—198. (P. M.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1899, 58—62.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

77. Dans le mémoire *Zur Geschichte der deutschen Algebra im 15. Jahrhundert* (Zwickau 1887), M. Wappler a publié (p. 11—30) un traité manuscrit d'algèbre de la fin du 15ᵉ siècle, qui est identique (cf. Biblioth. Mathem. 1899, p. 52) à un cours professé en 1486 par Johannes Widmann à l'université de Leipzig. Dans ce traité l'auteur parle (Wappler, l. c. p. 27) d'un »Apporisma conversum», et il ajoute: »Hoc apporisma invenit *Ysak filius Salomonis* ut dicitur in *geometria*». En rapportant ce passage dans ses *Vorlesungen über Geschichte der*

Mathematik (2ᵉ éd. T. II p. 247), M. CANTOR a fait observer que le procédé dont il s'agit concorde exactement avec une méthode exposée sous le nom de *regula sermonis* dans le *Liber augmenti et diminutionis ... quem Abraham compilavit* publié par LIBRI dans *l'Histoire des sciences mathématiques en Italie* (T. I, p. 304—371). D'autre part, comme il n'y a aucun lieu de croire que ce dernier traité soit la source citée dans le cours de WIDMANN, il serait intéressant de savoir s'il existe quelque traité de géométrie composé avant la fin du 15ᵉ siècle et attribué à un auteur ISAK BEN SALOMO. M. CANTOR a appelé l'attention (l. c. p. 247) à deux auteurs portant ce nom, savoir ISAK BEN SALOMO ISRAËLI (mort vers 950) et ISAK BEN SALOMO BEN ZADIK IBN ALCHADIB (mort peu de temps après 1429), mais (cf. STEINSCHNEIDER, Biblioth. Mathem. 1895, p. 25) le premier n'a guère composé aucun écrit mathématique, et parmi les ouvrages du dernier mentionnés par M. STEINSCHNEIDER dans la Biblioth. Mathem. 1899, p. 3—7, 37—38, il n'y a aucun traité de géométrie.

Quel est l'auteur ISAK BEN SALOMO cité dans le cours de WIDMANN?

(G. Eneström.)

Zur Anfrage 74. Die von H. ENESTRÖM in London eingezogenen Erkundigungen über die Anfangsworte des Briefes vom 21. Juni 1677, durch welchen LEIBNIZ NEWTON'S zweiten Brief beantwortete, lösen zwar die Schwierigkeit, den Wegfall des Wortes *hodie* zu erklären, noch nicht, werfen aber doch ein gewisses Licht darauf. In dem in Hannover aufbewahrten Concepte des Briefes steht bekanntlich *hodie*, in dem durch WALLIS 1699 veranstalteten ersten Abdrucke des Briefes fehlt das Wort. Ich habe in meinen *Vorles. über Gesch. der Mathem.* III, 276 drei Möglichkeiten angegeben: 1) LEIBNIZ kann das Wort in der Reinschrift des Briefes vergessen haben; 2) Es blieb beim Abdruck in WALLIS' Werken durch ein Versehen weg; 3) Es wurde dort mit Absicht weggelassen. Die dritte Möglichkeit wies ich als keiner Begründung fähig zurück, zwischen den beiden ersten Möglichkeiten liess ich die Wahl frei. Eine vierte Möglichkeit ist inzwischen, wenn ich nicht irre durch H. ZEUTHEN, hervorgehoben worden: 4) LEIBNIZ ist nicht an einem Tage mit seinem langen Briefe fertig geworden und hat deshalb in der Reinschrift das Wort *hodie* absichtlich weggelassen. Von den beiden im Archiv der Londoner »Royal Society» befindlichen Abschriften des Briefes enthält die eine

das Wort *hodie* in durchgestrichenem Zustande. Dadurch ist eine Thatsache zweifellos festgestellt: die Reinschrift muss zu irgend einer Zeit ebenso ausgesehen haben. Es ist undenkbar, dass das im Concepte vorhandene Wort in die Copie der Reinschrift eingedrungen wäre, wenn es nicht in der Reinschrift selbst gestanden hätte. Jetzt ist also nur der Zeitpunkt des Durchstreichens fraglich. Wurde das Wort von LEIBNIZ durchstrichen, bevor er die Reinschrift abschickte, oder fand das Durchstreichen in London statt? Wer sich für die zweite dieser Möglichkeiten entschliesst und damit eine Fälschung perfidester Art annimmt, der wird wohl die Zeit dieser Fälschung vor 1699 d. h. vor den Abdruck des Briefes in den Werken von WALLIS verlegen. So ist wenigstens das dortige Fehlen des Wortes in unschuldiger Weise erklärt — ein durchstrichenes Wort druckt man nicht ab — und ebenso auch das Fehlen in jener anderen Abschrift im Archiv der Londoner »Royal Society», wenn diese überhaupt nach dem Originalbriefe und nicht nach dem Abdrucke bei WALLIS angefertigt ist. Die zwei Möglichkeiten, welche noch einer Entscheidung harren, sind also: 1) LEIBNIZ hat die Reinschrift seines Briefes genau nach dem Concepte gemacht und hat in der Reinschrift entweder sofort beim Niederschreiben oder später, jedenfalls vor dem Abschicken das zweite Anfangswort durchstrichen. 2) In England ist vor 1699 an dem Briefe durch Durchstreichen des Wortes eine Fälschung begangen worden.

(M. Cantor.)

Inhalt. — Table des matières.

Quatre numéros par an. Ce numéro est publié le 20 septembre 1899.

STOCKHOLM, TRYCKT I CENTRAL-TRYCKERIET, 1899.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER MATHEMATIK | JOURNAL D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

HERAUSGEGEBEN VON | PUBLIÉ PAR

GUSTAF ENESTRÖM.

1899. STOCKHOLM. Nº 4.

NEUE FOLGE. 13. | Preis des Jahrgangs 4 M. Prix par an 5 fr. | NOUVELLE SÉRIE. 13.

BERLIN. MAYER & MÜLLER. Prinz Louis-Ferdinandstr. 2. | PARIS. A. HERMANN. Rue de la Sorbonne 8.

Die Mathematik bei den Juden.

Von MORITZ STEINSCHNEIDER in Berlin.

66. Wir schliessen hier das XIV. Jahrhundert mit kurzer Verzeichnung einiger unbedeutenden Autoren und Schriften ab.

SALOMO (genannt ASTRUC?) BEN ABRAHAM ABIGEDOR, geb. 1378 in der Provence, in Montpellier, übersetzte im Alter von 15 Jahren (1393), mit Hilfe seines als Übersetzer bekannten Vaters ABRAHAM, das astrologisch-medicinische Werk *De judiciis astronomiae,* oder *Capitula Astrologiae,* des berühmten Arztes ARNALDUS DE VILLANOVA unter dem Titel *Panim ba-Mischpat* (Deut. 1, 17 in anderer Bedeutung), wovon beinahe 10 mss. in meinen *Die hebr. Übersetz.* S. 783 aufgezählt sind.

Im J. 1399 übersetzte er die *Sphaera mundi* des JOHANNES DE SACROBOSCO (dessen Todesjahr unsicher ist, Biblioth. Mathem. 1899, S. 32, 50) unter dem Titel: *Mar'é ha-Ofannim* (»Zeiger der Kreise», Anspielung auf Ezech. 1, 16); das Buch wurde erst 1720 mit der astronomischen Geographie des ABRAHAM BAR CHIJJA gedruckt (Näheres in: *Die hebr. Übersetz.* S. 643).

Ms. Bodl. Reggio 14 enthält Noten, gezeichnet *Sch l m h;* daher vermutet der ehemalige Besitzer Os. SCHORR als Verfasser derselben unseren SALOMO, ohne triftigen Grund. NEUBAUER N. 2022 erwähnt diese und andere Noten des ms. gar nicht. Sollte die hebr. Chiffre bedeuten *schelo min ha-Sefer?* (nicht aus dem Buche selbst); s. meine *Vorles. üb. Kunde hebr. Hss.* (1897) S. 43. Hiernach wäre oben (§ 23 Jahrg. 1896 S. 10 n. 5) zu berichtigen.

Von einem anonymen ms., in Syracus 1396 verfasst, ist oben (S. 7 unter f.) unter ISAK ALCHADIB die Rede gewesen.

NEHEMIA BEN SAMUEL soll im J. 1399 in einem nicht näher angegebenen ms. des Vatican in 4° über astrologische Themata, Onomantie und Metoposcopia (so) geschrieben haben (WOLF, *Bibl. Hebr.* I p. 911 n. 1692, nach BARTOLOCCI). Im Index zu ASSEMANI's Catalog p. 495 ist der Namen nicht zu finden.

Dem XV. Jahrhundert gehört vielleicht noch MOSES CHANDALI (oder 'Handali) an, welcher einen hebräischen Commentar zur Übersetzung der Astronomie von AL-FERGANI verfasste, nur aus ms. München 246[14] bekannt, wo ein Anfangsgedicht des Commentars von ISAK ALCHADIB ergänzt ist (s. oben S. 7). Der Familiennamen, wahrscheinlich arabisch, weist auf den Südosten Europa's hin (s. die Zusammenstellung in Jew. Qu. Review X, 533 n. 212).

Welche Bewandtnis es mit dem Kalender neben dem Werke des BENJAMIN BEN ABRAHAM (oben § 24, 1897 S. 13) im Pariser ms. 406 des XIV. Jahrhunderts (Catal. p. 68 unten) habe, ist nicht bekannt.

Das XV. Jahrhundert.

Die meisten, in diesem Jahrhundert (mit Ausnahme des letzten, in die neue Zeit überführenden Jahrzehnts) verfassten Schriften, welche fast nirgends neue Systeme oder auch neue Literaturkreise einführen, nachdem in den letztverflossenen Jahrhunderten die bedeutendsten Leistungen der Muslimen und Christen durch Übersetzungen ins Hebräische den Juden aller Länder zugänglich gemacht worden, bieten, abgesehen von einigen hervorragenden Ausnahmen, eine geringere Bedeutung selbst für den Specialforscher; es empfiehlt sich nun eine gedrängte bibliographische Aufzeichnung um so mehr, als ich in meinem hohen Alter schon die Redaction meines (allerdings bis 1840 fortgeführten) Materials an der Grenze des Mittelalters als eine besondere Vergünstigung ansehen muss.[1]

Zu Anfang des Jahrhunderts blühte ein, wie es scheint, nicht unbedeutender Autor, dessen Schriften jedoch leider nur aus dürftigen Catalogsnotizen bekannt sind. ELIA KOHEN aus Montalto[2] verfasste im J. 1401 ein Werk über die »Gründe und Geheimnisse der Intercalation» *Taame ha-Ibbur we-Sodotaw*, ms. Paris 1047[3] f. 63—75;

2) *Iggeret ha-Isturlab*, Abhandlung über das Astrolab, in demselben ms. [4] f. 84—95.

Mit 1) identisch ist vielleicht die anfangs defecte Schrift *Kelilat Iofi* (vgl. Ezech. 28, 12) in 36 §§, ms. Vat. 379[3], mit Abbildungen des Astrolab. Meine Mitteilung in BENJACOB's *Thesaurus* p. 241 n. 254 ist incorrect abgedruckt.

Die im J. 1401 geschriebenen Kalendertabellen über 13 Cyklen (von 19 Jahren) in ms. Paris 605 (Catal. p. 69 unten) gehören vielleicht zu einem chronologischen Werke aus jener Zeit, wie die Tabellen über die Jahre 5162—5200 (1401—1439) in ms. Vat. 318[3] zu einem *Seder Ibbur* (Ordnung der Intercalation).

JAKOB CAPHANTON, wahrscheinlich in Castilien, schon 1406 Lehrer, 1439 nicht mehr am Leben; auf dem Gebiete der Medicin als Vermittler thätig, indem er aus dem arabischen Commentar des SALOMO IBN JAÎSCH (gest. 1345?) zum Kanon des AVICENNA einen hebräischen Auszug machte, verfasste eine Arithmetik in hebräischer Sprache, deren Titel *Bar Noten Ta'am le-Chacham*, auf eine talmudische Phrase anspielend, sich nicht gut übersetzen lässt; das Einzige ms., früher im Besitz des Rabbiners M. S. Ghirondi n. 18, seit 1871 im Brit. Mus., Or. 1053 (MARGOLIOUTH, *List*, p. 75), ist leider nur dem Titel nach bekannt, vielleicht ebenfalls nach arabischen Quellen bearbeitet? (Vgl. *Die hebr. Übersetz.* S. 687.)

1406 s. unten 1426.

Tabellen für die Jahre 1409—84 enthält ms. Paris 642 vor einer Abhandlung über das Kalenderwesen.

Tabellen für 1409—1532 enthält ms. Paris 673[2] nebst Reimen von ABRAHAM IBN ESRA über den Kalender, letztere wohl aus seinem Buche darüber, wie ich im Letterbode VII, 169 beim Abdruck aus einem anderen ms. vermutete.

67. Das Jahr 172 (1411/12) wird als Beispiel angeführt in einem chronologischen oder Kalender-Werk, Bestandteil eines Miscellenms., wovon der Buchhändler Schönblum 1867 ein defectes Exemplar besass (f. 8[b] ist hebräisch 96 gezählt), jedenfalls teilweise identisch mit dem Turiner ms. Valp. Cal. 210, in B. PEYRON's Catalog n. 217, s. p. 233 unter fol. 53 und dazu Hebr. Bibliogr. XX, 129 Anm. 7.

Ein anonymes, »sehr zerrissenes und vermodertes», defectes ms. einer Abhandlung über Chronologie, worin auch auf die christliche Rücksicht genommen wird, besass die Karaitische Familie »Pascha» jedenfalls bis 1485; es gehörte zuletzt zur 1. Sammlung Firkowitsch, n. 369, jetzt in St. Petersburg. Die Notiz bei GURLAND *(Kurze Beschreib. der mathemat. . . . hebr. Handschr.* 1866 S. 23) ist mehrfach ungenau. Im handschr.

Verzeichn. von Firkowitsch wird ausdrücklich das Verfassungsdatum 1413 angegeben; GURLAND hat das übersehen!

Im J. 1415 ist ein anonymer Commentar zu den »Sechsflügeln« des IMMANUEL B. JAKOB (s. § 53, Biblioth. Mathem. 1898 S. 80) verfasst, welcher sehr verbreitet ist. Im Catalog der Hamburger Handschriften (S. 120 zu N. 290) habe ich zur genaueren Beschreibung dieses Commentars, wodurch er von mehreren anderen unterschieden wird, nicht weniger als 8 mss. verzeichnet; dazu kommt ms. Carmoly 217, im Catalog falsch mit dem Datum 1411, und Bodl. Mich. 573, welches NEUBAUER unter 1776[2b] nicht erkannte, weil er unter 2004 (s. die Add. p. 1160), 2048, 2058, 2263 das Datum nicht angegeben hatte. Ein Fragment, worin das Datum vorkommt, in ms. Petersburg, Firkowitsch 366, hat GURLAND *(Kurze Beschreibung* etc. S. 22 n. 20) demungeachtet mit einem anderen, jedenfalls jüngeren Fragment identificirt, worin MORDECHAI COMTINO citirt wird; s. meine Berichtigung zu ms. Fischl 16.

JEHUDA IBN JACHJA (oder Ja'hja) gen. »Negro«, BEN DAVID, erkannte aus astrologischen Gründen Ceuta als das Ziel der Unternehmung des Königs JOAO von Portugal (1415).[3]

Im J. 1418 compilirte oder redigirte ein Anonymus, wahrscheinlich in Italien, eine gründliche (»very elaborate«) Abhandlung *Seder Sod ha-Ibbur* (Anordnung des Geheimnisses der Intercalation), wovon vielleicht die 14 Pforten des BENJAMIN BEN ABRAHAM (oben § 34, Jahrg. 1897 S. 15) und Einiges über den christlichen Kalender, worin ein italienischer Memorialvers, fremde Bestandteile bildeten. Die Abhandlung ist wiederum ein Bestandteil einer ritualen Compilation, ms. Bodl. 1058, XI in NEUBAUER's Catal. p. 252.

68. JOSEF BEN JEFET HA-LEVI verfasste, wahrscheinlich in Jemen, einen arabischen Commentar über kurze astronomische Tabellen betitelt *Or Jisrael* (Licht Israels), die er vielleicht selbst verfasst hat. Nach einer Notiz über ms. Brit. Mus. 4104 wäre die Schrift 1420 verfasst; das defecte ms. Berlin 230[3] *(Verzeichn.,* 2. Abth. S. 81) erwähnt in der 12. »Pforte« das J. 1448, was aber ein Zukunftsjahr sein kann. Ich habe vielleicht früher JOSEF in das J. 1390 versetzt, weil ich ihn in Verbindung brachte mit dem im Berliner ms. vorangehenden arabischen astronomischen Werke (auf Tabellen sich beziehend), verfasst in Jemen Ende 1389, welches also oben S. 41 nachzutragen ist.

Um 1420 verfasste der Sicilianer aus Catanea AHRON IBN AL-RABBI einen freimütigen, wenn auch nicht geradezu heterodoxen Supercommentar zum Commentar des SALOMO ISAKI

(gest. 1105), woraus im XVI. Jahrhundert nur ein Auszug gedruckt und sehr selten ist. Auf einem vollständigen Ms. beruhen die wertvollen Mitteilungen des Dr. PERLES in der Revue des études juives, t. XXI, 249 ff., woraus wir ersehen (p. 268), dass er in der Astrologie von seinem Vater unterrichtet wurde. Aus demselben J. 1420 stammt eine Kalendertabelle in ms. München 327[3].

69. Im Jahre 1421 ist, nach meiner Notiz, geschrieben, oder spätestens verfasst, die Abhandlung über das Astrolab in dem Bodleian. ms. Oppenh. 1666 Qu., wofür NEUBAUER (N. 2079[3]) das J. 1428 angiebt; ich bin jetzt nicht in der Lage zu entscheiden, wer von uns beiden richtig gelesen hat. In dieser Abhandlung habe ich eine der beiden hebräischen anonymen Bearbeitungen der, unter dem Namen des HERMANNUS CONTRACTUS von PEZ edirten Abhandlungen über das Astrolab entdeckt, die auch in ms. Bodl. Oppenh. 1673 Qu. sich findet, während ich ein Fragment einer anderen, vielleicht nicht weiter ausgeführten Bearbeitung in ms. Bodl. Opp. 1166 Qu. (NEUBAUER 1269[7]) fand; worüber ausführlich in: *Die hebr. Übersetz.* S. 635 ff.

Am 1. Kislew 5182 (26. October 1421) beendete der Copist ABRAHAM ALATRINO BEN MENACHEM eine defecte Arithmetik, welche die Genossenschaft »Talmud Thora» in Rom besitzt; vor wenigen Jahren fand ich die Identität mit dem Werke *Ir Sichon* (Stadt Sichon's, Anspielung auf Numeri 21, 28, wo *Cheschbon* auch »Rechnung» bedeutet) von JOSEF BEN MOSES ZARFATI, bestehend aus Vorrede und 11 Kapiteln (s. Monatsschrift Bd. 40 S. 376, wo lies: »ABRAHAM BEN MENACHEM»); die mss. Vatican 397[2] und München 68[5] sind undatirt, so dass erst durch das ms. in Rom eine Zeitbegrenzung nach unten gewonnen ist. Im Eingang des 4. Kap. über Wurzelausziehung bemerkt der Verf., dass die Zahl 1, weil sie ihrem Quadrate gleich sei, eine wurzelhafte (*nigdar* oder *nischrasch*) heisse. Die letzte der Aufgaben in Kap. 11 betrifft einen Wechsler, der jeden Tag durch Gewinn sein Geld verdoppelt, 100 Denare täglich Steuer zahlen, muss und am 5. Tage nach Abtragung der Steuer nichts übrig behielt. Die Lösung geht rückwärts, am 4. Tage muss er nach Abgabe der Steuer (100 D.) noch 50 übrig behalten haben u. s. w.

Ms. Paris 1311 enthält hebräische Tabellen für die Jahre 5183—5280 (1423—1520).

1425 ist angeblich datirt eine Schrift des MORDECHAI COMTINO, dessen vielseitige Leistungen zum Jahre 1462 zusammengestellt werden sollen.

Eine anonyme chronologische Abhandlung *(Seder Ibbur)* in der Bodleiana datirt nach Catalog Michael 544 vom J. 5166 (1406); allein Neubauer (n. 2284) giebt dass J. 1426 an. — Die Berechnung des 13-jährigen Cyclus nach Nachschon (§ 14 S. 101) in demselben ms. ist für die Jahre 1180 ff. berechnet, also mit obiger Abhandlung nicht zusammenhängend.

[Das Jahr 1428 für Josef b. Schemtob in Catal. Paris 1098 ist ein Irrtum, s. unten zum J. 1489.]

70. Im J. 1431 schrieb Benjamin ben Mattatja in Siena, wie es scheint, seine eigene Anleitung zum Gebrauch der »Sechsflügel» des Immanuel b. Jakob und eine Note zu einem anonymen Commentar über dasselbe Buch, ms. Almanzi 263 (Hebr. Bibliogr. VI, 1863 S. 21); dieses ms. ist jetzt im British Museum, Add. 27, 153; im kurzen Verzeichnis von Margoliouth *(List,* p. 83) ist Benjamin gar nicht erwähnt.

Im J. 1433/4 sind verfasst anonyme Erklärungen zu dem so eben genannten Werke des Immanuel ben Jakob in ms. Benzian 3 B, dessen jetziger Besitzer mir unbekannt ist.

Im J. 1434 verfasste der Arzt Samuel ben Moses, von der Secte der Karaïten, in Kairo ein sogenanntes »Buch der Gebote» in arabischer Sprache, betitelt *al-Murschid* (der Leiter), dessen 3. Kapitel der Berechnung des Mondlaufes u. s. w. gewidmet ist. Ein ziemlich vollständiges ms. in hebr. Schrift vom J. 1435 besitzt die K. Bibliothek in Berlin *(Verzeichn.* n. 201, II, S. 51), ein anderes vollständiges und ein Fragment, K. 6—8, das Brit. Mus. n. 2405/6 und Or. 63. Eine hebr. Übersetzung des ganzen Werkes besorgte Samuel ben Salomo Kohen in Damaskus 1722; die Nummer des betreffenden Petersburger ms. ist nicht bekannt. Das 3. Kapitel (*Injan Kiddusch ha-Chodesch,* Consecration des Mondes) übersetzte Samuel ben Abraham ha-Levi in Jerusalem 1757, ms. zu Ende defect, Pinsker 2[b]. — Genaueres in: *Die hebr. Übersetz.* S. 947.

Ich setze hieher, als *terminus a quo,* unter 1437, den Catalog der Fixsterne, mit Angabe ihrer Länge und Breite, welcher in dem hebräischen ms. Paris 903[4] dem Nürnberger Arzt, Magister Schindel beigelegt wird. Ich habe (*Die hebr. Übersetz.* S. XXX zu S. 636) diesen Autor ohne Weiteres mit Johann von Gmund identificirt, auf welchen ich bei Gelegenheit der Übersetzung seiner Abhandlung über ein von ihm erfundenes astronomisches Instrument (unter dem Jahre 1466) zurückkomme. Das lateinische Original unserer Tafeln ist ohne Zweifel die *Tabula stellarum fixarum* etc. in ms. Wien 5412[3], angeführt von Herrn M. Curtze in seinem Artikelchen über Johann von Gmund (Biblioth.

Mathem. 1896 S. 4). Wir gewinnen also hier aus der hebr. Übersetzung das Datum der Abfassung des Originals; ein Gleiches, nebst Beweis für das Vaterland JOHANN's, wird sich aus der anderen Schrift ergeben (unter J. 1466).

Anonyme Aphorismen über Kalenderberechnung, nebst Tabellen über die Jahre 1438—1676, enthält das hebr. ms. Hamburg 201[2].

Um 1349 redigirte und modificirte der vornehme (»Nasi», Fürst, Vorsteher u. dergl.) ASTRUC SAMIEL = SAMUEL BEN SIMON *da Schola* (hebr. *K n s i*, wohl auszusprechen: KENESI, nicht: »Kansi») die astronomischen und chronologischen Tabellen, welche »Sen-Bonet Goron», d. i. DAVID BEN JOMTOB (§ 53, S. 38) ausgearbeitet hatte, für die Jahre 1419—1592; ms. München 343[27]. Es frägt sich, in welchem Verhältnis zu diesen Tabellen die »Erklärung» (Note) desselben SAMUEL zu denselben Tabellen des »Sen-Bonet» (so lies) in ms. Paris 1047[10] (f. 166—8) steht, da der Catalog über ihren Inhalt gar Nichts mitteilt.

Das erwähnte ms. München 343 enthält unter [15] (f. 170) eine Angabe des Ortes der 28 »Mondstationen» für das J. 1460, verfasst von unserem SAMUEL, mitgeteilt von einem anonymen Schüler desselben, ob bei Lebzeiten des Lehrers? die zum Namen gefügte Eulogie ist undeutlich.

Derselbe SAMUEL redigirte auch eine compendiöse Fassung des 2. und 5. »Flügels» der 6 von IMMANUEL BEN JAKOB verfassten, welche schon längere Zeit ausser Gebrauch gekommen waren, und setzte die gekürzten 2 Flügel zwischen die 4 unveränderten; wann ? ist aus dem unicum, ms. München 343[3], nicht zu ersehen.

71. Im J. 1430 ist copirt in ms. Paris 1034 die hebräische Übersetzung der grossen Einleitung des Arabers ABU MA'ASCHAR aus einer lateinischen Übersetzung (nicht der des JOHANNES HISPALENSIS?), bearbeitet von JAKOB BEN ELIA, dessen Zeit unbekannt ist, weil seine Identität mit dem gleichnamigen Polemiker des XIII. Jahrhund. unsicher ist; daher dient die Abschrift [des JAKOB BEN ABRAHAM KOHEN etc. in Lecci] als *terminus ad quem.* Ein Fragment des VI. Tractats in ms. München 36[19] weicht von der lateinischen Übersetzung des Jo. HISPALENSIS ab; Excerpte in Ms. Parma, DE ROSSI 1181, angeblich aus dem XIII.—XIV. Jahrh., sind ganz unsicher. (*Die hebr. Übersetz.* S. 571 und *Über den Polemiker* S. 949.)

JAKOB BEN ELIA übersetzte auch das *Centiloquium* des PTOLEMAEUS mit dem Commentar des »ALI» [richtiger AHMED BEN JUSUF] aus dem Lateinischen, u. d. T. *Mea Schearim*

(»Hundert Pforten», vgl. Genes. 26, 12), ms. Paris. 1065[3] und ms. Parma, DE ROSSI 1171 angeblich XIV. Jahrh.; *Die hebr. Übersetz.* S. 530.

Im J. 1440 verfasste der achtzigjährige Rabbiner und Arzt in Algier SIMON DURAN eine Abhandlung *Tif'eret Jisrael* (Ruhm Israel's) über Novilunium, mit 3 anderen Schriften des Verf. gedruckt Livorno 1744, fol. (Catal. Bodl. p. 2607 n. 6).

In einem seiner Gutachten (I, 106) äussert er sich ablehnend über die astrologische Bedeutung der »Mondstationen», deren »die jüdische Lehre nicht bedürfe», welche der astronomischen Chronologie eine grosse Wichtigkeit beilege. In einem anderen Gutachten (I, 103) über »wahren und mittleren Neumond» werden MOSES NADJDJAR (verstorben, ist der Dichter BEN JEHUDA? Hebr. Bibliogr. XVI, 136 zu S. 68, Jew. Quart. Rev. 1899 p. 306 n. 409) und ABRAHAM BEN NATAN, Lehrer des SAMUEL 'HAKIM, über den Gegenstand, so wie die Tafeln des Verwandten LEVI BEN GERSON (§ 43 S. 104), im Besitze des Verf., erwähnt.

[1] Eine kurze Bibliographie der Jahre 1501—50 habe ich kürzlich in den Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik 9, 1899, S. 473—483 publiciert.

[2] Montalto (fehlt im Pariser Catalog), zwischen Ascoli und Fermo, kommt erst später als Familiennamen vor; vgl. Hebr. Bibliogr. X, 104 A. 1, *Cataloghi dei Codici orientali* ecc. V, 570; wonach M. MORTARA, *Indice* ecc. p. 42 zu berichtigen und ergänzen ist.

[3] M. KAYSERLING, *Gesch. d. Juden in Portugal* (II) 43, dazu noch LANDSHUTH, *Onomasticon* p. XXX, ZUNZ, *Literaturgesch.* 514, 652; bei CARMOLY, *Dibre ha-Jamim* p. 13 lies »Schalschelet f. 63».

Remarque sur l'époque où le mot »plus» a été introduit comme terme d'addition.

Par G. Eneström à Stockholm.

Dans notre article *Om uppkomsten af tecknen + och — samt de matematiska termerna »plus» och »minus»* (Öfversigt af [svenska] vetenskapsakad. förhandl. **51**, 1894, 243—256), nous avons fait observer que le mot »minus» a été utilisé comme terme de soustraction déjà par Leonardo Pisano, tandis que, abstraction faite d'un traité italien dont nous parlerons ci-après, le mot »plus» n'a été employé comme terme *ordinaire* d'addition[1] que vers la fin du 15[e] siècle, en particulier par Chuquet et Paciuolo.

Peu de temps après la publication de la note citée, M. Curtze faisait paraître dans le cahier 7 (1895) des Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik un mémoire intitulé: *Ein Beitrag zur Geschichte der Algebra in Deutschland im fünfzehnten Jahrhundert*, où il reproduisit un traité *Regule delacose secundum 6 capitula* rédigé en allemand vers 1460, et en parlant de la terminologie de l'auteur de ce traité, il dit (p. 33): » + heisst ihm *mer*, — *myuder*, an einigen Stellen auch mit *minus* untermischt.» Par ce passage on serait porté à croire que la traduction allemande »mer» du mot »plus» a été en usage comme terme ordinaire d'addition déjà vers le milieu du 15[e] siècle, mais après avoir examiné avec attention non seulement le traité même (l. c. p. 50—58) mais aussi ses deux appendices (l. c. p. 70—73), nous avons trouvé que l'auteur y emploie régulièrement le mot »vnd» (et) comme terme d'addition.[2] Parfois il place le mot »mer» *après* le nombre ou la quantité à ajouter, mais en ces cas »mer» doit sans doute être traduit par »encore», et nous avons déjà fait observer (voir Eneström, l. c. p. 253) que Leonardo Pisano s'est servi aussi du mot »plus» dans le sens de »encore». Par exception on trouve trois fois (p. 57 l. 2 et 3, p. 72 l. 9) le mot »mer» placé *entre* les deux quantités à ajouter, mais d'une part il n'est pas tout à fait invraisemblable qu'il y ait là une lecture fautive[3] au lieu de »vnd», d'autre part on sait (voir Eneström l. c. p. 253) que Leonardo Pisano emploie parfois le mot »plus» comme équivalent à »plus grand que», et il est possible que l'auteur du traité *Regula delacose* l'ait imité dans les

passages cités. Nous nous permettons d'ajouter, que dans les traités d'algèbre en latin écrits aussi vers 1460 et reproduits par M. CURTZE dans le mémoire cité, le terme ordinaire d'addition est toujours »et», et le mot »plus» n'y est employé que pour désigner la correction positive dans les exemples de la *regula falsi.* Du même, il nous a été impossible de découvrir, dans les traités d'algèbre du 15[e] siècle dont M. WAPPLER a publié en 1887 des extraits,[4] aucun passage où »plus» ou »mer» se trouve comme terme d'addition.

Les seuls indices que le mot »plus» (ou plutôt sa forme italienne »più») ait été en usage comme terme ordinaire d'addition avant la fin du 15[e] siècle, se trouveraient donc dans le traité d'algèbre dont LIBRI a publié des extraits dans son *Histoire des mathématiques en Italie* tome III, p. 302—349; dans la note à la page 302 il indique expressément que les passages reproduits par lui sont tirés d'un manuscrit du 14[e] siècle, qui semble avoir été écrit en Toscane, et cette indication a été répétée par d'autres auteurs.[5] Mais dans la note à la page 213 du tome II de l'ouvrage cité, LIBRI parle du même manuscrit en ces termes: »manuscrit d'algèbre, anonyme, que je possède, et qui très probablement a été écrit à Florence au quatorzième siècle», et il est donc permis de se douter que la date du manuscrit a été fixée assez arbitraîrement. D'autre part, à en juger d'après le contenu, on serait porté à croire que le traité a été composé par quelque mathématicien contemporain de LUCA PACIUOLO, c. à. d. vers la fin du 15[e] siècle, et si cette conjecture peut être justifiée, il s'ensuivra que les indices de l'usage à une époque antérieure du mot »plus» comme terme ordinaire d'addition ont été détruits.

[1] Dans l'Intermédiaire des mathématiciens 1, 1894, p. 120, j'ai établi que LEONARDO PISANO, dans son exposition de la *regula falsi,* s'est servi du mot »plus» pour désigner une correction positive.

[2] Parfois le mot »vnd» est omis; voir p. ex. l. c. p. 73, l. 15, 19, 20, 21, 22.

[3] Une telle lecture fautive (ou bien une faute d'impression) se trouve évidemment à la page 56, l. 16; sans quoi »vider» serait aussi un terme d'addition.

[4] WAPPLER, *Zur Geschichte den Algebra im 15. Jahrhundert.* Zwickau 1887.

[5] Voir p. ex. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* II:1 (2. Aufl.), p. 157.

Bemerkungen zu Lamberts Theorie der Parallellinien.

Von PAUL STÄCKEL in Kiel.

Als ich im Jahre 1895 in Gemeinschaft mit F. ENGEL LAMBERTS *Theorie der Parallellinien* neu herausgab,[1] stellte ich Nachforschungen nach dem seit Anfang dieses Jahrhunderts verschollenen Nachlass LAMBERTS[2] an, denn ich vermutete, dass darin, besonders in dem »Monatsbuch», weitere Aufschlüsse über LAMBERTS Untersuchungen enthalten sein möchten. Es gelang mir indessen damals eben so wenig wie RUDOLF WOLF, der vor etwa 50 Jahren durch Correspondenz und Reisen in derselben Richtung thätig gewesen war,[3] etwas über den Verbleib dieser wichtigen Papiere zu ermitteln.[4] Erst im Juni dieses Jahres bin ich weiter gekommen, und es hat sich dabei die merkwürdige Thatsache ergeben, dass WOLF bereits auf dem richtigen Wege gewesen war, aber kurz vor dem Ziele Halt gemacht hatte. Als er sich nämlich bemühte, den Briefwechsel DANIEL BERNOULLIS aufzufinden, zeigte sich, dass die Herzogliche Bibliothek zu Gotha eine Anzahl solcher Briefe besitzt, und zwar stammen sie aus einer umfangreichen Sammlung von Manuscripten, die Herzog ERNST der Zweite in den Jahren 1793 und 1799 von JOHANN III BERNOULLI in Berlin (1744—1807) käuflich erworben hatte.[5] Bedenkt man nun, dass JOHANN BERNOULLI eine grosse Anzahl von Abhandlungen und Briefen aus LAMBERTS Nachlass herausgegeben hat, so lag die Annahme nahe, jene Sammlung enthalte auch Lambertiana, und in der That hat sich jetzt herausgestellt, dass zu ihr ein beträchtlicher Teil von LAMBERTS Nachlass gehört.[6] Allerdings nur ein Teil, es fehlen zum Beispiel die Manuscripte der von BERNOULLI abgedruckten Abhandlungen, und der Briefwechsel zeigt erhebliche Lücken, was um so mehr zu bedauern ist, als BERNOULLI nur den »deutschen Briefwechsel» (5 Bände, Berlin 1781—1787) veröffentlicht hat.

Indem ich mir vorbehalte an andrer Stelle auf die Bedeutung einzugehen, welche die Gothaer Manuscripte für LAMBERTS Biographie wie für die Geschichte der Mathematik im achtzehnten Jahrhundert besitzen, will ich hier einige Stellen mitteilen, die für die *Theorie der Parallellinien* von Wichtigkeit sind.

In erster Linie kommt hierbei das »Monatsbuch» in Betracht, in dem, wie BERNOULLI sich ausdrückt, »LAMBERT von

1752 an, bis an sein Ende, von Monat zu Monat, kurz aufzuzeichnen pflegte, mit welchen gelehrten Arbeiten und Untersuchungen er sich den ganzen Monat beschäftigt hatte».[7]

Das Monatsbuch bestätigt zunächst die Angabe Bernoullis, der die *Theorie der Parallellinien* im Jahre 1786 abgedruckt hat, dass Lambert diese Abhandlung in September 1766 aufgesetzt habe, denn es enthält unter diesem Datum die Notiz: »Theorie der Parallellinien». Aber auch kein Wort mehr. Dafür verdienen einige andere Stellen des Monatsbuches angeführt zu werden. In § 82 der *Theorie der Parallellinien* hatte Lambert die für die damalige Zeit ausserordentlich kühne Vermutung ausgesprochen, seine dritte Hypothese, bei der die Summe der Winkel des Dreiecks kleiner als zwei Rechte angenommen wird, »komme bey einer imaginären Kugelfläche vor». Ob Lambert bloss in genialer Intuition die Wahrheit entdeckt oder ob er sich solcher Thatsachen bewusst geworden ist, die seine Vermutung begründen konnten, ob er zum Beispiel erkannt hat, dass die Formeln der sphärischen Trigonometrie einen reellen Sinn behalten, wenn man darin den Radius rein imaginär setzt, und daher die Beziehungen zwischen den Winkeln und Seiten von Dreiecken geben, in denen die dritte Hypothese verwirklicht ist, ob er also bereits den transcendenten Eingang zu der nichteuklidischen Trigonometrie gefunden hat, den Taurinus im Jahre 1826 wiederfand:[8] das lässt sich leider nicht mit Sicherheit feststellen. »Merkwürdig ist jedenfalls der Umstand», so äusserte ich mich 1895, »dass gerade er sich mit den Werten der trigonometrischen Functionen für rein imaginäres Argument eingehend beschäftigt hat, und zwar zu einer Zeit, die der Abfassung seiner *Theorie der Parallellinien* unmittelbar folgt»,[9] nämlich in seiner Abhandlung: *Sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendantes circulaires et logarithmiques,* die er im September 1767 der Berliner Akademie vorlegte; beachtenswert ist auch der Umstand, dass er in den *Observations trigonométriques,* die nach dem Monatsbuche aus dem April 1769 stammen, die Formeln, die für jene Funktionen gelten, als »Trigonométrie hyperbolique» bezeichnet.

Das Monatsbuch zeigt nun, dass Lambert seine Untersuchungen über »die Quadratur des Circuls» unmittelbar nach der Fertigstellung der *Theorie der Parallellinien,* nämlich im Oktober 1766 begonnen hat, und unter Juli 1767 werden ausdrücklich »De comparatione circuli et hyperbolae meditata» angeführt. Wichtiger ist jedoch eine Eintragung aus dem Juni 1761, aus der man schliessen darf, dass Lambert bereits vor

der Abfassung seiner *Theorie der Parallellinien* trigonometrische Functionen mit imaginärem Argument betrachtet hat. Sie lautet:

»De methodo arcus imaginarios ad logarithmos veros et vicissim log. imaginarios ad arcus veros reducendi eaque universali et ad omnes casus extendenda cogitavi, quatenus mutatione signorum id fieri potest, ne bis instituenda sit differentialium integratio.»

Eine weitere Quelle von Aufschlüssen bilden die Recensionen mathematischer Schriften, die LAMBERT für die Allgemeine deutsche Bibliothek geliefert hat; sie sind anonym erschienen, uns aber dadurch erhalten, dass LAMBERT die Entwürfe aufbewahrt hat.

In § 21 der Parallelentheorie giebt LAMBERT einen Beweisversuch für das Parallelenaxiom. Schon HINDENBURG hat sich dahin ausgesprochen, dass dessen Schwäche LAMBERT nicht entgangen sei; dieser Umstand, setzt er hinzu, werde den scharfsinnigen Mann bewogen haben, die Bekanntmachung seiner Theorie aufzuschieben.[10] Diese Vermutung wird bestätigt durch eine Äusserung in der Besprechung der Übersetzung der 6 ersten Bücher der Elemente EUKLIDS, die LORENZ (anonym) im Jahre 1773 herausgegeben hat. SEGNER hatte dazu eine Vorrede geschrieben, und zu dieser bemerkt LAMBERT:

»Den übrigen Raum der Vorrede wendet H. v. S. dazu an, dass er die den 11ten EUKLIDischen Grundsatz betreffende Schwierigkeit untersucht, und angiebt, wie man sich die Vorstellung desselben erleichtern könne, welche freylich besser von statten geht, wenn man sich die 16 oder 28 ersten Lehrsätze bekannt macht. Nach diesen sollte auch eigentlich bemeldter Grundsatz folgen.»

Erwähnung verdient endlich auch als Ergänzung zu § 82 der *Theorie der Parallellinien* die Besprechung des Schriftchens K. SCHAEFERS: *Briefe über einen Entwurf der sphärischen Geometrie* (Wien 1775), in der es unter anderm heisst:

»In der sphärischen Trigonometrie nimmt man gewöhnlich von den Eigenschaften der Kugel nur so viel mit als zur Berechnung der sphärischen Dreyecke nöthig ist. Es bleiben daher mehrere Lehrsätze und Aufgaben zurück, die so hier wie für ebene Flächen stattfinden, entweder von Wort zu Wort oder mit geringen Veränderungen auch bey der Kugelfläche anwendbar sind.... An sich betrachtet lässt es sich in Ansehung aller Lehrsätze der Plangeometrie versuchen, wiefern sie auf Kugelflächen stattfinden, oder geändert werden. Man sieht dabey überhaupt so viel voraus, dass da die grössten Circul nicht

parallel seyn können, das was in der Plangeometrie von Parallellinien abhängt, auf der Kugelfläche eine andere Gestalt bekömmt oder vollends wegfällt. Der Erfolg müsst sodann lehren, welche Vortheile man sich von solchen Untersuchungen würde zu versprechen haben.»

[1] Siehe den Abschnitt IV des Werkes: *Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie, in Gemeinschaft mit* F. ENGEL *herausgegeben von* P. STÄCKEL (Leipzig 1895), das ich im Folgenden *P. Th.* bezeichnen werde.

[2] Vergl. DANIEL HUBER, *J. H. Lambert nach seinem Leben und Wirken dargestellt* (Basel 1829), S. 10.

[3] R. WOLF, *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz.* Dritter Cyklus, S. 352. — Vergl. R. WOLF, *Matériaux divers pour l'histoire des mathématiques.* III. *Correspondance littéraire des Bernoulli.* Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **2**, 1869, 318—328.

[4] *P. Th.*, S. 148—150.

[5] R. WOLF, *Biographien* etc., S. 195—196.

[6] Herrn Dr. AD. SCHMIDT in Gotha, der mich bei meinen Nachforschungen freundlichst unterstützte, möchte ich auch an dieser Stelle meinen besten Dank dafür aussprechen.

[7] J. BERNOULLI, *Nachricht an die Gelehrten von Johann Heinrich Lamberts hinterlassenen Schriften.* Leipziger Magazin zur Naturkunde, Mathematik und Oekonomie, herausgegeben von C. B. FUNK, N. G. LESKE und C. F. HINDENBURG **1**, 1781, S. 290.

[8] *P. Th.* S. 246—252, sowie meine Abhandlung: *F. A. Taurinus* in den Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik **9** (Leipzig 1899), S. 401—427.

[9] *P. Th.*, S. 146—147.

[10] HINDENBURG, Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik **1**, 1786, S. 366.

RECENSIONEN. — ANALYSES.

G. Maupin. Opinions et curiosités touchant la mathématique, d'après les ouvrages français des XVIe, XVIIe et XVIIIe siècles. Paris, Carré & Naud 1898. In-8°, (8) + 199 p.

D'après le titre ce livre devrait être à même d'intéresser vivement ceux qui s'occupent de l'étude de l'histoire des mathématiques, mais en l'examinant de plus près, on voit qu'il est écrit presque exclusivement pour des lecteurs qui ne sont ni mathématiciens, ni historiens, et quelques-uns des renseignements y annexés par M. Maupin nous en avertissent assez nettement. Ainsi p. ex. on trouve à la page 26 le passage suivant: »Un certain Nicole (non l'ami d'Arnaud, mais un mathématicien disciple de Montmort)... Ce Nicole vivait de 1683 à 1758»; on sait que le mathématicien dont il s'agit ici, est mentionné dans presque tous les traités de l'histoire des mathématiques (voir p. ex. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* **3**, p. 322, 370—372, 608, 657, 750—751, 753, 771, 798, 808) tandis que l'ami d'Arnaud n'est cité que très rarement dans la littérature historico-mathématique.

Le livre de M. Maupin contient un grand nombre d'extraits divisé en 27 chapitres, dont plusieurs se rapportent à la quadrature du cercle; d'autres sujets y traités sont: l'enseignement des mathématiques, preuve de l'existence de Dieu tirée de la considération des espaces asymptotiques, essence divine du point géométrique, jeu de Joseph, l'esprit de géométrie, merveilles des mathématiques, orgueil des géomètres, avantages de la géométrie pour l'éducation, les mathématiques modérant les passions, les mathématiques et le salut de l'âme, du plaisir spirituel que donne l'étude de la géométrie. Du reste, une assez grande partie des extraits porte sur des sujets parfaitement étrangers aux mathématiques, p. ex. histoires de sorciers (p. 48—49) et la contrefaçon des livres de Paris en 1706 (p. 99—103); le chapitre 36 est relatif à l'état des mathématiques avant le 16e siècle et à l'université de Paris.

Nous serions bien aise si le livre de M. Maupin fut apprécié par les personnes auxquelles il s'adresse en premier lieu; de cette manière il pourrait contribuer à inspirer au public le goût de l'étude de l'histoire des mathématiques.

Stockholm. G. Eneström.

NEUERSCHIENENE SCHRIFTEN. — PUBLICATIONS RÉCENTES.

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. Leipzig, Teubner. 8°.
9 (1899). VIII + 657 p. + portrait. — Herrn Moritz Cantor bei der 70. Wiederkehr des Tages seiner Geburt am 23. August 1899 dargebracht von seinen Freunden und Verehrern. Im Auftrage herausgegeben von M. CURTZE und S. GÜNTHER. — [20 Mk.]

Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematik herausgegeben von || journal d'histoire des mathématiques publié par G. ENESTRÖM. Stockholm. 8°.
1899: 3.

Физико-математическія науки въ ходѣ ихъ развитія. Журналъ издаваемый В. В. Бобынинымъ. Москва. 8°.
$\mathbf{1}_2$:1 — Les sciences mathématiques et physiques dans la marche de leur développement. Journal publié par V. V. BOBYNIN.

Historisch-literarische Abtheilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik herausgegeben von M. CANTOR. Leipzig. 8°.
44 (1899): 4.

Archimede, Il »De arenae numero». Versione di A. MANCINI.
Il Pitagora (Palermo) **5**:1, 1899, 31—32, 66—68, 78—80; **5**:2, 1899, 9, 38—42.

Bertrand, J., Vie d'Evariste Galois.
Journ. d. savants, juillet 1899. — Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{23}_2$, 1899, 198—212.

Bobynin, V. V., La marche successive dans la fusion des notions de la fraction et du quotient.
Biblioth. Mathem. 1899, 81—85.

Bobynin, V. V., Développement des procédés servant à décomposer le quotient en quantièmes.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 1—13.

Bobynin, V. V., L'enseignement mathématique en Russie. Aperçu historique.
L'enseignement mathém. **1**. 1899, 77—100.

Braunmühl, A. von, Zur Geschichte der prosthaphäretischen Methode in der Trigonometrie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 15—29.

Braunmühl, A. von, Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie. Erster Theil. Von den ältesten Zeiten bis zur Erfindung der Logarithmen. Leipzig, Teubner 1900.
8°, VII + 260 p. — [9 Mk.]

Bubnow, N., Gerberti postea Silvestri II papae Opera mathematica (972—1003). Accedunt aliorum opera ad Gerberti

libellos æstimandos intelligendosque necessaria per septem appendices distributa. Collegit, ad fidem codicum manuscriptorum partim iterum, partim primum edidit, apparatu critico instruxit, commentario auxit, figuris illustravit N. Bubnow. Berlin, Friedländer 1899.
8°, CXIX + 620 p. + 4 pl. — [24 Mk.]

Cajori, F., Notes on the history of logarithms.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 31—39. — [Analyse:] *New York*, Americ. mathem. soc., Bulletin 6_2, 1899, 7.

Curtze, M., Der Tractatus Quadrantis des Robertus Anglicus in deutscher Übersetzung aus dem Jahre 1477.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 41—63.

Curtze, M., Verzeichniss der mathematischen Schriften des Dr. Moritz Cantor (1851—1899).
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 625—650.

Delaunay, N., Die Tschebyscheff'schen Arbeiten in der Theorie der Gelenkmechanismen.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 101—111.

Dickson, L. E., Report on the recent progress in the theory of linear groups.
New York, Americ. mathem. soc., Bulletin 6_2, 1899, 13—27.

Dickstein, S., Zur Geschichte der Prinzipien der Infinitesimalrechnung. Die Kritiker der »Théorie des fonctions analytiques« von Lagrange.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 65—79.

Eneström, G., P. W. Wargentin und die sogenannte Halley'sche Methode. Ein Beitrag zur Geschichte der mathematischen Statistik.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899. 81—95.

Favaro, A., Intorno ad un inedito e sconosciuto trattato d meccaniche di Galileo Galilei nell' Archivio di S. A. il Principe di Thurn-Taxis in Ratisbona.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 97—104.

Fontès, J., Une cosmographie au XVIe siècle.
Toulouse, Soc. de géogr., Bulletin 1895, 53—83. — Sur PETRUS APIANUS.

Fontès, J., Sur le problème de Délos.
Toulouse, Acad. d. sc., Bulletin **1**, 1898, 129—133.

Fontès, J., Quelques mathématiciens pyrénéens espagnols au seizième siècle.
| Revue des Pyrénées (Toulouse) **11**, 1899. 16 p.

Galdeano, Z. G. de, La moderna organización de la matemática. II. Teoría de los números.
El progreso matem. 1_2, 1899, 154—156.

Gelcich, E., Zur Geschichte der Längenbestimmung zur See.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 105—111.

Gibson, G. A., Berkeley's Analyst and its critics: an episode in the development of the doctrine of limits.
Biblioth. Mathem. 1899, 65—70.

Graf, J. H., Die Geometrie von Le Clerc und Ozonam, ein interessantes mathematisches Plagiat aus dem Ende des XVII. Jahrhunderts.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 113—122.

Günther, L., Keplers Traum vom Mond. Leipzig, Teubner 1898.
8°, XXII + 185 + (1) p. + portr. + 2 pl. — [8 Mk.]

Günther, S., Nikolaus von Cusa und seine Beziehungen zur mathematischen und physikalischen Geographie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 123—152.

Haller, S., Beitrag zur Geschichte der konstruktiven Auflösung sphärischer Dreiecke durch stereographische Projektion.
Biblioth. Mathem. 1899, 71—80.

Heath, T. S., On an allusion in Aristotle to a construction for parallels.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 153—160.

Heiberg, J. L., Byzantinische Analekten.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 161—174.

Heller, A., Über die Aufgaben einer Geschichte der Physik.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 175—189.

Hirsch, K., Urkunden zur Geschichte der Mechanik. Schwäbisch-Hall 1898.
4°, 41 p. — [2 Mk.]

Hultsch, F., Winkelmessungen durch die Hipparchische Dioptra.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 191—209.

Hunrath, K., Des Rheticus Canon doctrinæ triangulorum und Vieta's Canon mathematicus.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 211—240.

Lalande, P. A., Quid de Mathematica vel rationali vel naturali senserit Baconus Verulamius. Paris 1899.
8°, 111 p. — [6 Mk.]

Lampe, E., Die reine Mathematik in den Jahren 1884—1899. Nebst Aktenstücken zum Leben von Siegfried Aronhold. Berlin, Ernst 1899.
8°, 48 p. + portr.

Loria, G., Il »Giornale de' Letterati d'Italia» di Venezia e la »Raccolta Calogerà» come fonti per la storia delle matematiche nel secolo XVIII.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 241—274.

Macfarlane, A., The fundamental principles of algebra. Address delivered august 21st [1899].
Americ. association for the advancement of science, Proceedings **48**, 1899. 31 p. — Aperçu du développement des notions fondamentales de l'algèbre au 19ᵉ siècle.

Mansion, P., Notes sur le caractère géométrique de l'ancienne astronomie.
Abh. zur Gesch. der Mathem. **9**, 1899, 275—292.

Meyer, Fr., Rapporto sullo stato presente della teoria degli invarianti. Traduzione dal tedesco di G. Vivanti.
Giornale di matem. **37**, 1899, 186—211.

Meyer, W. Fr., Über die Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 293—299.

Müller, F., Zur Terminologie der ältesten mathematischen Schriften in deutscher Sprache.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 301—333.

Nagl, A., Die Rechenmethoden auf dem griechischen Abakus.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 335—357.

Nau, F., Le traité sur l'astrolabe plan de Sévère Sabokt, écrit au VII[e] siècle d'après des sources grecques et publié pour la première fois avec traduction française. Paris 1899.
8°, 116 p. — Extrait du Journal asiatique 1899 (cf. ci-dessus p. 59, où l'indication n'est pas parfaitement exacte).

Oppert, J., Remarque sur la géodésie des Chaldéens.
Association française pour l'avancement des sciences **25** (congrès de Chartago) 1896, 133—135.

Rosenberger, F., Die Geschichte der exakten Wissenschaften und der Nutzen ihres Studiums.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 359—381.

Rudio, F., Die Unverzagt'schen Liniencoordinaten. Ein Beitrag zur Geschichte der analytischen Geometrie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 383—397.

Stäckel, P., Franz Adolph Taurinus. Ein Beitrag zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 397—427.

Staigmüller, H., Johann Scheubel, ein deutscher Algebraiker des XVI. Jahrhunderts.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 429—469.

Steinschneider, M., Mathematik bei den Juden (1501—1550).
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 471—483.

Studnicka, F. J., Bericht über die von Custos J. Truhlar in der Prager Universitäts-Bibliothek entdeckte Sinus-Tafel Tycho Brahes.
| *Prag*, Böhmische Gesellsch. d. Wissensch., Sitzungsber. 1899. 4 p.

Sturm, A., Bemerkungen zur Geschichte der altgriechischen Mathematik.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 485—490.

Suter, H., Notizen über arabische Mathematiker und Astronomen.
Biblioth. Mathem. 1899, 86—88.

Suter, H., Der Loculus Archimedius oder das Syntemachion des Archimedes. Zum ersten Male nach zwei Manuscripten der kgl. Bibliothek zu Berlin herausgegeben und übersetzt.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 491—499.

Sylow, L., Sophus Lie.
Archiv for Mathem. **21**, 1899. XXII + (1) p. + portrait.

Tannery, P., Les »Excerpta ex M.SS. R. Des-Cartes».
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**. 1899, 501—513.

Unger, F. A., Einige Additionsmaschinen.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 515—535.

Wappler, E., Zur Geschichte der deutschen Algebra.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 537—554.

Wertheim, G., Pierre Fermat's Streit mit John Wallis. Ein Beitrag zur Geschichte der Zahlentheorie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 555—576.

Wohlwill, E., Die Entdeckung der Parabelform der Wurflinie.
Abh. zur Gesch. d. Mathem. **9**, 1899, 577—624.

Wölffing, E., Ergänzung des von E. Czuber in seinem Referat über Wahrscheinlichkeitsrechnung gegebenen Litteraturverzeichnisses.
Stuttgart, Mathem.-naturw. Verein, Mitteil. 1_2, 1899, 76—84.

Question 77 [sur un mathématicien Isak ben Salomo cité dans un traité d'algèbre de la fin du 15e siècle].
Biblioth. Mathem. 1899, 94—95. (G. Eneström.)

Zur Anfrage 74 [über die Anfangsworte des Briefes von Leibniz an Oldenburg vom 21. Juni 1677].
Biblioth. Mathem. 1899, 95—96. (M. Cantor.)

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. Achtes Heft. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 947—951. (S. Günther.)

Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidis commentarii. Ex interpretatione Gherardi Cremonensis in codice Cracoviensi 569 servata edidit M. Curtze. Leipzig, Teubner 1899. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. 23_2, 1899, 169—172. (P. Tannery.)

Besthorn, R. O. et Heiberg, J. L., Codex Leidensis 399, 1. Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschdschadschii cum commentariis Al-Narizii. Arabice et latine ediderunt notisque instruxerunt. I : 2. Hauniæ, Gyldendal 1897. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. 23_2, 1899, 169—172. (P. Tannery.)

Curtze, M., Eine Studienreise. Rechenschaftsbericht über Forschungen zur Geschichte der Geometrie im Mittelalter. (Centralbl. für Bibliotheksw. 1899.)
Biblioth. Mathem. 1899, 89—91. (G. Eneström.)

CURTZE, M., Practica Geometriae. Ein anonymer Tractat aus dem Ende des zwölften Jahrhunderts. (Monatshefte für Mathematik 1897.)
Bullet. d. sc. mathém. **23**$_2$, 1899, 140—145. (P. TANNERY.) — M. TANNERY fait connaître que l'auteur du traité publié par M. CURTZE est HUGO *physicus* (mort en 1199).

FIRMICUS MATERNUS, J., Matheseos libri VIII. Ediderunt W. KROLL et F. SKUTSCH. Fasciculus prior, libros IV priores et quinti prooemium continens. Leipzig, Teubner 1897. 8°.
Wochenschr. für klass. Philol. **16**, 1899, 45—47. (G. NÉMETHY.)

GEMINI Elementa astronomiæ. Ad codicum fidem recensuit, germanica interpretatione et commentariis instruxit C. MANITIUS. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 123—124. (CANTOR.) — Wochenschr. für klass. Philol. **16**, 1899, 285—287. (S. GÜNTHER.)

GÖRLAND, A., Aristoteles und die Mathematik. Marburg 1899. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 980—981. (J. L. HEIBERG.)

HÄBLER, TH., Über zwei Stellen in Platons Timäus und im Hauptwerke von Coppernicus. Grimma 1898. 4°.
Wiadomosci matematyczne **3**, 1899, 200—201.

HANTSCH, V., Sebastian Münster. Leben, Werk, wissenschaftliche Bedeutung. Leipzig 1898. 8°.
Deutsche Litteraturz. **20**, 1899, 795—796. (K. MILLER.)

HERONIS Alexandrini Opera quæ supersunt omnia. I. HERONS von Alexandria Druckwerke und Automatentheater. Griechisch und deutsch herausgegeben von W. SCHMIDT. Leipzig, Teubner 1899. 8°.
Zeitschr. für mathem. Unterr. **30**, 1899, 507—509. (G. WERTHEIM.)

LANGE, J., Jacob Steiners Lebensjahre in Berlin 1821—1863. Nach seinen Personalakten dargestellt. Berlin, Gärtner 1899. 4°.
Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 93—98. (G. L.)

LEBON, E., Histoire abrégée de l'astronomie. Paris, Gauthier-Villars 1899. 8°.
Nature **60**, 1899, 543.

MEYER, FR., Rapport sur les progrès de la théorie des invariants projectifs. Traduction annotée par H. FEHR. (Bullet. d. sc. mathém. **18**$_2$—**20**$_2$.)
Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 121. (CANTOR.)

MORTET, V., Un nouveau texte des traités d'arpentage et de géométrie d'Epaphroditus et de Vitruvius Rufus publié d'après le Ms. latin 13084 de la Bibliothèque royale de Munich. Avec une introduction de M. PAUL TANNERY. Paris 1896. 4°.
Bullet. d. sc. mathém. **23**$_2$, 1899, 62—65.

POGGENDORFF's Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exacten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen, Geographen u. s. w. aller Völker und Zeiten. III. Band (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von B. W. FEDDERSEN und A. J. VON OETTINGEN. Leipzig, Barth 1896—1897. 8°.
Zeitschr. für Mathem. **43**, 1898; Hist. Abth. 98—99. (CANTOR.) — Bollett. di bibliogr. d. sc. matem. 1899, 22—23. (G. L.)

PTOLEMÆUS, C., Opera quæ exstant omnia. Edidit J. L. HEIBERG. Volumen I: Syntaxis mathematica. Pars I, libros I—VI continens. Leipzig, Teubner 1898. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{23}_2$, 1899, 65—67. (P. TANNERY.) — Wochenschr. für klass. Philol. **16**, 1899, 285—287. (S. GÜNTHER.)

REBIÈRE, A., Les savants modernes, leur vie et leurs travaux. D'après les documents académiques, choisis et abrégés. Paris, Nony 1899. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{23}_2$, 1899, 24—25. (C. BOURLET.)

REBIÈRE, A., Mathématiques et mathématiciens. Pensées et curiosités. Troisième édition. Paris, Nony 1897. 8°.
Periodico di matem. $\mathbf{2}_2$, 1899, 84—85. (G. C.—L.)

RUSSELL, B. A. W., An essay on the foundations of geometry. Cambridge, Clay & Sons 1897. 8°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{23}_2$, 1899, 54—62. (L. COUTURAT.)

TANNERY, P., Le traité du quadrant de maître Robert Anglès (Montpellier, XIII[e] siècle). Texte latin et ancienne traduction grecque. Paris 1897. 4°.
Bullet. d. sc. mathém. $\mathbf{23}_2$, 1899, 145—150. (P. TANNERY.)

[Listes d'ouvrages récemment publiés.]
Biblioth. Mathem. 1899, 91—94. — Zeitschr. für Mathem. **44**, 1899; Hist. Abth. 133—136. — Fiziko-matem. naouki $\mathbf{1}_2$, 1899, 31—32.

Berichtigung zu den »Notizen über arabische Mathematiker und Astronomen« (S. 86—88).

Was den »Harix« des ABENRAGEL betrifft, so schreibt mir Herr Prof. C. A. NALLINO in Neapel, dass im arab. Ms. 2590 in Paris, welches das Werk des ABENRAGEL enthält, wirklich HABASCH (resp. HABAS) und nicht HÂRITH stehe. Meine Vermutung, dass unter »Harix« der Astrolog EL-HÂRITH zu ver-

stehen sei, fällt also dahin und die Bemerkung NALLINO's ist richtig, dass dies der Astronom AHMED BEN 'ABDALLAH, genannt HABASCH sei.
H. SUTER.

ANFRAGEN. — QUESTIONS.

78. Nonobstant les recherches de plusieurs savants p. ex. BONCOMPAGNI (*Almanacco;* Giorn. degli eruditi e curiosi 3, 1883, 208—222) et STEINSCHNEIDER (*Über das Wort Almanach;* Biblioth. Mathem. 1888, 13—16), l'origine du mot *Almanach* est encore douteuse, et l'on n'a pu indiquer jusqu'ici aucun auteur qui s'en soit servi notoirement avant PROPHATIUS JUDÆUS (1300). Il est vrai que BONCOMPAGNI a signalé un passage d'un écrit de PICO DE LA MIRANDOLA, d'où il semble résulter que le mot *Almanach* a été employé antérieurement à l'année 1300 par GUIDO BONATTI, et M. STEINSCHNEIDER a appelé l'attention sur deux manuscrits (ms. Laud n° 644 à Oxford et ms. Cambr. univ. n° 1935), dont les titres nous font croire que ce mot a été en usage au 13e siècle, mais ces conclusions ne sont encore que problématiques.

Un autre indice (non signalé encore autant que je sache) de l'emploi du mot *Almanach* au 13e siècle, se trouve dans l'édition de l'ouvrage *Opus tertium* (écrit vers 1267) de ROGER BACON (1214—1294) publiée en 1859 par J. S. BREWER; en effet le chap. 11 de cette édition contient le passage suivant: »Sed hae tabulae vocantur Almanach vel Tallignum (!), in quibus semel sunt omnes motus coelorum certificati a principio mundi usque in finem, sine quotidiano labore.» Le mot »Tallignum» est sans doute une mauvaise lecture pour »Taccuinum», c. a. d. calendrier.

On demande une nouvelle recherche sur l'usage du mot *Almanach* antérieurement à PROPHATIUS JUDÆUS.

(G. Eneström.)

Zur Anfrage 77. Ich möchte fragen, ob das Citat »in *geometria*» ein *so* betiteltes Buch bezeichnen muss? Kann es nicht eine allgemeine Bezeichnung sein und sich auf eine der Schriften ALCHADIB's beziehen? Auch ich wüsste keinen anderen ISAK BEN SALOMO zu identificiren und an einen Araber (Isak b. Suleiman) ist wohl nicht zu denken.

(M. Steinschneider.)

Index.



